

## BOLETÍN DE REPASO TEMA 2. POTENCIAS Y RAÍCES- SOLUCIÓN

1.

a) Expresa como potencia de exponente positivo y calcula:

$$\left(\frac{7}{2}\right)^{-3} \quad 8^{-3} \quad \frac{1}{(10^2)^{-3}}$$

b) Expresa como una sola potencia de exponente negativo:

$$\frac{1}{y^2} \quad -\frac{1}{81} \quad \frac{1}{100000}$$

$$\text{a) } \left(\frac{7}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{8}{343} \quad 8^{-3} = \frac{1}{8^3} = \frac{1}{512} \quad \frac{1}{(10^2)^{-3}} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 = 1000000$$

$$\text{b) } \frac{1}{y^2} = y^{-2} \quad -\frac{1}{81} = -\frac{1}{3^4} = -3^{-4} \quad \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$

2. Simplifica:

$$\text{a) } \frac{3^3 \cdot 9^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 8^3}{4^2 \cdot 6^{-2}}$$

$$\text{b) } \frac{a^{-5} \cdot b^3 \cdot c^4 \cdot d^{-2}}{a^{-4} \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot d^{-1}}$$

$$\text{a) } \frac{3^3 \cdot 9^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 8^3}{4^2 \cdot 6^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 2^{-8} \cdot 2^9}{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 2^9 \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 3^3 \cdot 2^8 \cdot 2^4} = \frac{3^5 \cdot 2^{11}}{3^6 \cdot 2^{12}} = \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{b) } \frac{a^{-5} \cdot b^3 \cdot c^4 \cdot d^{-2}}{a^{-4} \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot d^{-1}} = \frac{b^3 \cdot c^4 \cdot a^4 \cdot d}{b^2 \cdot c^3 \cdot a^5 \cdot d^2} = \frac{bc}{ad}$$

3. Calcula.

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \left( 2^{-2} - \frac{3}{2} \right) + \left( \frac{5}{2} \right)^3 \\ & = -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \left( 2^{-2} - \frac{3}{2} \right) + \left( \frac{5}{2} \right)^3 = -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) + \frac{125}{8} = \\ & = -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{6}{4} \right) + \frac{125}{8} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{-5}{4} \right) + \frac{125}{8} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + \frac{125}{8} = \frac{117}{8} \end{aligned}$$

4. Calcula estas raíces:

a)  $\sqrt[7]{-2187}$

b)  $\sqrt[4]{625}$

c)  $\sqrt[6]{64}$

d)  $\sqrt[4]{\left(\frac{625}{10000}\right)^{-1}}$

a)  $\sqrt[7]{-2187} = \sqrt[7]{(-3)^7} = -3$

b)  $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$

c)  $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

d)  $\sqrt[4]{\left(\frac{625}{10000}\right)^{-1}} = \sqrt[4]{\frac{10000}{625}} = \sqrt[4]{\frac{10^4}{5^4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{10}{5}\right)^4} = \frac{10}{5} = 2$

**5. Calcula:**

a)  $\sqrt[5]{-243}$

b)  $\sqrt[3]{216}$

c)  $\sqrt{225}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{1331}{243}}$

a)  $\sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{(-3)^5} = -3$

b)  $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$

c)  $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 5 = 15$

d)  $\sqrt[3]{\frac{1331}{243}} = \sqrt[3]{\frac{11^3}{7^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{11}{7}\right)^3} = \frac{11}{7}$

**6. Simplifica las expresiones que puedas y en los restantes indica por qué no se puede simplificar.**

a)  $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3}$

b)  $\frac{5}{2}\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{7} + \sqrt{7}$

c)  $(\sqrt{3})^5 \cdot \sqrt{3}$

d)  $2\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}$

a)  $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} \rightarrow$  No se puede simplificar porque la raíz no tiene el mismo índice.

b)  $\frac{5}{2}\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{7} + \sqrt{7} = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} + 1\right)\sqrt{7} = \frac{17}{4}\sqrt{7}$

c)  $(\sqrt{3})^5 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3^6} = 3^3 = 27$

d)  $2\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{48} = 2\sqrt{2^4 \cdot 3} = 2 \cdot 2^2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

**7. Simplifica las expresiones que puedas y en los restantes indica por qué no se puede simplificar:**

a)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{8}$

b)  $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}$

c)  $\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

d)  $(\sqrt{5})^3 \cdot \sqrt{6}$

a)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{8} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

b)  $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{8} = 2\sqrt{3 \cdot 8} = 2\sqrt{3 \cdot 2^3} = 2 \cdot 2\sqrt{3 \cdot 2} = 4\sqrt{6}$

c)  $\sqrt{3} + 5\sqrt{2} \rightarrow$  No se puede simplificar porque no tienen el mismo radicando.

d)  $(\sqrt{5})^3 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{5^3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{5^3 \cdot 2 \cdot 3} = 5\sqrt{5 \cdot 2 \cdot 3} = 5\sqrt{30}$

