

Organiza tus ideas

DIVISIBILIDAD

- Un número es **múltiplo** de otro si es el resultado de multiplicar el segundo por algún número natural.
- Un número es **divisor** o factor de otro si se puede dividir el segundo entre el primero de forma exacta.
- Un número es **primo** si solo tiene dos divisores, el 1 y él mismo.
- Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

Por	Criterio de divisibilidad
2	El número termina en cifra par.
5	Acaba en 0 o en 5.
10 o 100	Acaba en 0 o en 00, respectivamente.
4 o 25	Sus dos últimas cifras son 0 o forman un múltiplo de 4 o de 25, respectivamente.
3 o 9	La suma de sus cifras es múltiplo de 3 o 9, respectivamente.
11	La diferencia entre la suma de las cifras que ocupan posiciones pares y la de las cifras que ocupan posiciones impares es 0 o múltiplo de 11.

Máximo común divisor

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.d.}(24, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Mínimo común múltiplo

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m.}(24, 60) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

LOS NÚMEROS ENTEROS

Los **números enteros** (\mathbb{Z}) son los números enteros positivos, los números enteros negativos y el cero.

- El **valor absoluto** de un número entero, $|a|$, es otro número entero con el mismo valor absoluto y signo contrario.

$$|+4| = 4 \text{ y } |-6| = 6$$

- El **opuesto** de un número entero, $\text{op}(a)$, es otro número entero con el mismo valor absoluto y signo contrario.

$$\text{op}(+8) = -8 \quad \text{op}(-11) = +11$$

- Al comparar dos números enteros, el mayor es el que está más a la derecha en la recta.

$$-3 < -2 < 0 < 3 < 4$$

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Suma de números enteros

- Del **mismo signo**: se suman sus valores absolutos y se deja el mismo signo.

$$(-10) + (-9) = -19$$

- De **distinto signo**: se restan sus valores absolutos y se deja el signo del sumando que tenga mayor valor absoluto.

$$(-10) + (+9) = -(10 - 9) = -1$$

Resta de números enteros

Restar un entero equivale a sumar su opuesto.

$$(-10) - (+9) = (-10) + (-9) = -19$$

Multiplicación y división de dos números enteros

- 1.º Se multiplican (o dividen) sus valores absolutos.
- 2.º Si ambos tenían el mismo signo, el resultado es positivo. Si tenían distinto signo, el resultado es negativo.

Jerarquía de las operaciones

- 1.º Se resuelven primero las operaciones que aparecen dentro de **paréntesis** y **corchetes**.
- 2.º A continuación, las **multiplicaciones** y **divisiones**, de izquierda a derecha.
- 3.º Por último, se resuelven las **sumas** y **restas**.

Propiedad distributiva

$$(-6) \cdot [5 + 8] = (-6) \cdot 5 + (-6) \cdot 8 = (-30) + (-48) = -78$$

Extraer factor común

$$(-8) \cdot 6 + 3 \cdot 6 + 10 \cdot 6 = (-8 + 3 + 10) \cdot 6 = (+5) \cdot 6 = +30$$

- 1** Escribe el valor absoluto de los siguientes números:

a) $(+5) \Rightarrow |+5| = 5$

b) $(-8) \Rightarrow |-8| = 8$

c) $(-12) \Rightarrow |-12| = 12$

- 2** Calcula:

a) $(-6) + (+4) + (-9) = -11$

b) $(+4) + (-10) + (+7) = +1$

- 3** Un ascensor parte del segundo sótano, sube 10 plantas y luego baja 3. ¿En qué planta está?

$$(-2) + (+10) + (-3) = +5$$

Está en la quinta planta.

