

## IGUALDADES Y ECUACIONES

### Identidad

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

### Ecuación

$$5x - 12 = x + 4$$

## SOLUCIONES DE UNA ECUACIÓN

### Ninguna

$$2x + 3 = 2x + 5 \\ 3 \neq 5$$

### Una

$$2x + 3x = 5 \text{ solo si } x = 1$$

### Varias

$$x^2 - 4 = 0 \text{ si } x = 2 \text{ o } x = -2$$

### Infinitas

$$x + y = 2$$

Para cada valor de  $x$  hay un valor de  $y$ .

## ECUACIONES EQUIVALENTES

Dos **ecuaciones** son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

Para obtener ecuaciones equivalentes se usan la regla de la suma y la regla del producto.

### Regla de la suma

$$5x = 2x + 12 \Rightarrow 5x - 2x = 2x + 12 - 2x \Rightarrow 3x = 12$$

### Regla del producto

$$3x = 12 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 4$$

## ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Resolver una ecuación es encontrar su solución, es decir, aquel valor de la incógnita que hace se verifique la igualdad.

Para resolver una ecuación:

- Se simplifican términos semejantes.
- Se aplica la regla de la suma.
- Se aplica la regla del producto.

$$\text{Ecuación: } 2x = 10 - (4x - 2)$$

$$2x = 10 - 4x + 2$$

$$2x + 4x = 12 - 4x + 4x$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$$

$$x = 2$$

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO: $ax^2 + bx + c = 0$

### Completas

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -2 \text{ y } c = -15$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$$

### Incompletas

$$\bullet ax^2 + c = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$$

$$\bullet ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

$$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(3x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

Pasos a seguir:

1.º Identificar los datos y la incógnita.

2.º Traducir las relaciones a expresiones algebraicas.

3.º Resolver la ecuación.

4.º Expresar la solución en su contexto y comprobarla.

## Solución de las actividades

- 1** Escribe dos ecuaciones equivalentes a las propuestas:

a)  $x + 5 = 7 - 2x$  RESPUESTA ABIERTA

b)  $4 \cdot (2x - 3) = 10$  RESPUESTA ABIERTA

- 2** Comprueba cuál de los valores propuestos es solución de la ecuación:

a)  $-2x + 1 = 7$ ;  $x = 2$ ;  $x = -3$ ;  $x = -2$

$x = -3$

b)  $6 + 4x = -6$ ;  $x = -1$ ;  $x = 2$ ;  $x = -3$

$x = -3$

- 3** Encuentra una solución para las siguientes ecuaciones:

a)  $5 - x = 3 \Rightarrow x = 2$

b)  $3x - 4 = 11 \Rightarrow x = 5$

c)  $8 = 2x + 4 \Rightarrow x = 2$

- 4** Resuelve estas ecuaciones:

a)  $(x - 2) \cdot 4 = 5x + 8$

$4x - 8 = 5x + 8 \Rightarrow x = -16$

b)  $3 \cdot (3x + 2) - 4x = (2x - 4) \cdot 2 + 3x$

$9x + 6 - 4x = 4x - 8 + 3x \Rightarrow$

$\Rightarrow 14 = 2x \Rightarrow x = 7$

c)  $5x + 2 \cdot (2x - 1) = 3x + 4$

$5x + 4x - 2 = 3x + 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$

- 5** Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a)  $2x + \frac{3}{5} = \frac{7}{2}$

$20x + 6 = 35 \Rightarrow 20x = 29 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{29}{20}$

b)  $\frac{2x + 4}{3} + \frac{3x}{2} = 8$

$4x + 8 + 9x = 48 \Rightarrow 13x = 40 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{40}{13}$

- 6** Resuelve las ecuaciones de segundo grado:

a)  $3x^2 = 48$

$x^2 = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ y } x = -4$

b)  $x^2 - 12x = 0$

$x \cdot (x - 12) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ y } x = 12$

c)  $4x^2 + 45 = -x^2$

$5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 = -9$

No tiene solución.

d)  $7x^2 - 14x = 0$

$7x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ y } x = 2$

e)  $x^2 - x - 12 = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} \Rightarrow x = 4 \text{ y } x = -3$

f)  $3x^2 + 5x - 2 = 0$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \text{ y } x = -2$

- 7** El camión de Agustín ha vaciado ya 45 contenedores de recogida de vidrio de dos barrios de la ciudad. Si en uno de los barrios hay 5 contenedores más que en el otro, ¿cuántos contenedores hay en cada barrio?

Llamamos  $x$  al número de contenedores de un barrio, luego en el otro habrá  $x + 5$ .

$x + x + 5 = 45 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$

En uno de los barrios hay 20 contenedores, y en el otro, 25.

- 8** El perímetro de un rectángulo es de 60 cm. Si uno de los lados es 10 cm mayor que el otro, calcula la longitud de los lados del rectángulo.

Llamamos  $x$  al lado menor, luego el otro lado medirá  $x + 10$ .

$P = 2x + 2 \cdot (x + 10) = 60 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x + 20 = 60 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$

Los lados miden 10 cm y 20 cm.

