TEMA 7: FUNCIÓNS ELEMENTAIS

7.1. LAS FUNCIONES Y SU ESTUDIO

DEFINICIÓN : f es una **función de R en R** si a cada número real, $x \in$ Dom, le hace corresponder un único número real, f(x):

Lo denotamos por : f : Dom -----> R
x -----> y = f(x)

El conjunto Dom de los valores que puede tomar la variable independiente, "x", se llama **dominio de definición de la función.**

El conjunto de los valores que toma la función se llama **recorrido.**

Puesto que tanto la variable "x" como la función "f(x)" toman valores reales, estas funciones se llaman **funciones reales de variable real.**

RAZONES POR LAS QUE EL DOMINO DE DEFINICIÓN PUEDE RESTRINGIRSE :

- Imposible de realizar alguna operación con ciertos valores de x: denominadores que se anulan, raíces cuadradas de números negativos,....
- Contexto real del que se ha extraído la función: Edad de una persona,…
- Por voluntad de quien propone la función: Número menor que 7,...

CÁLCULO DEL DOMINIO :

- FUNCIONES POLINÓMICAS: El dominio de un polinomio es todo R : $f(x) = P(x)$ $D(f) = R$

- FUNCIONES RACIONALES: El dominio de las funciones racionales es todo R menos los puntos donde se anula el denominador:
  $f(x) = P(x) / Q(x)$ $D(f) = \{ x \in R / Q(x) \neq 0\} = R - \{ x \in R / Q(x) = 0\}$

- FUNCIONES RADICALES
  $f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$ Si n es impar $D(f) = R$
  Si n es par $D(f) = \{ x \in R / P(x) \geq 0\} = R - \{x \in R / P(x) < 0\}$

- FUNCIONES EXPONENCIALES
  $f(x) = a^{P(x)}$ $D(f) = R$

- FUNCIONES LOGARÍTMICAS
  $f(x) = \log_a P(x)$ $D(f) = \{ x \in R / P(x) > 0\} = R - \{x \in R / P(x) \leq 0\}$

- FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS
  $f_1(x) = \text{sen } P(x)$, $f_2(x) = \cos P(x)$ $D(f_1) = D(f_2) = R$

Ejemplos de cálculo de dominio:

$a)\ f(x) = 2x-6$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$b)\ f(x) = \sqrt[3]{2x-6}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$c)\ f(x) = \sqrt{2x-6}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: al ser una raíz de índice par pertenecerán al dominio de la función aquellos valores de "x" que hagan que el radicando sea mayor o igual a cero Cálculos resolver la inecuación $2x-6 \geq 0$ Domf
$d)\ f(x) = \sqrt{-x^2-2x+3}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$e)\ f(x) = \frac{1}{\frac{2}{3}x-\frac{1}{9}}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = resolver la ecuación $\frac{2}{3}x-\frac{1}{9}=0$ para excluir su resultado del dominio Domf
$f)\ f(x) = \frac{1}{(3x+2)(2x-3)}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$g)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x-6}}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$h)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-6}}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$i)\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2-x)(x-1)}}$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: al ser una raíz de índice par en un denominador pertenecerán al dominio de la función aquellos valores de "x" que hagan que el radicando sea mayor a cero Cálculos = Domf

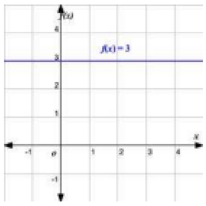
$j)\ f(x) = \log x$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$k)\ f(x) = \log(x+2)$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: al ser un logaritmo pertenecerán al dominio de la función aquellos valores de "x" que hagan que el argumento sea mayor a cero Cálculos = Domf
$l)\ f(x) = \log[-(x+2)x]$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf
$m)\ f(x) = \log[(x+2)x]$	Descripción de los valores de "x" que forman parte del dominio: Cálculos = Domf