- 4** Halla el valor de estas expresiones:

a) $-7 - (-4 + 9 - 5) + (-3 + 6) =$
 $= -7 + 4 - 9 + 5 - 3 + 6 = -4$

b) $(+8 - 10 + 7) - (-12 + 3 - 2) =$
 $= 8 - 10 + 7 + 12 - 3 + 2 = +16$

c) $-15 - (9 + 3 - 6 - 2) + 4 - (5 - 7) =$
 $= -15 - 9 - 3 + 6 + 2 + 4 - 5 + 7 =$
 $= -13$

- 5** Halla el valor de las siguientes expresiones:

a) $(+4) \cdot [(-3) - (-2) + (+5)] =$
 $= (+4) \cdot (+4) = +16$

b) $[(-2) \cdot (+6)] : (-4) =$
 $= (-12) : (-4) = +3$

c) $[(-8) : (-2)] \cdot (-4) =$
 $= (+4) \cdot (-4) = -16$

- 6** Calcula aplicando la propiedad distributiva:

a) $(-4) \cdot (5 - 3 + 8) =$
 $= -20 + 12 - 32 = -40$

b) $(7 + 6 - 2 - 5) \cdot (-3) =$
 $= -21 - 18 + 6 + 15 = -18$

c) $(+10) \cdot (-6 + 4 - 12 - 3) =$
 $= -60 + 40 - 120 - 30 = -170$

d) $[(-29) + (+34)] + [(-47) + (-73)] =$
 $= (+5) + (-120) = -115$

e) $[(+63) + (-42) + (+31)] + [(-12) + (+45)] =$
 $= (+52) + (+33) = +85$

- 7** Daniel pide prestado 5 € a cada uno de sus padres y cada uno de sus 4 abuelos para irse de excursión. ¿A cuánto asciende su deuda?

$$(-5) \cdot (+6) = -30; \text{ Daniel debe } 30 \text{ €}.$$

- 8** Calcula:

a) $15 : (-8 + 9 - 6) = 15 : (-5) = -3$

b) $3 \cdot (-2) : (-3) = (-6) : (-3) = +2$

c) $[(-10) : (+5)] \cdot (-5 + 8) =$
 $= (-2) \cdot (+3) = -6$

d) $(9 - 4) \cdot (-5 - 2) : (-5) =$
 $= (-35) : (-5) = +7$

- 9** Halla las sumas:

a) $(+43) + (+61) + (-38) + (+24) + (-50) =$
 $= (+128) + (-88) = +40$

b) $(-31) + (-18) + (+64) + (+12) + (-53) =$
 $= (-102) + (+76) = -26$

1 Escribe la expresión decimal:

a) $\frac{13}{28} = 0,464...$

b) $\frac{14}{30} = 0,4\hat{6}$

c) $\frac{15}{8} = 1,875$

2 Halla la fracción generatriz:

a) $25,\hat{8} = \frac{258 - 25}{9} = \frac{233}{9}$

b) $250,\hat{61} = \frac{25061 - 250}{99} = \frac{24811}{99}$

3 Simplifica:

a) $\frac{126}{36} = \frac{14}{4}$

b) $\frac{120}{135} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$

c) $\frac{84}{105} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$

d) $\frac{630}{1008} = \frac{70}{112} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$

4 Calcula las sumas:

a) $\frac{7}{9} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{28 + 27 + 90}{36} = \frac{145}{36}$

b) $\frac{5}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{8} = \frac{50 + 16 + 15}{40} = \frac{81}{40}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{11}{24} = \frac{16 + 20 + 11}{24} = \frac{47}{24}$

d) $\frac{6}{5} + \frac{8}{3} + \frac{7}{4} = \frac{72 + 160 + 105}{60} = \frac{337}{60}$

5 Resuelve:

a) $\frac{13}{17} \cdot \frac{4}{5} = \frac{52}{85}$

b) $\frac{61}{25} : \frac{12}{5} = \frac{305}{300} = \frac{61}{60}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} : \frac{5}{3} = \frac{63}{40}$

d) $\frac{32}{7} \cdot \frac{8}{3} = \frac{256}{21}$

6 Alfonso tenía 120 € en su hucha. Se ha comprado un CD que le ha costado las dos quintas partes de sus ahorros. ¿Cuánto dinero le queda?

