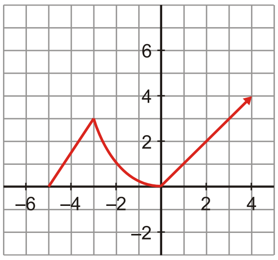
Ejercicio nº 1

Considera la siguiente gráfica correspondiente a una función:



a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) ¿En qué intervalos crece y en cuáles decrece?

Solución:

a) Dominio de definición: $[-5, +\infty)$

b) Sí tiene mínimo, pero no tiene máximo.

Tiene dos mínimos en los puntos $(-5, 0)$ y $(0, 0)$.

c) Es creciente en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, +\infty)$.

Es decreciente en el intervalo $(-3, 0)$.

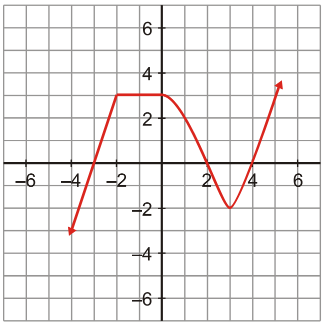
Ejercicio nº 2

Observa la gráfica de la función y responde:

a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

c) ¿Para qué valores de x es creciente y para cuáles es decreciente? ¿Y constante?



Solución:

a) El dominio de definición es toda la recta real.

b) Los puntos de corte con los ejes son:

- Con el eje Y $\rightarrow$ $(0, 3)$
- Con el eje X $\rightarrow$ $(-3, 0)$, $(2, 0)$ y $(4, 0)$

c) La función es creciente en los intervalos $(-\infty, -2)$ y $(3, +\infty)$; decreciente en el intervalo $(0, 3)$, y constante en $(-2, 0)$.

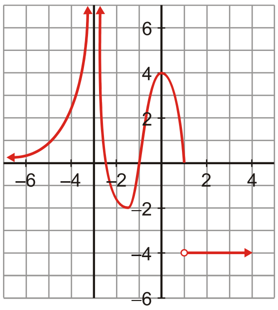
Ejercicio nº 3

Dada la siguiente función mediante su representación gráfica, responde a las preguntas:

a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Es continua? Si no lo es, indica dónde es discontinua.

c) ¿Cuáles son sus máximos y mínimos relativos?



Solución:

a) El dominio de la función es el conjunto de todos los valores reales salvo $x = -3$.

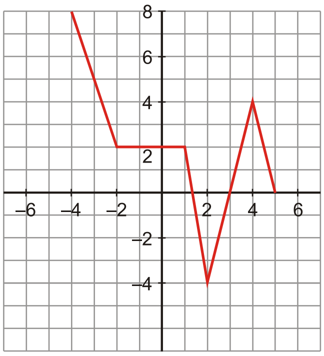
b) No es continua en $x = -3$ y $x = 1$.

c) Tiene un máximo relativo en el punto $(0, 4)$.

Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $-\dfrac{3}{2}$, y su valor es -2.

Ejercicio nº 4

Observa la gráfica de la función y completa la siguiente tabla de valores:



x	**–4**	**–3**	**–1**	**1**	**3**	**5**
y						

a) Indica el dominio de la función.

b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) Indica los intervalos donde la función crece, decrece o es constante.

Solución:

Completamos la tabla:

x	–4	–3	–1	1	3	5
y	8	5	2	2	0	0

a) Dominio de definición: $[-4, 5]$

b) Sí tiene máximo y mínimo:

- El máximo está en el punto $(-4, 8)$.
- El mínimo está en el punto $(2, -4)$.

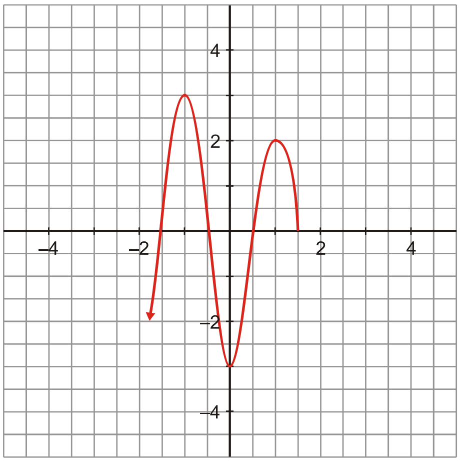
c) Es creciente en el intervalo $(2, 4)$.