Soluciones: $Dom\ f_a$: $\mathbb{R}$. $Dom\ f_b$: $\mathbb{R}$. $Domf_c$: $\{x \in \mathbb{R}/x \geq 3\}$.$Domf_d$: $\{x \in \mathbb{R}/-3 \leq x \leq 1\}$
$Domf_e$: $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{6}\right\}$. $Domf_f$: $\mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right\}$.$Domf_g$: $\mathbb{R} - \{3\}$. $Domf_h$:$\{x \in \mathbb{R}/x > 3\}$
$Domf_i\{x \in \mathbb{R}/1 < x < 2\}$. $Domf_j$: $\{x \in \mathbb{R}/x > 0\}$. $Domf_k$: $\{x \in \mathbb{R}/x > -2\}$
$Domf_l\{x \in \mathbb{R}/-2 < x < 0\}$. $Domf_m\{x \in \mathbb{R}/-2 < x < 0\}$

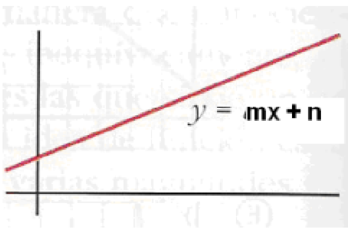
7.2. REPRESENTACIÓN Y ESTUDIO DE FUNCIONES

FUNCIONES POLINÓMICAS

- **Grado 0: $y = k$** **Rectas paralelas al eje OX**



- **Grado 1 : $y = mx + n$** **Rectas**



La **función polinómica de primer grado** o **función lineal:** $y = mx + n$, se representa mediante una recta de pendiente m y que pasa por el punto (0,n). La n se llama ordenada en el origen.

Pendiente de una recta es la variación (aumento o disminución) que se produce en la y cuando la x aumenta una unidad. En una ecuación lineal, la pendiente de la recta es el coeficiente de la x cuando se despeja la y. (Si $m > 0$, es creciente; Si $m < 0$, es decreciente)

Si conocemos las coordenadas de dos puntos de la recta: $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$ la pendiente se calcula :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ (Δy = Incremento de "y" entre Δx = Incremento de "x")

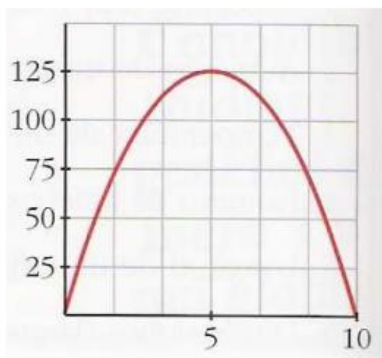
Si de una recta conocemos un punto $P(x_1,y_1)$ y su pendiente m, la ecuación de la recta es:

$$y - y_1 = m.(x - x_1)$$

Para representarla se dan dos valores cualesquiera a la "x" y se calcula el valor de la "y".

- **Grado 2: FUNCIONES CUADRÁTICAS** **Parábolas**

Las **funciones polinómicas de segundo grado** o **funciones cuadráticas** : $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, se representan mediante parábolas.



- Tienen ejes paralelos al eje Y
- Las formas de estas parábolas (que sus ramas estén hacia arriba o hacia abajo, que sean más o menos anchas,...) dependen, exclusivamente del valor de a:
  - Si $a > 0$, las ramas van hacia arriba (Cónvexa)
  - Si $a < 0$, las ramas van hacia abajo (Cóncava)
  - Cuando mayor sea $|a|$, más estilizada es la parábola
- La abscisa del vértice de la parábola es : $V_x = -\frac{b}{2a}$

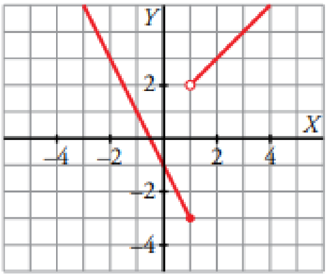
Para representarla se calcula el vértice en la "x" y dos valores más pequeños y dos valores más grandes y se calculan las respectivas "y" de estos valores.

FUNCIONES DEFINIDAS “A TROZOS”

Se calcula su dominio y se hace una tabla de valores para cada trozo(los valores de la tabla en cada trozo dependerá del tipo de función).

Ejemplo: Construimos una tabla de valores para cada recta y obtenemos la gráfica.

