

## EJERCICIOS BLOQUE: ANÁLISIS\_CIUGA\_2025-2020

### UD1.

#### LÍMITES Y CONTINUIDAD

A1.- LÍMITES

A2.- CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN

A3.- TEOREMAS CONTINUIDAD: T. BOLZANO, T. VALORES INTERMEDIOS (DARBOUX), T. WEIERSTRASS

#### DERIVADAS. APLICACIONES

A4.- DERIVADA

A5.- CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

A6.- DERIVADAS: RECTA TANGENTE Y NORMAL

A7.- DERIVADAS: OPTIMIZACIÓN

A8.- TEOREMAS DERIVABILIDAD: T. DE ROLLE, T. DEL VALOR MEDIO

A9.- LÍMITES, INDETERMINACIONES POR L'HÔPITAL

#### REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

A10.- ESTUDIO DE FUNCIONES: DOMINIO, PUNTOS DE CORTE, MONOTONÍA, MÁXIMOS, MÍNIMOS, CURVATURA, PUNTOS DE INFLEXIÓN, ASÍNTOTAS...

A11.- ESTUDIO DE FUNCIONES CON PARÁMETROS

A12.- ESTUDIO DE FUNCIONES CON VALORES ABSOLUTOS

A13.- ESTUDIO DE FUNCIONES CON  $\log$ ,  $\ln$ ,  $e^x$ ...