Es decreciente en los intervalos $(-4, -2)$, $(1, 2)$ y $(4, 5)$.

Es constante en el intervalo $(-2, 1)$.

Ejercicio nº 5

Observa la gráfica de la función y responde:



a) ¿Cuál es su dominio de definición?

b) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

c) Indica los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Solución:

a) La función está definida para todo valor de $x \leq \frac{3}{2}$.

b) Puntos de corte con los ejes:

- Con el eje Y $\rightarrow$ $(0, -3)$
- Con el eje X $\rightarrow$ $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ y $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

c) Intervalos de crecimiento: $(-\infty, -1)$ y $(0, 1)$

Intervalos de decrecimiento: $(-1, 0)$ y $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

Ejercicio nº 6

Representa gráficamente una función, *f*, que cumpla las siguientes condiciones:

a) Dom (f) = $[-5, 6]$

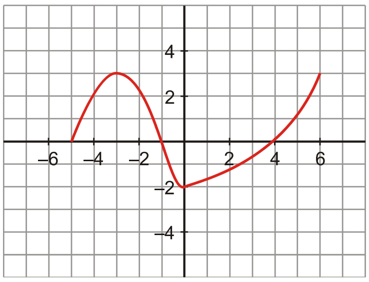
b) Crece en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, 6)$; decrece en el intervalo $(-3, 0)$.

c) Es continua en su dominio.

d) Corta al eje *X* en los puntos $(-5, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.

e) Tiene un mínimo en $(0, -2)$ y máximos en $(-3, 3)$ y $(6, 3)$.

Solución:



Ejercicio nº 7

La gráfica de una función tiene las siguientes características:

a) Dominio de definición: $[0, +\infty)$.

b) Crece en $(0, 3)$ y $(5, +\infty)$; decrece en $(3, 5)$.

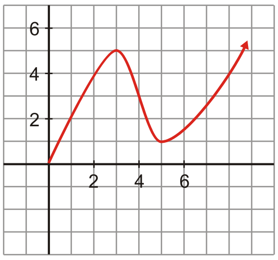
c) El único punto de corte con los ejes es el $(0, 0)$.

d) Tiene un máximo relativo en $(3, 5)$ y un mínimo relativo en $(5, 1)$.

e) No hay ninguna discontinuidad.

Representa dicha función.

Solución:



Ejercicio nº 8

Una función, *f*, cumple las siguientes condiciones:

a) El dominio de definición son todos los valores de $x \leq 3$.

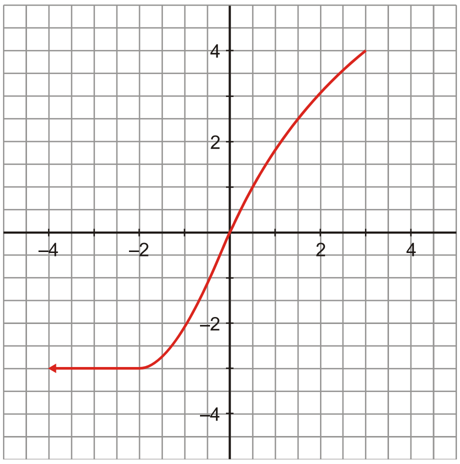
b) Es continua en su dominio.

c) Crece en el intervalo (–2, 3).

d) Pasa por los puntos (0, 0), (–2, –3) y (3, 4).

e) Es constante para todos los valores de $x \leq -2$.

Solución:



<u>Ejercicio nº 9</u>

Representa gráficamente una función, *f*, que cumpla las siguientes condiciones:

a) Está definida en todo $\mathbb{R}$.

b) Es continua.