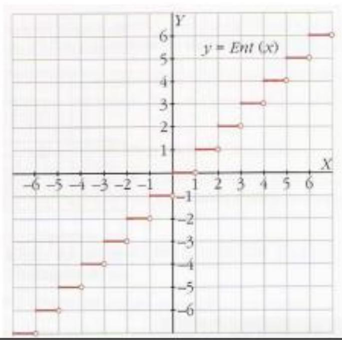
$$y = \begin{cases} -2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$



Dos funciones a trozos interesantes:

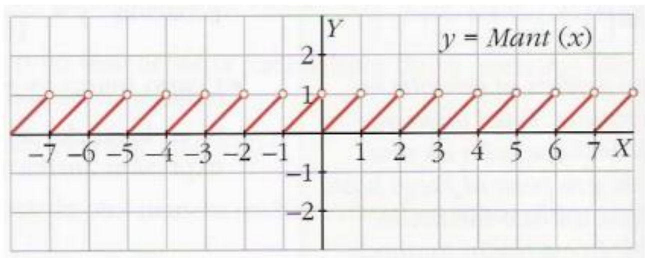
- **Función parte entera** :

Se llama **parte entera** de un número x al mayor número entero menor o igual a x. A partir de eso, definimos la **función para entera de x,** Ent(x), que hace corresponder a cada número x su parte entera.



- **Función parte decimal** :

La **parte decimal** o **mantisa** de un número x es Mant(x) = x – Ent(x). A partir de eso, definimos la **función parte decimal de x,** Mant(x) que hace corresponder a cada número x su parte decimal.



VALOR ABSOLUTO DE UNA FUNCIÓN

El general el valor absoluto de una función se define así: $|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{si } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{si } f(x) < 0 \end{cases}$

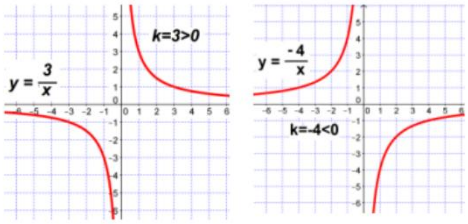
Para representarla se iguala lo de dentro del valor absoluto a cero y se resuelve. Estos puntos nos dividen la función en trozos por tanto podemos tratarla como una función a trozos.

Ejemplo: **Representa la función $y = |x - 5|$ y comprueba que su expresión analítica en intervalos es:**

$$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

FUNCIONES RACIONALES

Se llaman **funciones de proporcionalidad inversa** a aquellas cuya ecuación es y = f(x)/g(x) y sus gráficas son hipérbolas. Sus asíntotas son los ejes coordenados.



También son hipérbolas las gráficas de las funciones $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Para representarlas se hace previamente la división.

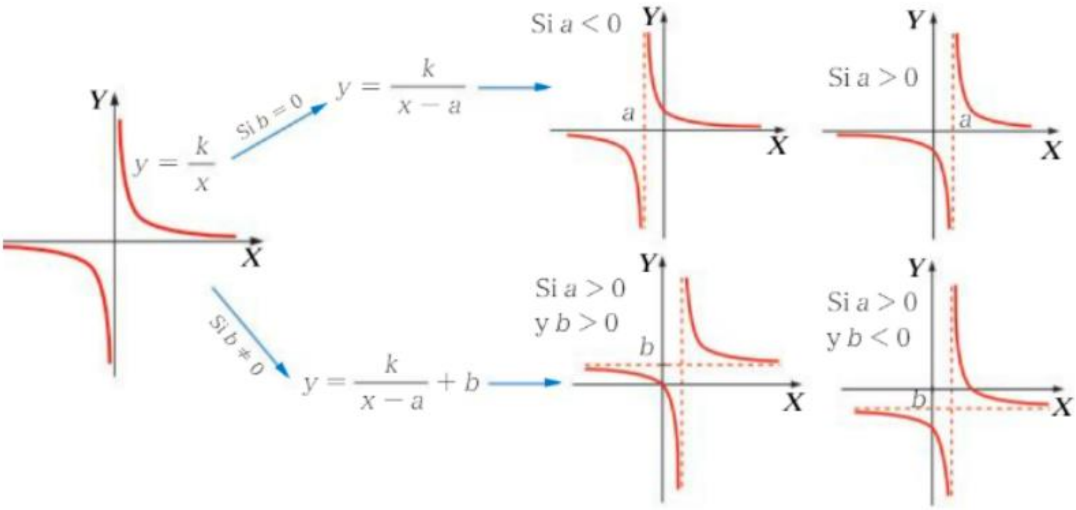
Representación :
- Calcular el dominio
- Hallar una tabla de valores según el dominio
- Dibujarlas teniendo en cuenta las asíntotas.