### UD2.

#### B1. INTEGRAL INDEFINIDA

#### B2. INTEGRAL DEFINIDA

<p><b>GAL_25_ORD</b> <b>EJERCICIO 1</b> <b>UD1_A2</b> <b>UD1_A5</b></p> <p><b>EJERCICIO 2</b> <b>UD2_B2</b></p>	<p><b>PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos). Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.</b></p> <p>3.1. Dada la función <math>f(x) = \begin{cases} kx^2 + 2x &amp; \text{si } x \leq 1, \\ x^2 - m &amp; \text{si } x &gt; 1, \end{cases}</math> se pide responder a las siguientes cuestiones:</p> <p>3.1.1. ¿Qué condición deben cumplir <math>k</math> y <math>m</math> para que <math>f</math> sea continua en <math>x = 1</math>?</p> <p>3.1.2. ¿Para qué valores de <math>k</math> y <math>m</math> es <math>f</math> derivable en <math>x = 1</math>?</p> <p>3.2. Dibuje la región encerrada por la gráfica de <math>f(x) = \sqrt{2x+1}</math>, el eje <math>X</math> y las rectas <math>x = 0</math>, <math>x = 4</math>. Luego, calcule su área.</p>
<p><b>GAL_25_EXT</b> <b>EJERCICIO 3</b> <b>UD1_A8</b> <b>UD2_B1</b></p> <p><b>EJERCICIO 4</b> <b>UD1_A2</b> <b>UD1_A5</b> <b>UD1_A6</b></p>	<p><b>PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)</b></p> <p>Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.</p> <p>3.1. Responda a las dos cuestiones siguientes:</p> <p>3.1.1. Enuncie el teorema del valor medio del cálculo diferencial.</p> <p>3.1.2. Calcule <math>\int e^x \cos 3x dx</math>.</p> <p>3.2. Dada la función <math>f(x) = \begin{cases} xe^{4x} &amp; \text{si } x &lt; 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{1+x} &amp; \text{si } x \geq 0 \end{cases}</math>, se pide responder a las siguientes cuestiones:</p> <p>3.2.1. Estudie la continuidad de la función <math>f(x)</math> en <math>x = 0</math>.</p> <p>3.2.2. Estudie la derivabilidad de la función <math>f(x)</math> en <math>x = 0</math>.</p> <p>3.2.3. Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva <math>f(x)</math> en <math>x = -1</math>.</p>
<p><b>GAL_24_ORD</b> <b>EJERCICIO 5</b> <b>UD1_A8</b> <b>UD1_A3</b> <b>UD2_B1</b></p> <p><b>EJERCICIO 6</b> <b>UD1_A9</b> <b>UD1_A9</b></p>	<p><b>PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)</b></p> <p>a) Enuncie os teoremas de Rolle e de Bolzano.</p> <p>b) Calcule <math>\int x^3 e^{x^2}</math>.</p> <p><b>PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)</b></p> <p>Calcule os siguientes límites:</p> <p>a) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x}</math>.      b) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^2}</math>.</p>
<p><b>GAL_24_EXT</b> <b>EJERCICIO 7</b> <b>UD1_A2</b> <b>UD1_A5</b></p> <p><b>EJERCICIO 8</b> <b>UD2_B2</b></p>	<p><b>PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)</b></p> <p>Dada la función <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 &amp; \text{si } x \leq 0 \\ \frac{k - xe^x}{x} &amp; \text{si } x &gt; 0 \end{cases}</math>, se pide responder a las siguientes cuestiones:</p> <p>a) ¿Cuál es el valor de <math>k</math> que hace que <math>f</math> sea continua en <math>x = 0</math> para cualquier valor de <math>b</math>?</p> <p>b) ¿Para qué valores de <math>b</math> y <math>k</math> es <math>f</math> derivable en <math>x = 0</math>?</p> <p><b>PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)</b></p> <p>Determine el valor del número positivo <math>a</math> que hace que el área de la región encerrada por la recta <math>y = -2x</math> y la parábola <math>y = ax^2 + 4x</math> sea igual a 9 unidades cuadradas.</p>
<p><b>GAL_23_ORD</b> <b>EJERCICIO 9</b> <b>UD1_A9</b></p> <p><b>UD1_A10</b></p> <p><b>EJERCICIO 10</b> <b>UD2_B2</b></p>	<p><b>3. Análisis</b></p> <p>a) Si <math>f(x) = ae^x + b</math>, diga qué valores deben tener <math>a</math> y <math>b</math> para que se cumplan <math>f(0) = 0</math> y <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3</math></p> <p>b) Estudie si la función <math>f(x) = x + \sin x</math> tiene extremos o puntos de inflexión en el intervalo <math>(0, 2\pi)</math>, diga dónde están en caso de que existan y esboce la gráfica de <math>f</math> en ese intervalo.</p> <p><b>4. Análisis:</b></p> <p>Calcule el área de la región determinada por las desigualdades <math>x \geq 1, y \leq x</math> e <math>y \geq f(x)</math>, con <math>f(x) = x \ln x</math>. Haga un esbozo gráfico de la región. <b>Nota:</b> <math>\ln x</math> es el logaritmo neperiano de <math>x</math>.</p>
<p><b>GAL_23_EXT</b> <b>EJERCICIO 11</b> <b>UD2_A8</b></p> <p><b>EJERCICIO 12</b> <b>UD2_B1</b> <b>UD2_B1</b></p>	<p><b>3. Análisis</b></p> <p>a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.</p> <p>b) Explique si <math>f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{1-x^2}</math>, está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor <math>c</math> para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.</p> <p><b>4. Análisis:</b></p> <p>a) Calcule mediante cambio de variable las integrales <math>\int (\sin x)^3 \cos x dx</math> y <math>\int (\ln x) / x dx</math>.</p> <p>b) Calcule <math>\int (\ln x) / x dx</math> empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de <math>B</math> tal que <math>\int_B^2 (\ln x) / x dx = 3/2</math>.</p>
<p><b>GAL_22_ORD</b> <b>EJERCICIO 13</b></p> <p><b>UD1_A9</b> <b>UD1_A10</b></p> <p><b>EJERCICIO 14</b> <b>UD1_A6</b></p>	<p><b>3. Análisis</b></p> <p>a) Calcule los límites <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}</math> y <math>\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x</math>, donde <math>\ln x</math> es el logaritmo neperiano de <math>x</math>.</p> <p>b) Dibuje la gráfica de una función <math>f</math> continua y no negativa en el intervalo <math>[0, 3]</math> tal que: <math>f(0) = 0</math>, <math>f(3) = 0</math>, <math>f'' &gt; 0</math> en el intervalo <math>(0, 1)</math>, <math>f'' &lt; 0</math> en el intervalo <math>(2, 3)</math> y <math>f</math> es constante en el intervalo <math>(1, 2)</math>.</p> <p><b>4. Análisis:</b></p> <p>Obtenga la función <math>f</math>, sabiendo que <math>f'(x) = 2x - e^{-x}</math> y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de <math>f</math> en el punto de abscisa <math>x = 0</math> es <math>y = 3x - 1</math>.</p>
<p><b>GAL_22_EXT</b> <b>EJERCICIO 15</b></p> <p><b>UD1_A6</b> <b>UD1_A5</b></p> <p><b>EJERCICIO 16</b> <b>UD2_B1</b></p>	<p><b>3. Análisis</b></p> <p>a) Obtenga las coordenadas de los vértices del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es tangente a la gráfica de <math>f(x) = x^2</math> en el punto de abscisa <math>x = 2</math> y que, además, tiene un cateto de longitud 2 situado sobre el eje <math>X</math>. Dibuje la gráfica de <math>f</math>, la recta tangente y el triángulo.</p> <p>b) Halle los valores de <math>a</math> y <math>b</math> que hacen que la función <math>f(x) = \begin{cases} 1 &amp; \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + bx &amp; \text{si } x &gt; 1 \end{cases}</math> sea derivable.</p> <p><b>4. Análisis:</b></p> <p>Calcule las siguientes integrales:</p> <p>a) <math>\int 2x\sqrt{x^2+1} dx</math>    b) <math>\int (\sin x) \sin(\cos x) dx</math>    c) <math>\int x^2 \sin x dx</math>    d) <math>\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx</math></p>
<p><b>GAL_21_ORD</b></p> <p><b>EJERCICIO 17</b> <b>UD1_A7</b></p> <p><b>EJERCICIO 18</b> <b>UD2_B2</b></p>	<p><b>PREGUNTA 3. Análisis (2 puntos)</b></p> <p>De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos lados sobre los ejes de coordenadas y un vértice sobre la recta <math>x + 2y = 4</math>, determine los vértices del que tiene mayor área.</p> <p><b>PREGUNTA 4. Análisis (2 puntos)</b></p> <p>Dada la función <math>f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 &amp; \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 - x - 1 &amp; \text{si } x &gt; 0 \end{cases}</math> calcule el área de la región encerrada por la gráfica de <math>f</math> y las rectas <math>y = 4x - 7</math> e <math>y = 1</math>.</p>