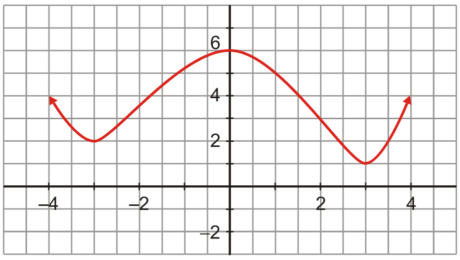
c) Corta al eje *Y* en (0, 6), pero no corta al eje *X*.

d) Crece en (–3, 0) y (3, +∞).

Decrece en (–∞, –3) y (0, 3).

e) Su mínimo es (3, 1), y pasa por el punto (–3, 2).

Solución:



<u>Ejercicio nº 10</u>

Haz la gráfica de una función que cumpla:

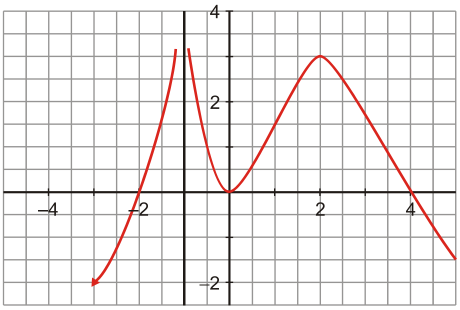
a) Dominio de definición: $\mathbb{R} - \{-1\}$

b) Corta al eje *X* en $x = -2$, $x = 0$ y $x = 4$.

c) Crece en (–∞, –1) y (0, 2); y decrece en (–1, 0) y (2, +∞).

d) Tiene un máximo relativo en (2, 3).

Solución:

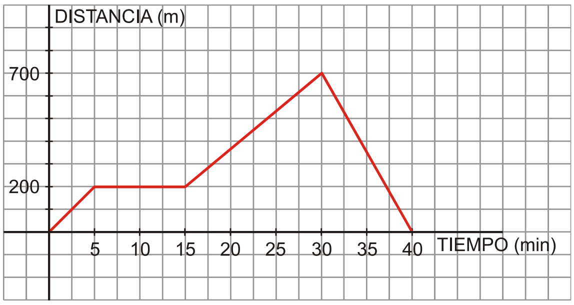


Ejercicio nº 11

***Desde su casa hasta la parada del autobús, María tarda 5 minutos (la parada está a 200 m de su casa); espera durante 10 minutos, y al ver que el autobús tarda más de lo normal, decide ir andando a su lugar de trabajo, situado a 1 km de su casa. Al cuarto de hora de estar andando y a 300 m de su trabajo, se da cuenta de que el teléfono móvil se le ha olvidado en casa y regresa a buscarlo, tardando 10 minutos en llegar*.**

Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.

Solución:

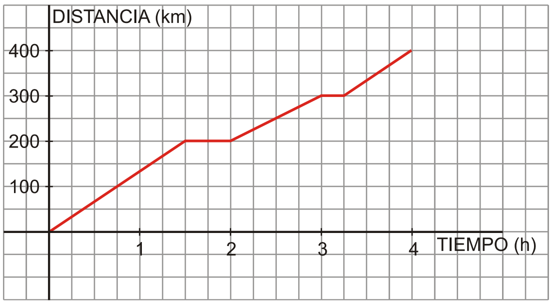


Ejercicio nº 12

***Eduardo se va de vacaciones a una localidad situada a 400 km de su casa; para ello decide hacer el recorrido en coche. La primera parada, de 30 minutos, la hace al cabo de hora y media para desayunar, habiendo realizado la mitad del recorrido. Continúa su viaje sin problemas durante 1 hora, pero a 100 km del final sufre una parada de 15 minutos. En total tarda 4 horas en llegar a su destino*.**

Representa la gráfica *tiempo-distancia recorrida*.