**8. Extrae del radical todos los factores que sea posible:**

a)  $\sqrt{864a^5b^4}$

b)  $\sqrt{\frac{x^4y^5}{z^3}}$

c)  $\sqrt[3]{a^4b^6c^7}$

a)  $\sqrt{864a^5b^4} = \sqrt{2^5 \cdot 3^3 \cdot a^5 \cdot b^4} = 2^2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b^2 \sqrt{2 \cdot 3 \cdot a} = 12a^2b^2\sqrt{6a}$

b)  $\sqrt{\frac{x^4y^5}{z^3}} = \frac{x^2y^2}{z}\sqrt{\frac{y}{z}}$

c)  $\sqrt[3]{a^4b^6c^7} = ab^2c^2\sqrt[3]{ac}$

**9. Calcula y simplifica:**

a)  $2\sqrt{8} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \sqrt{32}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt{x^3}}{\sqrt[6]{x}}$

c)  $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$

d)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}$

a)  $2\sqrt{8} - \frac{1}{3}\sqrt{18} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2^3} - \frac{1}{3}\sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2^5} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt{x^3}}{\sqrt[6]{x}} = \sqrt[6]{\frac{x^8 \cdot x^9}{x}} = \sqrt[6]{x^{16}} = \sqrt[3]{x^8} = x^2 \sqrt[3]{x^2}$

c)  $(3\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 9 \cdot 5 + 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + 2 = 47 + 6\sqrt{10}$

d)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 2}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^4 \cdot 2^9} = \sqrt[12]{2^{13}} = 2 \sqrt[12]{2}$

**10. Calcula y simplifica el resultado:**

a)  $\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

c)  $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2$

d)  $\sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a}$

a)  $\sqrt{27} - \sqrt{3} + \sqrt{192} - 2\sqrt{12} = \sqrt{3^3} - \sqrt{3} + \sqrt{2^6 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3^3}} = \sqrt[6]{\frac{3^4 \cdot 3^3}{3^9}} = \sqrt[6]{\frac{1}{3^2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

c)  $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 8 - 12\sqrt{10} + 45 = 53 - 12\sqrt{10}$

d)  $\sqrt{a\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{a^3 \cdot a}} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^4} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a^3} = a$

11. Indica cuáles de los siguientes números son naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$\sqrt{31}; \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{\frac{4}{9}}; -\frac{3}{4}; -2$$

Naturales  $\rightarrow \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}$

Enteros  $\rightarrow \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}; -2$

Racionales  $\rightarrow \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{\frac{4}{9}}; -\frac{3}{4}; -2$

Irracionales  $\rightarrow \sqrt{31}$

12. Reduce a índice común y luego realiza las siguientes multiplicaciones:

c)  $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{2}$

d)  $\sqrt[12]{9} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2}$

Solución:

a)  $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{6^6} \cdot \sqrt[12]{2^2} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 6^6 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{3^3 \cdot (2 \cdot 3)^6 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{3^9 \cdot 2^8}$

b)  $\sqrt[12]{9} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{3^2} \cdot \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{3^2 \cdot 3^3 \cdot 2^6} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 2^6}$

13. Expresa primero en forma radical y luego divide:

a)  $36^{\frac{1}{3}} : 3^{\frac{2}{3}}$

b)  $9^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{1}{4}}$

c)  $10^{\frac{3}{5}} : 10^{\frac{2}{5}}$

Solución:

a)  $36^{\frac{1}{3}} : 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{36} : \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{36 : 9} = \sqrt[3]{4}$

b)  $9^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{9^3} : \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{9^3 : 9} = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81}$

c)  $10^{\frac{3}{5}} : 10^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{10^3} : \sqrt[5]{10^2} = \sqrt[5]{10^3 : 10^2} = \sqrt[5]{10}$

14. Reduce primero a índice común y luego multiplica:

a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3}$

b)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{2}$

c)  $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt{2}$

Solución:

a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5^2 \cdot 3} = \sqrt[4]{75}$

b)  $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{6^4} \cdot \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{6^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{10368}$

c)  $\sqrt[6]{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[6]{24}$

15. Calcula las siguientes sumas y restas, convirtiendo previamente los radicales en semejantes:

a)  $3\sqrt[3]{7} + 10\sqrt[3]{7} - 5\sqrt[3]{7}$

b)  $4\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + \sqrt{75}$

Solución:

a)  $3\sqrt[3]{7} + 10\sqrt[3]{7} - 5\sqrt[3]{7} = (3+10-5)\sqrt[3]{7} = 8\sqrt[3]{7}$

b)  $4\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + \sqrt{75} = 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} = 8\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (8-9+5)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