$$\frac{2}{5} \cdot 120 = 48$$

Alfonso ha gastado 48 € y le quedan 72 €

7 Calcula:

a) $3,782 + 0,51 = 4,292$

b) $50,04 - 8,301 = 41,739$

c) $5,38 \cdot 44,9 = 241,562$

d) $63,78 : 3,123 = 20,422...$

e) $80,39 : 5,2 = 15,459...$

8 Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{4}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7} \quad \frac{7}{4} > \frac{3}{5} > \frac{2}{7}$

b) $\frac{8}{13}, \frac{9}{11}, \frac{14}{5} \quad \frac{14}{5} > \frac{9}{11} > \frac{8}{13}$

c) $\frac{5}{6}, \frac{20}{100}, \frac{30}{31} \quad \frac{30}{31} > \frac{5}{6} > \frac{20}{100}$

10 Averigua el valor de x para que estas fracciones sean equivalentes

a) $\frac{18}{15} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 6$

b) $\frac{8}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 2,25$

c) $\frac{48}{x} = \frac{32}{10} \Rightarrow x = 15$

11 Una familia de tres personas consume cada día para desayunar $\frac{3}{4}$ de litro de leche. ¿Cuántos litros necesitan para toda la semana?

$$\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{21}{4} \text{ que son 5 litros y } \frac{1}{4}$$

REFUERZO 2ºESO

NOMBRE _____ CURSO _____

NÚMEROS ENTEROS. DIVISIBILIDAD

Ejercicio nº1.-

a) Sin hacer operaciones, di si el número 321 es divisible por 2, 3, 6, 5, 10 y 11. Explícalo.

b) Factorízalo como producto de números primos y revisa las respuestas del apartado a.

Un número es divisible por 2...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:
Un número es divisible por 3...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:
Un número es divisible por 5...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:
Un número es divisible por 5...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:
Un número es divisible por 10...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:
Un número es divisible por 11...
Aplica el criterio a 321:
Por lo tanto 321:

c) Sin hacer operaciones, di si el número 105 es divisible por 2, 3, 6, 5, 10 y 11. Explícalo.

d) Factorízalo como producto de números primos y revisa las respuestas del apartado a.

Un número es divisible por 2...
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:
Un número es divisible por 3...
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:
Un número es divisible por 5...
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:
Un número es divisible por 6..
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:
Un número es divisible por 10...
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:
Un número es divisible por 11...
Aplica el criterio a 105:
Por lo tanto 105:

Ejercicio nº 2.- Calcula:

a) mín.c.m. (30, 60, 90)

b) máx.c.d. (8, 16, 24)

Ejercicio nº 3.-Resuelve las siguientes operaciones con números enteros:

a) $12 - 9 + 3 - 6 + 7 + 4$

b) $(+6) \cdot (-2) \cdot (+8)$

c) $(-160) : (-40)$

Ejercicio nº 4.-Resuelve escribiendo el proceso paso a paso:

a) $(-6) \cdot [(+2) + (+3) - (6 + 3 - 2)]$

c) $(-5) \cdot (+3) - [(-2) + (-5) - (-8)] \cdot (-3)$

c) $-(-12) \cdot (-7 + 8 - 9) - [5 - (5 + 8 - 3)] : (-5)$

Ejercicio nº 5.- El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 12 minutos, el de la línea B, cada 18 minutos, y el de la línea C, cada 24 minutos. Si todos coinciden a las 10 de la mañana, ¿a qué hora vuelven a coincidir?

Ejercicio nº 6.- Tengo 3 cintas de colores y quiero hacer unos llaveros que lleven un trozo de cada color de la misma longitud. La cinta de color rojo mide 35cm, la de color negro mide 55 y la cinta plateada mide 60 cm de longitud.

a) Si queremos dividir las cintas de forma que no se desperdicie nada ¿De qué longitud máxima será cada trozo?

b) ¿Cuántos trozos de cada color podré cortar?