Recordatorio:

Funciones del tipo $y = \frac{k}{x-a} + b$

La gráfica de este tipo de funciones es una hipérbola que se obtiene trasladando la hipérbola que representa la función $y = \frac{k}{x}$.

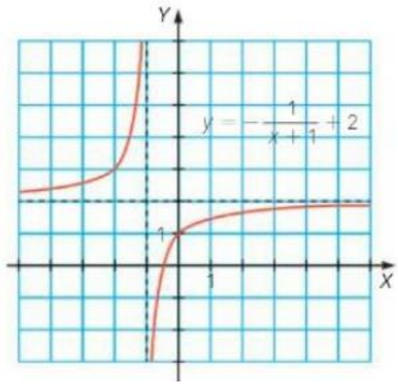
- **Asíntota vertical**: es $x = a$, y se obtiene trasladando el eje $x = 0$, a unidades a la derecha o a la izquierda, según el signo de a.
- **Asíntota horizontal**: es $y = b$, y se obtiene trasladando el eje $y = 0$, b unidades arriba o abajo, según el signo de b. En el caso en que $b = 0$, la asíntota horizontal es la misma, $y = 0$.



Ejemplo: representa la siguiente función racional: $y = -\dfrac{1}{x+1} + 2$

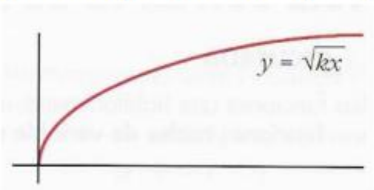
Pasos a seguir

1. Hallamos a, b y k en la función.	$a = -1$, $b = 2$ y $k = -1$.
2. Determinamos las asíntotas, $x = a$, e $y = b$, de las hipérbolas a representar.	$y = -\dfrac{1}{x+1} + 2$ Asíntotas: $x = -1$ e $y = 2$.
3. Estudiamos el valor de k para determinar los cuadrantes en los que está situada la gráfica de la función.	$k = -1 < 0$ La gráfica de la función de la que procede está en el 2.º y 4.º cuadrantes.
4. Dibujamos la gráfica de la función $y = \dfrac{k}{x}$ trasladada.	



FUNCIONES RADICALES

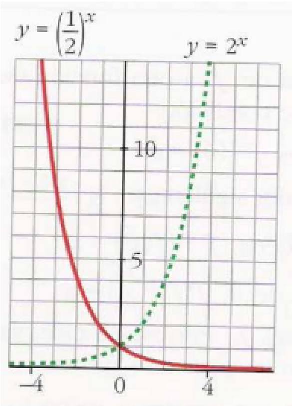
Se llaman **funciones radicales** a aquellas cuya ecuación es $y = \sqrt[n]{f(x)}$



Representación :
- Calcular el dominio
- Hallar una tabla de valores según el dominio

FUNCIONES EXPONENCIALES

Se llaman **funciones exponenciales** las que tienen la ecuación $y = a^x$, siendo la base a un número positivo distinto de 1.



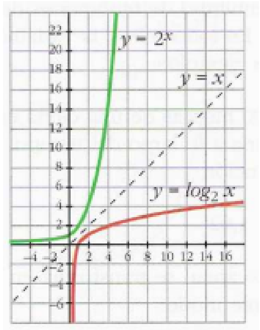
Notas:

- En matemáticas superiores la función $y = e^x$ es extraordinariamente importante. Tanto es así que cuando se habla de "la función exponencial" sin mencionar cuál es su base, se está haciendo referencia a ella.

