

EJERCICIOS BLOQUE: ÁLGEBRA_CIUGA_2025-20

UD3.

MATRICES Y DETERMINANTES

UD4.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

EJERCICIO 1 UD3	ABAU_GALICIA_25_ORDINARIA PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2. 2.1. Responda a las dos cuestiones siguientes: 2.1.1. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, halle $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tales que $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$, donde I y 0 son las matrices identidad y cero, respectivamente. 2.1.2. Calcule la matriz cuadrada X tal que $XA = B$, si $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Son iguales XA y AX? 2.2. Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema: $\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y + z = 1 \end{cases}$
EJERCICIO 2 UD4	ABAU_GALICIA_25_EXTRAORDINARIA PREGUNTA 2. NÚMEROS Y ÁLGEBRA. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2. 2.1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. 2.1.1. ¿Qué condición tiene que cumplir k para que A sea invertible? Calcule A^{-1} cuando sea posible. 2.1.2. Para $k = 0$, calcule la matriz X que satisfaga la igualdad $AX - A = B^2 + A^T$ siendo A^T la traspuesta de A. 2.2. Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema: $\begin{cases} x + my + z = m \\ x + (3-m)z = 2m \\ my + 2z = 3m \end{cases}$
EJERCICIO 5 UD3 EJERCICIO 6 UD4	ABAU_GALICIA_24_ORDINARIA PREGUNTA 1. Números e Álgebra. (2 puntos) Sexan A e B dúas matrices tales que $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. a) Calcule A^2. b) Calcule a matriz X que satisfai a igualdade $A^2X - (A+B)^T = 3I - 2X$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e $(A+B)^T$ a trasposta de $(A+B)$. PREGUNTA 2. Números e Álgebra. (2 puntos) Discuta, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema: $\begin{cases} mx + (m+2)y + z = 3, \\ 2mx + 3my + 2z = 5, \\ (m-4)y + mz = m. \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos) a) 0,75 puntos b) 1,25 puntos 2. Números e Álgebra (2 puntos) 0,5 por resolver $\det A = 0$, 0,5 polo estudo de cada un dos tres casos Nota: Se o resolve por Gauss, 1,25 por chegar ao sistema triangular equivalente, 0,25 por cada un dos tres casos
EJERCICIO 7 UD3 EJERCICIO 8 UD4	ABAU_GALICIA_24_EXTRAORDINARIA PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$ dé respuesta a los dos apartados siguientes: a) Calcule los valores de x e y que hacen que A conmute con todas las matrices antisimétricas X de orden 2, es decir, que hacen que se cumpla la igualdad $AX = XA$ para toda matriz antisimétrica X de orden 2. b) Si $x = -1$ e $y = 1$, calcule la matriz M que satisface la igualdad $2M = A^{-1} - AM$. PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos) Discuta, según los valores del parámetro m, el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x + y + z = m \\ x - y + 2z = 2m \\ mx + 3z = m \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos) a) 1 punto b) 1 punto 2. Números e Álgebra (2 puntos) 0,5 por resolver $\det A = 0$, 0,5 polo estudo dos rangos, 0,5 polo estudo de cada un dos dous casos. Nota: Se o resolve por Gauss, 1 por chegar ao sistema triangular equivalente, 0,5 polas conclusións de cada un dos dous casos
EJERCICIO 9 UD3 EJERCICIO 10 UD4	ABAU_GALICIA_23_ORDINARIA 1. Números e Álgebra: Despexe a matriz X da ecuación $XA = A + XB$, se A e B son matrices cadradas tales que $A - B$ é invertible. Logo, calcule X se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = (A^2 - A - I)^{-1}$, onde I é a matriz identidade de orde 2. 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores de m, o sistema $\begin{cases} mx + (2+m^2)y - z = 1+m, \\ my - 2z = 1, \\ mx + 2y + (2m-4)z = 5. \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos) 0,75 por despxear X, 0,5 por chegar a $B = -I$, 0,5 por calcular $(A - B)^{-1}$, 0,25 por concluír. 2. Números e Álgebra (2 puntos) 0,5 por resolver $\det A = 0$, 0,5 polo estudo de cada un dos tres casos. Se se fai por Gauss, 1,25 por chegar ao sistema triangular equivalente, 0,25 por cada un dos tres casos.
EJERCICIO 11 UD3 EJERCICIO 12 UD4	ABAU_GALICIA_23_EXTRAORDINARIA 1. Números e Álgebra: a) Calcule A se $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. b) Se $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ é invertible, obteña os valores de x, y e z sabendo que $\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ e que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Enténdase que I é a matriz identidade. 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} (m+1)x + z = 1, \\ (m+1)x + y + z = m+1, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m. \end{cases}$