FRACCIONES Y DECIMALES

Ejercicio n° 1.-Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas previamente a común denominador:

$$\frac{7}{9}, \frac{5}{12}, \frac{9}{16}, \frac{5}{18}$$

Ejercicio n° 2.-Expresa la fracción en forma de número decimal y viceversa:

a) $\frac{75}{1000}$

b) 16,45

c) $1,\overline{623}$

Ejercicio n° 3.-Obtén dos fracciones equivalentes a las dadas y señala su fracción irreducible:

a) $\frac{36}{40} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

b) $\frac{50}{70} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Ejercicio n° 4.-Resuelve las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} + \frac{5}{9}$

b) $\left(4 + \frac{2}{5}\right) - \left(2 + \frac{3}{10}\right)$

c) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{6} : \frac{1}{2}$

Ejercicio nº 5.-Resuelve las siguientes operaciones con fracciones:

a) $\left(\frac{4}{3} - \frac{7}{6}\right) : \left(1 - \frac{4}{5}\right)$

b) $\frac{7}{5} : \left[\frac{3}{5} - 2 \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right)\right]$

Ejercicio nº 6.-Rosa ha pagado 3 € por 1,25 kilos de fresas. ¿Cuánto pagará Raúl por 650 gramos?

Ejercicio nº 7.-

a) De un depósito que contenía 500 litros, se han sacado los $\frac{3}{4}$ de su capacidad.

¿Cuántos litros quedan en el depósito?

b) Andrea tiene 12 años, que son $\frac{2}{7}$ de la edad de su padre. ¿Cuál es la edad del padre?

Ejercicio nº 8.-Adela pagó una televisión en tres plazos. La primera vez pagó $\frac{2}{5}$ del precio total, la segunda pagó un tercio del resto, y la tercera pagó 24 euros. ¿Cuál era el precio del televisor?

Ejercicio nº 9.-Calcula multiplicando o dividiendo por la unidad seguida de ceros:

a) $23,55 \cdot 100 =$

c) $4765 : 1\,000 =$

b) $0,0056 \cdot 1\,000 =$

d) $536,57 : 10 =$

Ejercicio nº 10.-Resuelve:

a) $3,8 - 0,4 \cdot (6 - 5,7 \cdot 0,2)$

b) $6,4 - 2,3 \cdot [5,1 \cdot 0,1 + 10 \cdot (-0,40)]$

RAZÓN Y PROPORCIÓN

- La **razón numérica** entre dos números a y b es el cociente $\frac{a}{b}$ entre esos números.
- Una **proporción** es la igualdad entre dos razones. En toda proporción el producto de los extremos es igual que el producto de los medios:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Aplicando esta propiedad podemos calcular el cuarto término, x , si conocemos los otros tres:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES. REPARTOS

Dos **magnitudes** son **directamente proporcionales** cuando:

1.ª magnitud	a	b	c	...
2.ª magnitud	a'	b'	c'	...

$$\Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots = r$$

El valor constante r , se le llama **razón de proporcionalidad** o **constante de proporcionalidad**.

Para **repartir** la cantidad N de forma **directamente proporcional** a a, b, c, \dots se calcula la constante de proporcionalidad directa $r = \frac{N}{a+b+c+\dots}$ y se multiplica por a, b, c, \dots

PORCENTAJES

- Un **porcentaje**, o **tanto por ciento**, es una razón de proporcionalidad referida a 100 unidades.
- Cálculo de porcentajes:** $20\% \text{ de } 80 = \frac{20}{100} \cdot 80 = 0,20 \cdot 80 = 16$

AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

Para hallar la cantidad final de otra a la que se le aplica un $r\%$ de aumento o disminución, multiplicamos la cantidad inicial por llamado índice de variación:

Índice de variación de aumento

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Índice de variación de disminución

$$\left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES. REPARTOS

Dos **magnitudes** son **inversamente proporcionales** cuando:

1.ª magnitud	a	b	c	...
2.ª magnitud	a'	b'	c'	...

$$a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = \dots = k$$

El valor constante k , se le llama **constante de proporcionalidad inversa**.