Solución:



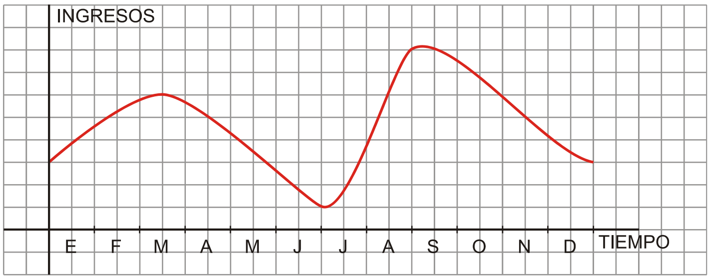
Ejercicio nº 13

Construye una gráfica que corresponda a los ingresos anuales que obtienen unos grandes almacenes, sabiendo que:

Durante los dos primeros meses del año, aumentan paulatinamente debido a las ofertas; desde marzo hasta junio los ingresos van disminuyendo alcanzando, en ese momento, el mínimo anual. En julio y agosto vuelven a crecer los ingresos, alcanzando el máximo del año en agosto. A partir de entonces se produce un decrecimiento que llega a coincidir, en diciembre, con los ingresos realizados al comienzo del año.

Solución:

Esta es una posible gráfica que describe la situación anterior:

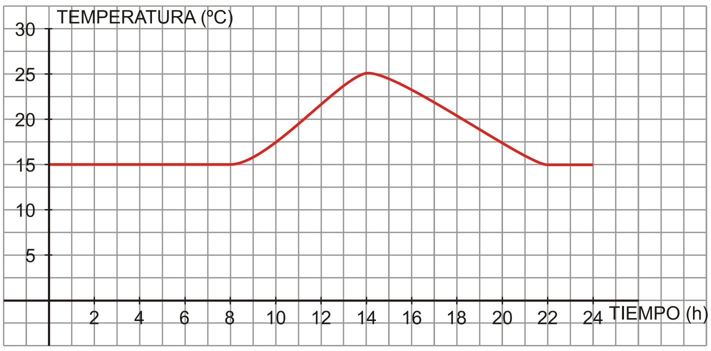


Ejercicio nº 14

Construye una gráfica que se ajuste al siguiente enunciado:

A las 0 horas, la temperatura de una casa es de 15 °C y, por la acción de un aparato que controla la temperatura, permanece así hasta las 8 de la mañana. En ese momento se enciende la calefacción y la temperatura de la casa va creciendo hasta que, a las 14:00 h, alcanza la temperatura máxima de 25 °C. Paulatinamente, la temperatura disminuye hasta el momento en que se apaga la calefacción (a las 10 de la noche) volviendo a coincidir con la que había hasta las 8:00 horas.

Solución:

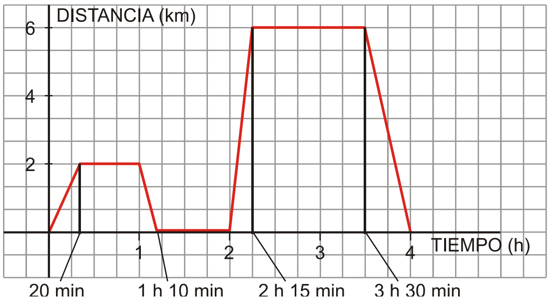


Ejercicio nº 15

Construye una gráfica que describa la siguiente situación:

Rosa tardó, esta mañana, 20 minutos en llegar desde su casa al supermercado situado a 2 km de su casa; después de 40 minutos comprando, regresó en taxi a su casa tardando 10 minutos en llegar. Tras permanecer 50 minutos en su casa, cogió el coche para ir a una cafetería situada a 6 km, para lo cual tardó un cuarto de hora. Al cabo de hora y cuarto, volvió a coger el coche y regresó a su casa, tardando en esta ocasión media hora debido al tráfico.

Solución:



Ejercicio nº 16

Halla la pendiente, la ordenada en el origen y los puntos de corte con los ejes de coordenadas de la recta $5x - 6y + 2 = 0$.

Represéntala gráficamente.

Solución:

- Para calcular la pendiente, despejamos la *y:*

$$5x - 6y + 2 = 0 \;\rightarrow\; 6y = 5x + 2 \;\rightarrow\; y = \frac{5}{6}x + \frac{2}{6} \;\rightarrow\; y = \frac{5}{6}x + \frac{1}{3}$$

La pendiente es $m = \frac{5}{6}$.