	1. Números e Álgebra (2 puntos) a) 0.75 puntos: 0.25 por despegar A, 0.25 por calcular B^{-1}, 0.25 por calcular A. Se se pensa en A como unha matriz incógnita $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$; 0.5 por chegar ao sistema, 0.25 pola solución. b) 1.25 puntos: 0.25 polo cálculo de $\det(A - 3I)$, 0.25 por deducir que $x = 0$, 0.25 por calcular A^{-1}, 0.25 por chegar a $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} z+1 & 0 \\ -y & 4 \end{pmatrix}$, 0.25 pola conclusión.
EJERCICIO 13 UD3 EJERCICIO 14 UD4	ABAU_GALICIA_22_ORDINARIA 1. Números e Álgebra Despeixe X da ecuación matricial $AB(X - I) = C$, onde I é a matriz identidade (asuma que o produto AB ten inversa). Logo, calcule X se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$ 2. Números e Álgebra Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2-m)z = 1, \\ x + mz = 0. \end{cases}$ Só puntúan cinco das oito preguntas. 1. Números e Álgebra (2 puntos): 0.75 por despegar X, 0.5 por calcular $(AB)^{-1}$, e 0.75 por calcular X. 2. Números e Álgebra (2 puntos): 0.5 polo estudo do rango da matriz de coeficientes, 0.5 polo estudo do rango da matriz ampliada, 1 = 0.25×4 polas catro conclusións.
EJERCICIO 15 UD3 EJERCICIO 16 UD4	ABAU_GALICIA_22_EXTRAORDINARIA 1. Números e Álgebra a) Obteña a matriz antisimétrica A de orde 2×2 tal que $a_{12} = 1$. Logo, calcule a súa inversa no caso de que exista. Nota: a_{ij} é o elemento que está na fila i e na columna j de A. b) Sexa $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Se $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ 1 & b_{22} \end{pmatrix}$, ache os valores de b_{12} e de b_{22} sabendo que B non ten inversa e que $\det(A^{-1}B + A) = -1$. 2. Números e Álgebra Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} (m+1)x + my + z = 0, \\ y + (m-2)z = -2, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = -3. \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos): a) 0.75 puntos: 0.25 por determinar a matriz A, 0.5 por calcular a súa inversa. b) 1.25 puntos: 0.25 por deducir que $b_{12} = 0$ a partir da singularidade de B, 0.5 por calcular $A^{-1}B + A$ e 0.5 por deducir da igualdade $\det(A^{-1}B + A) = -1$ que $b_{22} = 2$. 2. Números e Álgebra (2 puntos): 0.5 pola resolución da ecuación $\det A = 0$ (onde A é a matriz de coeficientes), 0.75 polo estudo dos rangos da matriz de coeficientes e da matriz ampliada, 0.75 = 0.25×3 polas conclusións (tres casos).
EJERCICIO 17 UD3 EJERCICIO 18 UD4	ABAU_GALICIA_21_ORDINARIA 1. Números e Álgebra: Sexa $A = (a_{ij})$ a matriz de dimensión 3×3 definida por $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 2, \\ (-1)^{(i-1)} & \text{se } i \neq 2. \end{cases}$ Explique se A e $A + I$ son ou non invertibles e calcule as inversas cando existan. (Nota: a_{ij} é o elemento de A que está na fila i e na columna j, e I é a matriz identidade.) 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} x + 2y = m, \\ my + 3z = 1, \\ x + (m+2)y + (m+1)z = m+1. \end{cases}$
EJERCICIO 19 UD3 EJERCICIO 20 UD4	ABAU_GALICIA_21_EXTRAORDINARIA 1. Números e Álgebra: Despeixe X na ecuación matricial $B(X - I) = A$, onde I é a matriz identidade e A e B son matrices cadradas, con B invertible. Logo, calcule X se $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}.$ 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema: $\begin{cases} mx + y + z = 2m, \\ mx + (m+1)y + z = 1, \\ mx + (m+1)y + 2z = m+1. \end{cases}$
EJERCICIO 21 UD3 EJERCICIO 22 UD4	ABAU_GALICIA_20_ORDINARIA 1. Números e Álgebra: Sexan A e B as dúas matrices que cumpren $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $A - B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$. Pídesse: a) Calcular $A^2 - B^2$. (Advertencia: neste caso, $A^2 - B^2 \neq (A+B)(A-B)$.) b) Calcular a matriz X que cumpre a igualdade $XA + (A+B)^T = 2I + XB$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e $(A+B)^T$ a trasposta de $A+B$. 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema: $\begin{cases} mx + y = 2m, \\ x + my + z = 0, \\ x + my = 0. \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos) a) 1 punto: 0.25 puntos polo cálculo de A, 0.25 puntos polo cálculo de B e 0.5 puntos polo cálculo de $A^2 - B^2$. b) 1 punto: 0.5 puntos por despegar X e calcular a inversa que naturalmente xurde e 0.5 puntos polo cálculo final de X. 2. Números e Álgebra (2 puntos): 0.5 puntos por chegar a que os valores críticos son $m = \pm 1$ e 0.5 puntos polo estudo de cada un dos tres casos que se presentan.

EJERCICIO 23 UD3 EJERCICIO 24 UD4	ABAU_GALICIA_20_EXTRAORDINARIA 1. Números e Álgebra: Para a ecuación matricial $A^3X + AB = B$, pídese: a) Despezar X supoñendo que A (e por tanto A^3) é invertible, e dicir cales serían as dimensións de X e de B se A tivese dimensión 4×4 e B tivese 3 columnas. b) Resolvela no caso en que $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$. 2. Números e Álgebra: Discuta, segundo os valores do parámetro m, o seguinte sistema: $\begin{cases} (m+5)x - m^2y = 3m, \\ (m+3)x + my = 3m+6. \end{cases}$ 1. Números e Álgebra (2 puntos) a) 1 punto: 0.5 puntos por despezar X e 0.5 puntos polas dimensións. b) 1 punto: 0.5 puntos por cálculos previos e 0.5 puntos pola obtención de X aplicando a fórmula obtida no apartado anterior. 2. Números e Álgebra (2 puntos): 0.5 puntos por cada un dos catro casos que se presentan.
---	---