FUNCIONES LOGARÍTMICAS

Se llaman **funciones logarítmicas** las que tienen la ecuación $y = \log_a x$, siendo a un número positivo distinto de 1

$y = \log_a x \Rightarrow x = a^y$, por tanto $y = \log_a x$ e $y = a^x$ son funciones inversas



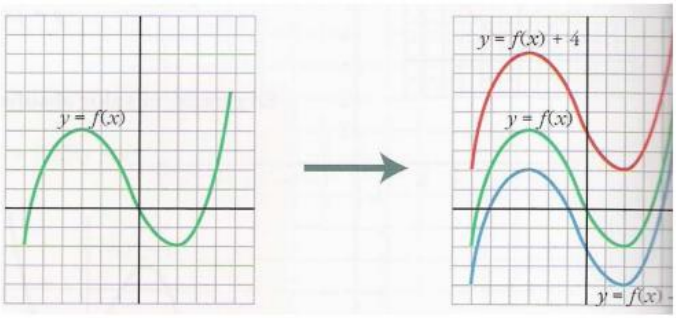
Notas:

- En matemáticas superiores la función $y = \log_e x$ es muy importante. Se le llama logaritmo neperiano y se designa por $y = \ln x$ o $y = Lx$. Es la función inversa de la exponencial de base e : $y = e^x$

7.3. TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES

REPRESENTACIÓN DE y = f(x) ± k APARTIR DE y = f(x)

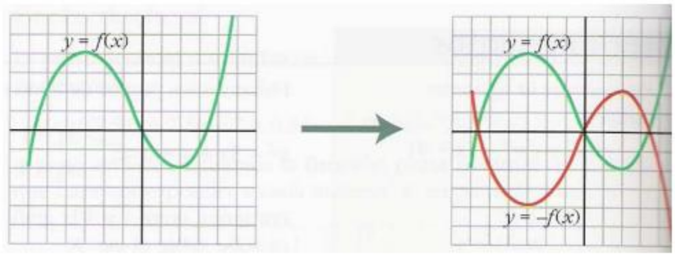
Si sumamos una constante "k" a la "y" ⇒ Subimos "k" unidades
Si restamos una constante "k" a la "y" ⇒ Bajamos "k" unidades



Traslación

REPRESENTACIÓN DE y = - f(x) A PARTIR DE y = f(x)

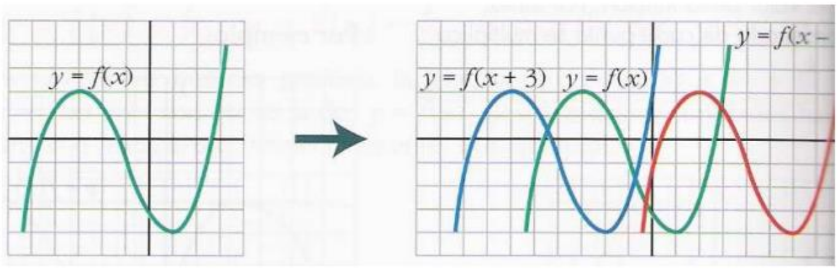
Si cambiamos de signo a la "y" ⇒ Hacemos una simetría respecto del eje OX



Simetría

REPRESENTACIÓN DE y = f(x ± k) A PARTIR DE y = f(x)

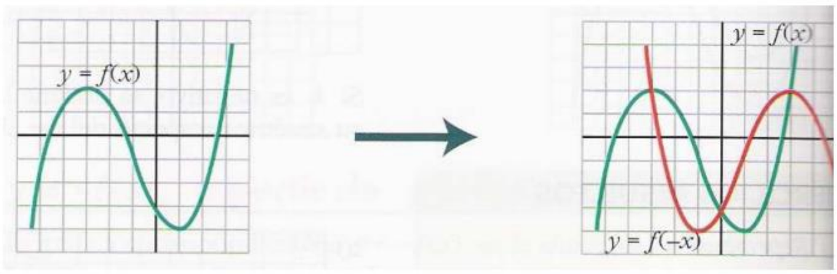
Si sumamos una constante "k" a la x ⇒ Nos desplazamos "k" unidades hacia la izquierda
Si restamos una constante "k" a la x ⇒ Nos desplazamos "k" unidades hacia la derecha