## ECUACIONES

### Elementos de una ecuación:

- Miembros (2 miembros, uno a la izquierda del igual y el otro a la derecha del igual)
- Términos (tantos como monomios)
- Incógnitas (tantas como letras)
- Soluciones

**Solucionar una ecuación:** encontrar los valores que debe tomar las incógnitas para que se cumpla la igualdad.

- Situar todos los monomios con parte literal "x" en el primer miembro. Los que estén en el 2º miembro pasan al primero cambiando de signo.

$$\begin{aligned}5x + 4 &= 3x + 10; \\5x + 4 - 3x &= 3x - 3x + 10; \\5x + 4 - 3x &= 0 + 10; \\5x + 4 - 3x &= 10; \\5x - 3x + 4 &= 10;\end{aligned}$$

- Situar todos los monomios sin parte literal (números) en el segundo miembro. Los que estén en el 1er miembro pasan al segundo cambiando de signo.

$$\begin{aligned}5x - 3x + 4 - 4 &= 10 - 4; \\5x - 3x + 0 &= 10 - 4; \\5x - 3x &= 10 - 4;\end{aligned}$$

- Simplificamos 1er miembro y 2do miembro. En el primer miembro restamos los monomios semejantes, para ello, restamos sus coeficientes y ponemos la misma parte literal, una "x". En el segundo miembro realizamos la operación indicada.

$$\begin{aligned}(5 - 3)x &= 6; \\2x &= 6;\end{aligned}$$

- Para despejar la "x" el número que esté multiplicándola pasa al 2do miembro dividiendo y el que esté dividiéndola pasa al 2do miembro multiplicando.

\* Recuerda como despejábamos la incógnita en las fracciones equivalentes:

$$\frac{a \cdot x}{b} =$$

$$\frac{c}{d}; \quad x = \frac{c \cdot b}{d \cdot a}$$

$$\begin{aligned}\frac{2x}{2} &= \frac{6}{2}; \\x &= 3;\end{aligned}$$

### **Comprobamos en la ecuación inicial:**

$$\begin{aligned}5x + 4 &= 3x + 10; \\ \text{Primer miembro} \quad 5 \cdot 3 + 4 &= 15 + 4 = 19; \\ \text{Segundo miembro} \quad 3 \cdot 3 + 10 &= 9 + 10 = 19; \\ 19 &= 19; \text{ por lo que } x = 3 \text{ es una solución correcta de la ecuación}\end{aligned}$$

**Ejercicio n° 1.- Resuelve, paso a paso, las siguientes ecuaciones de 1er grado**

Ejemplo	$3x - 2 = 2x + 10$ $3x - 2x = 10 + 2$ $x = 12$
1.1.	$5x - 9 = x + 7$
1.2.	$2x + 3 + 4x = 3x + 10 + 2x$
1.3.	$2 \cdot (x + 3) + 4x = 21$
1.4.	$3 \cdot (2x - 1) + 4x = 7$
1.5.	$2x - 2 \cdot (x + 3) = 12 - x$
1.6.	$x - 2 \cdot (-x - 4) + 4x = 29$

1.7.	$3x = \frac{6}{5}$
1.8.	$\frac{2}{3}x = \frac{8}{3}$
1.9.	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$
1.10.	$\frac{2}{6}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

**Ejercicio nº 2.- Resuelve, paso a paso, las siguientes ecuaciones de 2º grado**

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo	<p><b>a)</b> <math>3x^2 + x - 2 = 0</math></p> $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6}$ $x_1 = \frac{-1 + 5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $x_2 = \frac{-1 - 5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$ <p><b>b)</b> <math>x^2 = 16</math></p> $x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$ <p><b>c)</b> <math>2x^2 - 6x = 0</math></p> <p>Extraemos la x como factor común: <math>x(2x - 6) = 0</math></p> <p>Primera solución: <math>x=0</math></p> <p>Segunda solución: <math>2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3</math></p>
2.1.	$x^2 - 7x + 12 = 0$
2.2.	$-x^2 + 5x - 6 = 0$
2.3.	$2x^2 - 7x + 3 = 0$
2.4.	$x^2 = 81$

2.5.	$3x^2 - 48 = 0$
2.6.	$x^2 + 4 = 0$
2.7.	$36 - x^2 = 0$
2.8.	$x^2 + 3x = 0$
2.9.	$5x^2 - 6x = 0$
2.10.	$3x - x^2 = 0$
2.11.	$x^2 = 5x$

**Ejercicio n° 3.-** Problemas para resolver con ecuaciones de 1er grado.

a.- Un número y su siguiente suman 67. ¿De qué número se trata?

b.- Calcula un número que sumado a su anterior da 221.

c.- Si al doble de un número le restas 13 se obtiene 91. ¿Cuál es ese número?

d.- Sumando el doble de un número y restando 6 al resultado se obtiene 119. ¿De qué número se trata?

e.- Calcula un número sabiendo que si se suman ocho unidades y el resultado se divide entre tres, se obtiene una unidad menos de la mitad del número.

f.- Si al triple de un número se le suman 28 unidades, se obtiene el quíntuplo del número menos 4 unidades. ¿De qué número se trata?

g.- Si a un número se le suma su siguiente y el resultado se divide entre 3, se obtiene 47. ¿Cuál es ese número?