<b>GAL 21_EXT</b> <b>EJERCICIO 19</b> <b>UD1_A3</b> <b>UD1_UD1_A3</b>  <b>EJERCICIO 20</b> <b>UD1_A8</b> <b>UD1_B2</b>	<b>3. Análisis</b> a) Enuncie el teorema de Bolzano. b) Obtenga los valores de $a$ , $b$ y $c$ que hacen que $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + c$ cumpla $f(0) = 1$ y tenga extremos relativos en $x = \pm 1$ . Decir luego si los extremos son máximos o mínimos.  <b>4. Análisis:</b> a) Enuncie el teorema de Rolle. b) Calcule el área de la región encerrada por las gráficas de $f(x) = x + 6$ y $g(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
<b>GAL 20_ORD</b> <b>EJERCICIO 21</b> <b>UD1_A9</b> <b>UD1_A10</b>  <b>EJERCICIO 22</b> <b>UD1_A2</b> <b>UD1_A5</b> <b>UD2_B1</b>	<b>3. Análisis:</b> a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + 2x - e^{2x}}$ . b) Determine os intervalos de crecemento e de decrecemento de $f(x) = x(\ln x - 1)$ . Calcule, se existen, os máximos e mínimos relativos da función $f$ .  <b>4. Análise:</b> a) Calcule os valores de $b$ e $c$ para que a función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} & \text{se } x \leq 0, \\ x^2 + bx + c & \text{se } x > 0 \end{cases}$ sexa, primeiro continua, e logo derivable en $x = 0$ . b) Calcule $\int_1^2 x(\ln x - 1) dx$ .
<b>GAL 20_EXT</b> <b>EJERCICIO 23</b> <b>UD1_A2</b> <b>UD1_A5</b>  <b>EJERCICIO 24</b> <b>UD2_B2</b>  <b>UD2_B1</b>	<b>3. Análise:</b> Determine os valores de $a$ e $b$ que fan que a función $f(x) = \begin{cases} \frac{a - \cos x}{x} & \text{se } x < 0, \\ bx & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ sexa, primeiro continua, e logo derivable.  <b>4. Análise:</b> a) Calcule a área da rexión encerrada polo eixe $X$ e a gráfica de $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & \text{se } x < 0, \\ (x - 1)^2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$ b) Calcule $\int x\sqrt{x^2 - 1} dx$ .