Traslación

REPRESENTACIÓN DE y = f(-x) A PARTIR DE y = f(x)

Si cambiamos de signo a la "x" ⇒ Hacemos una simetría respecto del eje OY



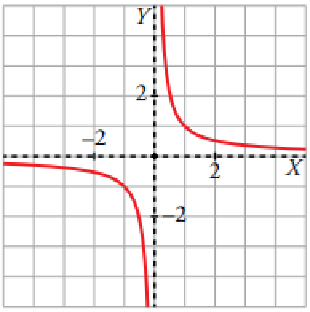
Simetría

Ejemplos:

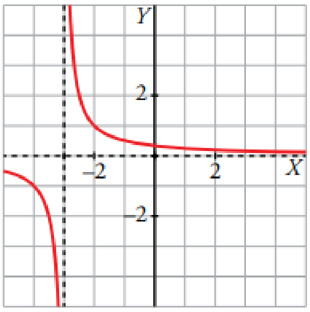
1 Representa sucesivamente:

a) $y = \dfrac{1}{x}$ **b)** $y = \dfrac{1}{x+3}$ **c)** $y = -\dfrac{1}{x+3}$ **d)** $y = -\dfrac{1}{x+3} + 8$

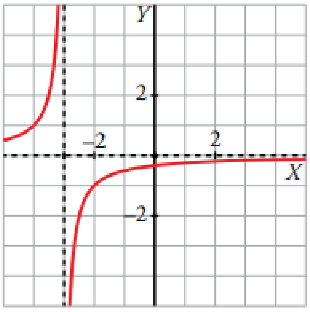
a)



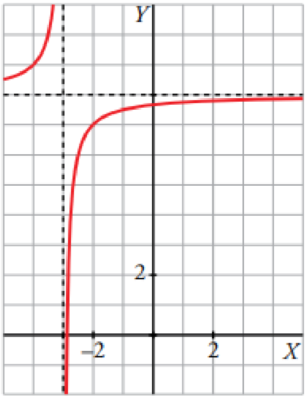
b) Se obtiene desplazando la gráfica anterior tres unidades a la izquierda.



c) Es la simétrica de la anterior respecto del eje *X*.



d) Es igual a la anterior trasladándola 8 unidades hacia arriba.



7.4 OTRAS OPERACIONES CON FUNCIONES

Suma de funciones: **$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$**

Ejemplo: Si $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 2x - 4 \Rightarrow (f + g)(x) = f(x) + g(x) = 3x + 1 + 2x - 4 = 5x - 3$

Función opuesta: **$(-f)(x) = -f(x)$** *Ejemplo*: Si $f(x) = 2x - 4 \Rightarrow (-f)(x) = -f(x) = -2x + 4$

Resta de funciones: **$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$**

Ejemplo: Si $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = x + 3 \Rightarrow (f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 3 - x - 3 = x^2 - x - 6$

Producto de un número por una función: **$(a.f)(x) = a.f(x)$**

Ejemplo: Si $f(x) = x^2 + x - 2 \Rightarrow (3f)(x) = 3f(x) = 3x^2 + 3x - 6$

Producto de funciones: **$(f.g)(x) = f(x) . g(x)$**

Ejemplo: Si $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = x + 3 \Rightarrow (f.g)(x) = f(x)g(x) = (x^2 - 3)(x - 3) = x^3 - 3x^2 - 3x + 9$

Cociente de funciones: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Ejemplo: Si $f(x) = x^2 - 3$, $g(x) = x + 3 \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 3}{x + 3}$

> **Los dominios de las funciones suma (resta) y producto están formados por la <u>intersección</u> de los dominios de las funciones por separado, es decir, por los valores que pertenecen a la vez a los dominios de f y de g.
> **Para el cociente sucede lo mismo, el dominio del cociente es la <u>intersección</u> de los dominios de las funciones del numerador y del denominador por separado, pero además hay que <u>excluir de su dominio los valores que anulan el denominador</u>, $g(x) = 0$.