Para repartir una cantidad N de forma **inversamente proporcional** a a, b, c, \dots se reparte es misma cantidad de forma directamente proporcional a sus inversos, es decir, a los números $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$

PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Cuando se relacionan dos o más magnitudes conocidas y una magnitud desconocida se trata de un problemas de **proporcionalidad compuesta**.

Se compara la magnitud desconocida con las demás, para determinar si la relación es de proporcionalidad directa o inversa.

- 1** Expresa en forma de razón las siguientes afirmaciones:

- a) 70 de cada 100 personas utilizan el transporte público para ir a trabajar. $\frac{70}{100}$
- b) 16 de los 20 alumnos de una clase están apuntados a un equipo deportivo. $\frac{16}{20}$

- 2** Interpreta estas razones:

- a) En un equipo de fútbol, $\frac{6}{14}$ son extranjeros.

De cada 14 jugadores, 6 son extranjeros.

- b) En una tienda de mascotas, $\frac{32}{60}$ son perros.

De cada 60 animales, 32 son perros.

- 3** Escribe las razones inversas a las dadas:

- a) $\frac{8}{5}$ $\frac{5}{8}$
- b) $\frac{17}{24}$ $\frac{24}{17}$
- c) $\frac{9}{11}$ $\frac{11}{9}$
- d) $\frac{37}{52}$ $\frac{52}{37}$
- e) $\frac{102}{33}$ $\frac{33}{102}$

- 4** Comprueba que los siguientes pares de razones forman una proporción aplicando la propiedad fundamental de las proporciones:

- a) $\frac{8}{5} = \frac{32}{20} \Rightarrow 8 \cdot 20 = 32 \cdot 5 = 160$
- b) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24} \Rightarrow 3 \cdot 24 = 18 \cdot 4 = 72$
- c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 \cdot 4 = 12 \cdot 1 = 12$
- d) $\frac{7}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow 7 \cdot 2 = 14 \cdot 1 = 14$

- 5** Calcula el valor de x:

a) $\frac{5}{x} = \frac{15}{21} \quad x = \frac{5 \cdot 21}{15} = 7$

b) $\frac{25}{30} = \frac{x}{12} \quad x = \frac{25 \cdot 12}{30} = 10$

c) $\frac{x}{20} = \frac{25}{10} \quad x = \frac{25 \cdot 20}{10} = 50$

- 6** Un grifo vierte 42 L de agua en 5 min. ¿Cuántos litros verterá en $\frac{3}{4}$ de hora?

La cantidad de agua y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} 42 \text{ L} \text{ — } 5 \text{ min} \\ x \text{ L} \text{ — } 45 \text{ min} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{42}{x} = \frac{5}{45} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{42 \cdot 45}{5} = 378 \text{ L}$$

- 7** Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Juana tiene que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.

La capacidad del cubo y el número de veces que tiene que llenarlo son magnitudes inversamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ L} \text{ — } 200 \text{ veces} \\ 25 \text{ L} \text{ — } x \text{ veces} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{x}{200} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \cdot 200}{25} = 120 \text{ veces}$$

- 8** Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

El tiempo es directamente proporcional al volumen del depósito e inversamente proporcional a la cantidad de agua.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ depósito} \text{ — } 7 \text{ h} \text{ — } 15 \text{ L/h} \\ 2 \text{ depósitos} \text{ — } x \text{ h} \text{ — } 17,5 \text{ L/h} \end{array} \right\}$$

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{17,5}{15} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 2 \cdot 15}{17,5} = 12 \text{ h}$$

- 1** Calcula el tanto por ciento y el tanto por uno de estas expresiones:

a) 6 de cada 20 $\frac{6}{20} = 0,3 \Rightarrow 30\%$

b) 18 de cada 25 $\frac{18}{25} = 0,72 \Rightarrow 72\%$

- 2** Calcula mentalmente:

a) 25 % de 800 = 200

b) 40 % de 1 500 = 600

- 3** Halla en cada caso el valor de x:

a) 33 % de x = 501,60 $\Rightarrow x = 1\,520$

b) 0,65 % de x = 5,85 $\Rightarrow x = 900$

c) 125 % de x = 437,5 $\Rightarrow x = 350$

- 4** Para elegir al presidente de una comunidad de vecinos, votaron 75 personas. Si el 36 % de los votos emitidos fue contrario al candidato elegido, ¿cuántos vecinos votaron a su favor?