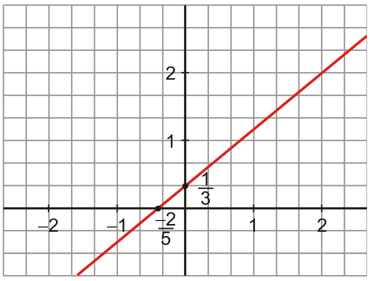
- La ordenada en el origen es $n = \frac{1}{3}$.

- Puntos de corte con los ejes:

— Eje $Y \rightarrow \left(0, \frac{1}{3}\right)$

— Eje $X \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = 0 \\ 5x - 6y + 2 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow 5x + 2 = 0 \rightarrow x = -\frac{2}{5}$

Luego $\left(-\frac{2}{5}, 0\right)$ es el punto de corte con el eje X.



Ejercicio nº 17

Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = -\frac{2}{5}x + 2$

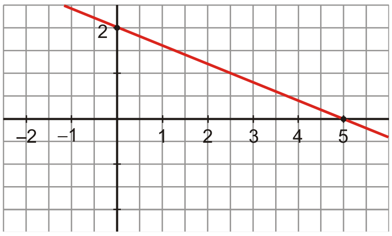
b) $y = -\frac{3}{2}$

c) $y = \frac{5}{3}x$

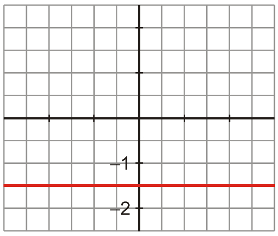
Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	5
y	2	0



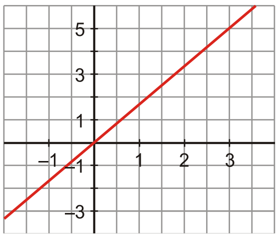
b) $y = -\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad$ Es una recta paralela al eje X que pasa por $\left(0,\ -\frac{3}{2}\right)$.



c) $y = \frac{5}{3}x \quad \rightarrow \quad$ Pasa por el $(0,\ 0)$.

Basta dar otro punto para representarla:

Si $x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 5$



Ejercicio nº 18

Dadas las siguientes rectas, identifica cuáles son paralelas y represéntalas:

a) $\boldsymbol{y = \frac{x+5}{2}}$

b) $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}}$

c) $\boldsymbol{2x + 5y = 3}$

d) $\boldsymbol{2y - x + 3 = 0}$

Solución:

Calculamos la pendiente de cada una de ellas:

$$y = \frac{x+5}{2} \quad \to \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \quad \to \quad m_a = \frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2} \quad \to \quad m_b = 0$$

$$2x + 5y = 3 \quad \to \quad 5y = 3 - 2x \quad \to \quad y = \frac{3}{5} - \frac{2}{5}x \quad \to \quad m_c = -\frac{2}{5}$$

$$2y - x + 3 = 0 \quad \to \quad 2y = x - 3 \quad \to \quad y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \to \quad m_d = \frac{1}{2}$$

Son paralelas la a) y la d) por tener la misma pendiente.

Representamos ambas haciendo una tabla de valores:

a) $y = \frac{x+5}{2}$

x	1	–1
y	3	2

d) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

x	3	1
y	0	–1

Ejercicio nº 19

Representa la siguiente recta tomando la escala adecuada en cada eje:

$$y = \frac{x}{25} + 3$$

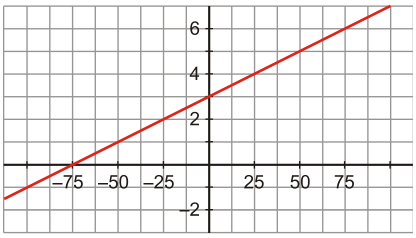
Solución:

Observando que la pendiente de la recta es $m = \frac{1}{25}$, lo más adecuado es tomar la escala en el eje X de 25 en 25.

Hagamos una tabla de valores para ver cuál es la escala más adecuada en el eje Y:

x	–75	–25	0	25	75
y	0	2	3	4	6

En el eje Y, tomamos la escala de 1 en 1.