a) Siendo $f(x) = \sqrt[3]{2x - 6}$ y $g(x) = x - 5$. Halla los dominios de las siguientes funciones:
   - a.1.) $(f + g)(x)$
   - a.2.) $(f \cdot g)(x)$

b) Siendo $f(x) = \sqrt{2x - 6}$ y $g(x) = x - 5$. Halla los dominios de las siguientes funciones:
   - b.1.) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
   - b.2.) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

c) Siendo $f(x) = \sqrt{2x - 6}$ y $g(x) = \log(x + 2)$. Halla los dominios de las siguientes funciones:
   - c.1.) $(f + g)(x)$
   - c.2.) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$
   - c.3.) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

d) Siendo $f(x) = \sqrt{-2x+6}$ y $g(x) \ = \log\,(x+4)$. Halla los dominios de las siguientes funciones:

d.1.) $(f - \ g)(x)$

d.2.) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

d.3.) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

Soluciones

a) $Dom\, f = Dom\, f = Dom(f+g) = Dom(f \cdot g) = \ \mathbb{R}$

b) $Dom\left(\frac{f}{g}\right)$: $\{x \in \mathbb{R}/x \geq 3 - \{5\}\}$. $Dom\,\left(\frac{g}{f}\right)$ $\{x \in \mathbb{R}/x > 3\}$.

c) $Dom\,(f+g)$: $\{x \in \mathbb{R}/x \geq 3\}$ $Dom\,\left(\frac{g}{f}\right)$: $\{x \in \mathbb{R}/x > 3\}$ $Dom\,\left(\frac{f}{g}\right)$: $\{x \in \mathbb{R}/x \geq 3\}$

d) $Dom\,(f-g)$: $\{x \in \mathbb{R}/-4 < x \leq 3\}$

$Dom\,\left(\frac{g}{f}\right)$: $\{x \in \mathbb{R}/-4 < x < 3\}$ $Dom\,\left(\frac{f}{g}\right)$: $\{x \in \mathbb{R}\,/\ -4 < x \leq 3 - \{-3\}\}$

FUNCIÓN COMPUESTA: Dadas dos funciones, f y g, se llama **función compuesta** de f y g, y se designa $g \circ f$, a la función que transforma x en $g[f(x)]$

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend left, "g\circ f"] & f(x) \arrow[r, "g"] & g[f(x)] \end{tikzcd}$$

La expresión $g \circ f(x)$ se lee f compuesta con g. Se nombra en primer lugar la función de la derecha porque es la primera en actuar sobre la x.

En general, la función $g[f(x)] \neq f[g(x)]$

Ejercicios resueltos

1) Realiza las siguientes composiciones de funciones:

a) $f \circ g$, siendo $f(x) = \dfrac{1}{6-3x^2}$, $g(x) = \sqrt{x^2+2}$.

Solución: $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = \dfrac{1}{6-3.[g(x)]^2} = \dfrac{1}{6-3.[\sqrt{x^2+2}]^2} = \dfrac{1}{6-3.(x^2+2)} = \dfrac{-1}{3x^2}$

b) $n \circ m$, siendo $m(x) = 2^{7x+3}$, $n(x) = \log_2 x$

Solución: $(n \circ m)(x) = n[m(x)] = \log_2[m(x)] = \log_2[2^{7x+3}] = 7x+3$

c) $f \circ f$, siendo $f(x) = \dfrac{x+9}{x}$

Solución: $(f \circ f)(x) = f[f(x)] = \dfrac{f(x)+9}{f(x)} = \dfrac{\frac{x+9}{x}+9}{\frac{x+9}{x}} = \dfrac{\frac{x+9+9x}{x}}{\frac{x+9}{x}} = \dfrac{10x+9}{x+9}$

FUNCIÓN INVERSA O RECÍPROCA DE OTRA. Se llama **función inversa o recíproca** de f a otra función (se designa f^{-1}) que cumple la siguiente condición: Si f(a) = b , entonces, $f^{-1}(b) = a$