16. Halla en la forma más simplificada posible el resultado de las siguientes divisiones:

a)  $\sqrt{5} : \sqrt[8]{25}$

b)  $\sqrt[4]{6^2} : \sqrt[10]{6}$

Solución:

a)  $\sqrt{5} : \sqrt[8]{25} = \sqrt[8]{5^4} : \sqrt[8]{5^2} = \sqrt[8]{5^4 : 5^2} = \sqrt[8]{5^2} = \sqrt[4]{5}$

b)  $\sqrt[4]{6^2} : \sqrt[10]{6} = \sqrt[20]{(6^2)^5} : \sqrt[20]{6^2} = \sqrt[20]{6^{10} : 6^2} = \sqrt[20]{6^8} = \sqrt[5]{6^2} = \sqrt[5]{36}$

17. Calcula:  $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$

Solución:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} + \sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2} + \sqrt[6]{4 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{32} + \sqrt[6]{32} = 2\sqrt[6]{32}$$

18. Calcula:

a)  $\sqrt[4]{28} \cdot (\sqrt{14} : \sqrt{7})$

b)  $\sqrt{9} : (\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3})$

Solución:

a)  $\sqrt[4]{28} \cdot (\sqrt{14} : \sqrt{7}) = \sqrt[4]{28} \cdot \sqrt{14 : 7} = \sqrt[4]{28} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[4]{28 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{28 \cdot 4} = \sqrt[4]{112}$

b)  $\sqrt{9} : (\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}) = \sqrt{9} : \sqrt[3]{9 \cdot 3} = \sqrt{9} : \sqrt[6]{9^3} = \sqrt{9} : \sqrt[6]{27^2} = \sqrt{9} : \sqrt[6]{729} = 1$

19. En las siguientes operaciones, aplica las propiedades correspondientes y expresa el resultado como potencia única:

a)  $[-5]^2]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4$

b)  $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2}$

Solución:

a)  $[-5]^2]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^6 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^{6+5-4} = (-5)^7$

b)  $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2} = (6^5)^2 : 6^{-8} = 6^{10} : 6^{-8} = 6^{10-(-8)} = 6^{18}$

20. Calcula:

a) El cuadrado de la raíz cúbica de 27.

b) La raíz cuadrada de la raíz cuarta de 256.

c) El cubo de la raíz cuadrada de 15.

d) La raíz cúbica de la raíz cuadrada de 12.

Solución:

a)  $(\sqrt[3]{27})^2 = (\sqrt[3]{3^3})^2 = 3^2 = 9$

b)  $\sqrt[4]{\sqrt[4]{256}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$

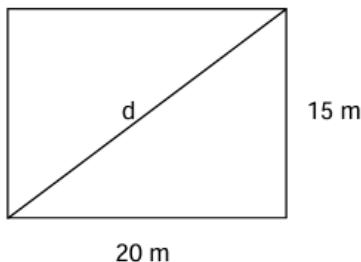
c)  $(\sqrt{15})^3 = \sqrt{15^3} = \sqrt{3375}$

d)  $\sqrt[3]{\sqrt{12}} = \sqrt[6]{12}$

21. ¿Cuál es la máxima distancia, en línea recta, que podrá recorrer un jugador en un campo de fútbol de 20 m de largo y 15 m de ancho?

Solución:

La máxima distancia corresponde a la diagonal del terreno rectangular.



Por el teorema de Pitágoras:  $d = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$  m.  
La distancia máxima es 25 m

22. Se quiere construir un tablero cuadrado que tenga una superficie de 225 cm<sup>2</sup> y que a su vez contenga 144 casillas iguales. ¿Cuánto medirá el lado de cada casilla?

Solución:

El lado del tablero medirá:  $\sqrt{225} = 15$  cm

El número de filas y columnas que tendrá el tablero será:  $\sqrt{144} = 12$   
Por tanto el lado de cada casilla medirá:  $15 : 12 = 1,25$  cm.

23. El área de un cuadrado es 4096 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto medirá el perímetro de otro cuadrado cuyo lado es la raíz cúbica del lado del primero?

Solución:

El lado del primer cuadrado mide:  $\sqrt{4096} = 64$  cm.

El lado del segundo cuadrado es:  $\sqrt[3]{64} = 4$  cm

Por tanto, su perímetro medirá:  $4 \cdot 4 = 16$  cm.

24. Un abuelo tiene el cuadrado del cubo de la edad de su nieto. ¿Cuál será la edad de su nieto si tiene 64 años?

Solución:

Si la edad del nieto es  $x$ , el abuelo tiene  $(x^2)^3 = 64$ .

Por tanto, el nieto tiene:  $\sqrt[3]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$  años.

25. La edad de Juan actualmente es 27 años y tiene el cubo de la edad de su hermano Pedro. Dentro de 9 años la edad de Juan será el cuadrado de la edad que su hermana María tiene actualmente ¿Cuál es la edad actual de sus dos hermanos?

La edad de Pedro es:  $\sqrt[3]{27} = 3$  años

Dentro de 9 años, Juan tendrá  $27+9=36$ .

Por tanto, María tendrá  $\sqrt{36} = 6$  años

Las edades de María y de Pedro son 6 y 3 años respectivamente