$100 - 36 = 64$; luego votó a su favor el 64 %

Es decir, $\frac{64}{100} \cdot 75 = 48$ personas

- 5** Calcula el precio de estos objetos rebajados:

- a) Frigorífico: 450 € con un 15 % de descuento.

$15\% \text{ de } 450 = 67,50 \text{ €}.$ Luego

el precio rebajado es de 382,50 €

- b) Lavadora: 375 € con un 12 % de descuento.

$12\% \text{ de } 375 = 45 \text{ €}.$ Por tanto, la

lavadora en rebajas cuesta 330 €

- 6** Calcula el coste de estas facturas después de aplicarles el IVA del 16 %:

- a) Mudanza: 760 €

$16\% \text{ de } 760 = 121,60.$

Factura: 881,60 €

- b) Pintura de paredes y techos: 525 €

$16\% \text{ de } 525 = 84.$ Factura: 609 €

- 11** Se debe repartir una donación de 64 kg de patatas entre 3 familias en partes proporcionales al número de hijos de cada una. Si tienen 3, 4 y 6 hijos, respectivamente, ¿cuántos kilogramos recibirá cada familia?

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{104}{13} = 8$$

1.^a familia: $x = 3 \cdot 8 = 24 \text{ kg}$

2.^a familia: $y = 4 \cdot 8 = 32 \text{ kg}$

3.^a familia: $z = 6 \cdot 8 = 48 \text{ kg}$

PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Ejercicio 1.-Observa la tabla e indica si la relación de proporcionalidad que une ambas magnitudes es directa o inversa y completa los pares de valores correspondientes que faltan:

MAGNITUD A	2	8	10	14		
MAGNITUD B	5		25		45	

Ejercicio nº 2.- Resuelve por reducción a la unidad:

- a) Cinco kilos de fresas cuestan 4,75 euros. ¿Cuánto cuestan 7 kilos?
- b) Dos kilos de patatas cuestan 0,90 euros. ¿Cuánto están 3 kilos?
- c) Tres roscones de reyes pesan 1,2 kilogramos. ¿Cuánto pesan dos roscones?
- d) El alquiler de un patinete eléctrico me cuesta por dos horas 3 euros. ¿Cuánto pagaré si alquilo 5 horas?
- e) El desagüe de una piscina abierto durante 8 minutos hace bajar el nivel de agua 24 centímetros. ¿Cuánto bajará el nivel del agua si está abierto 25 minutos?

f) Por cada 15 euros de compra te dan 2 cupones de descuento, ¿Cuántos cupones te darán si gastas 180 euros?

Ejercicio nº 3.- Unos amigos han quedado para ir al cine de forma que tendrán que pagar 44,1 euros por 9 entradas.

a) Si al final van 12 amigos, ¿Cuánto pagarán entre todos?

b) Si han pagado 73,5 euros, ¿Cuántas entradas han comprado?

Ejercicio nº 4.- Un grifo que arroja un caudal de 6 litros por minuto tarda 21 minutos en llenar un depósito. ¿Cuánto tardará en llenarse ese mismo depósito si el grifo arroja 18 litros por minuto?

Ejercicio nº 5.- Ocho vacas consumen un saco de pienso en 3 días.

a) ¿Cuánto durará el pienso si hubiera solamente 4 vacas?

b) ¿Si hubiera 12 vacas?

Ejercicio nº 6.- Un comerciante compra un cargamento de 5 000 kg de cerezas por 15.000 euros. Si quiere ganar un 15% con la venta de esas cerezas, ¿a cómo deberá vender cada kilogramo? Halla el índice de variación correspondiente a un aumento del 15% y comprueba que puedes hallar directamente los euros finales de venta.