La función inversa de f se denota f^{-1} y cumple que si $f(a) = b$ entonces $f^{-1}(b) = a$
- No todas las funciones tienen inversa. Para poder hallar la función inversa de otra dada $f(x)$ es necesario que f(x) sea inyectiva:

$$\boxed{f(x) \text{es inyectiva si } \forall b \in Imf \exists!\, a \in Dom\, f /\ f(a) = b}$$

- Una función tiene inversa solo cuando su gráfica corta cada línea horizontal una vez como máximo. Si no es el caso, se dice que la función tiene correspondencia inversa.
- Siempre se verifica que $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = i(x)$
- La bisectriz del primer cuadrante es el eje de simetría entre una función y su inversa
- No se debe confundir con la función que da la inversa numérica

COMO OBTENER UNA FUNCIÓN INVERSA DE OTRA (f(x) se sustituye por "y")
- Se intercambian las incógnitas: la "x" por la "y" y la "y" por la "x".

- Se despeja la y, esta será la función $f^{-1}(x)$

2) Calcula la función recíproca de las siguientes funciones:

a) f(x) = 2x + 7

<u>*Solución*</u>: $y = 2x + 7 \xrightarrow{\text{intercambiando x por y}} x = 2y + 7 \xrightarrow{\text{despejando y}} \frac{x-7}{2} = y \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-7}{2}$

c) $h(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ <u>*Solución*</u>: $y = \frac{3x+2}{x-1} \xrightarrow{\text{intercambiando x por y}} x = \frac{3y+2}{y-1} \xrightarrow{\text{despejando y}} xy - x = 3y + 2$

$xy - 3y = x + 2 \Rightarrow (x-3)y = x + 2 \Rightarrow y = \frac{x+2}{x-3} \Rightarrow h^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-3}$

d) $i(x) = 1 - 5.3^{x+2}$

<u>*Solución*</u>: $y = 1 - 5.3^{x+2} \xrightarrow{\text{intercambiando x por y}} x = 1 - 5.3^{y+2} \xrightarrow{\text{despejando y}} 5.3^{y+2} = 1 - x$

$3^{y+2} = \frac{1-x}{5} \Rightarrow \log_3(3^{y+2}) = \log_3 \frac{1-x}{5} \Rightarrow y = \log_3 \frac{1-x}{5} - 2 \Rightarrow i^{-1}(x) = \log_3 \frac{1-x}{5} - 2$

e) $j(x) = 6 - \log_2 (x+1)$

<u>*Solución*</u>: $y = 6 - \log_2(x+1) \xrightarrow{\text{intercambiando x por y}} x = 6 - \log_2(y+1) \xrightarrow{\text{despejando y}} \log_2(y+1) = 6 - x$

$2^{6-x} = y + 1 \Rightarrow y = 2^{6-x} - 1 \Rightarrow j^{-1}(x) = 2^{6-x} - 1$

Ejemplos:

a) $f_{1(x)} = x^3 - 1$	e) $f_{5(x)} = \frac{7x-4}{2x-1}$
b) $f_{2(x)} = 5x - 1$	f) $f_{6(x)} = \frac{5-2x}{7-4x}$
c) $f_{3(x)} = \frac{1-x}{3x+1}$	$g)$ $f_{7(x)} = 4^{x-2}$
d) $f_{4(x)} = 2^{x+1}$	$h)$ $f_{8(x)} = \log_2(x+1)$

$f_1{}^{-1} = \sqrt[3]{x+1}$; $f_2{}^{-1} = \frac{x+1}{5}$; $f_3{}^{-1} = \frac{1-x}{3x+1}$; $f_4{}^{-1} = \frac{log\frac{x}{2}}{log2} = \frac{logx - log2}{log2} = \frac{logx}{log2} - 1 = \log_2 x - 1$;
$f_5{}^{-1} = \frac{x-4}{2x-7}$; $f_6{}^{-1} = \frac{5-7x}{2-4x}$; $f_7{}^{-1} = \frac{log16x}{log4}$; $f_8{}^{-1} = 2^x - 1$;