Ejercicio nº 7.- Los beneficios anuales de una empresa han sido 86 000 €. Cuatro socios aportaron para su creación 800 €, 900 €, 1 100 € y 1 200 € respectivamente. Si reparten la ganancia de manera directamente proporcional al dinero aportado, ¿cuánto recibirá cada socio?

Ejercicio nº 8.- Calcula el valor de “x” en cada caso:

a) $\frac{10}{12} = \frac{4}{x}$

b) $\frac{x}{18} = \frac{10}{60}$

c) $\frac{6}{30} = \frac{1}{x}$

d) $\frac{4}{x} = \frac{12}{33}$

e) $\frac{8}{3} = \frac{32}{x}$

f) $\frac{x}{5} = \frac{12}{10}$

g) $\frac{6}{3} = \frac{30}{x}$

h) $\frac{20}{x} = \frac{60}{21}$

Ejercicio nº 9.- Calcula el valor de lo que aumenta o disminuye pasando primero a fracción el valor porcentual y luego a decimal. Indica también la operación de la fracción. Halla el valor final sumando o restando la variación a la cantidad inicial y comprueba que da lo mismo que si hallas el índice de variación y lo multiplicas a la cantidad inicial.

Ejemplo: Calcula la cantidad final sabiendo que el valor inicial 60 sufre un aumento del 15%.

Hallo el 15% de 60: $\frac{15}{100} \cdot 60 = 0,15 \cdot 60 = 9$; $\frac{15}{100} \cdot 60 = \frac{15 \cdot 60}{100} = \frac{900}{100} = 9$; mismo resultado

Se lo sumo a la cantidad inicial: $60 + 9 = 69$ es el valor final.

Hallo el índice de variación de un aumento del 15%: $(1 + \frac{15}{100}) = 1,15$

Multiplico el valor inicial por el índice de variación: $60 \cdot 1,15 = 69$ mismo resultado

Calcula la cantidad final sabiendo que el valor inicial 60 sufre una disminución del 15%.

Hallo el 15% de 60: $\frac{15}{100} \cdot 60 = 0,15 \cdot 60 = 9$; $\frac{15}{100} \cdot 60 = \frac{15 \cdot 60}{100} = \frac{900}{100} = 9$; mismo resultado

Se lo resto a la cantidad inicial: $60 - 9 = 51$ es el valor final.

Hallo el índice de variación de una disminución del 15%: $(1 - \frac{15}{100}) = 0,85$

Multiplico el valor inicial por el índice de variación: $60 \cdot 0,85 = 51$ mismo resultado

- a) Aumento del 12% de 400

Forma 1: cálculo del valor de aumento

Forma 2: índice de variación

- b) Disminución del 8% de 300

Forma 1: cálculo del valor de disminución

Forma 2: índice de variación

- c) Aumento del 32% de 635

Forma 1: cálculo del valor de aumento

Forma 2: índice de variación

- d) Disminución del 44% de 1000

Forma 1: cálculo del valor de disminución

Forma 2: índice de variación

Ejercicio nº 10.- Lee y contesta:

- a) El 75% de los alumnos de una clase han aprobado todas las asignaturas en la primera evaluación, ¿Qué porcentaje de alumnos han suspendido alguna asignatura?. Si hay 24 alumnos en clase indica cuantos aprobaron todo y cuantos suspendieron alguna.

- b) El 60% de las flores de un jardín son rosas y el resto jazmines. ¿Qué porcentaje de jazmines hay en el jardín? Si hay 300 flores en el jardín indica cuantas son rosas y cuantos jazmines.
- c) En un supermercado el 40% de los envases lácteos son de leche de vaca, el 30% de leche de soja, el 20% de leche de frutos secos (almendra, avellana) y el resto preparados combinados. ¿Qué porcentaje representan los preparados combinados? Si hay 1200 botellas, indica las que hay de cada tipo.