Ejercicio nº 20

Representa las rectas siguientes:

a) $y = -3{,}5x + 1$

b) $y = \frac{5}{4}$

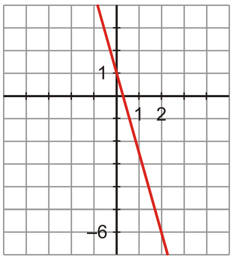
c) $y = -\frac{7}{2}x$

¿Qué relación hay entre las rectas a) y c)?

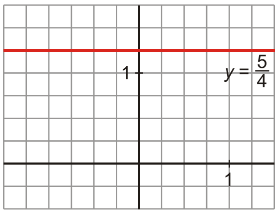
Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	2
y	1	–6



b) Es una recta paralela al eje x que pasa por $\left(0, \frac{5}{4}\right)$.



c) $y = -\frac{7}{2}x$

x	0	2
y	0	–7

Ejercicio nº 21

Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos *A*(1, –3) y *B*(5, 1). ¿Cuál es la ordenada en el origen?

Solución:

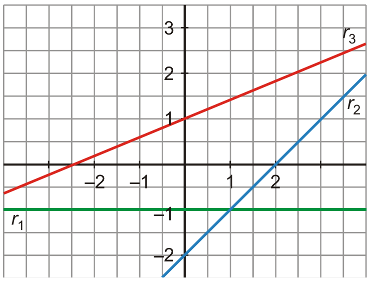
Empezamos hallando su pendiente: $m = \frac{1-(-3)}{5-1} = \frac{4}{4} = 1$

Ecuación de la recta que pasa por *A*(1, –3) y cuya pendiente es $m = 1 \;\; \rightarrow \;\; y = -3 + x - 1 \;\; \rightarrow$
$y = x - 4$

La ordenada en el origen es $n = -4$.

Ejercicio nº 22

Observando las gráficas, indica cuál es la ordenada en el origen de las siguientes rectas y halla la ecuación de cada una de ellas:



Solución:

- Para calcular la ordenada en el origen, basta con observar el punto de corte de cada una de las rectas con el eje Y:

$r_1 \;\rightarrow\; n_1 = -1$

$r_2 \;\rightarrow\; n_2 = -2$

$r_3 \;\rightarrow\; n_3 = 1$

- Calculamos la pendiente de cada una de ellas:

$r_1 \;\rightarrow\; m_1 = 0$

r_2 pasa por $(0,-2)$ y $(2,0)$ $\;\rightarrow\; m_2 = \dfrac{0-(-2)}{2-0} = \dfrac{2}{2} = 1$

r_3 pasa por $(0,1)$ y $\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$ $\;\rightarrow\; m_3 = \dfrac{0-1}{-\frac{3}{2}-0} = \dfrac{-1}{-\frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$

- La ecuación de cada recta será:

$r_1 \;\rightarrow\; y = -1$

$r_2 \;\rightarrow\; y = x - 2$

$r_3 \;\rightarrow\; y = \dfrac{2}{3}x + 1$

Ejercicio nº 23

Indica cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(0,\ -1)$ y $B\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$. Escribe su ecuación y la de la paralela a ella que pasa por el origen de coordenadas.

Solución:

- Pendiente: $m = \dfrac{1}{\frac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$

- Observamos que los puntos que nos dan son los puntos de corte con los ejes; concretamente, de $A(0, -1)$ se obtiene que $n = -1$.

  Así, la ecuación de la recta es: $y = \dfrac{2}{3}x - 1$

- La recta paralela a la anterior que pasa por $(0, 0)$ será: $y = \dfrac{2}{3}x$

Ejercicio nº 1

Representa gráficamente la parábola $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$ localizando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes.

Solución:

- Vértice:

$$x=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{1}=1 \quad\to\quad y=\frac{1}{2}-1-\frac{3}{2}=-1-\frac{2}{2}=-2$$

El vértice es $V(1, -2)$.

- Puntos de corte con los ejes:

— Con el eje Y $\to$ $x=0$ $\quad y=-\frac{3}{2}$ $\to$ $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$

— Con el eje X $\to$ $y=0$ $\to$ $\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0$ $\to$ $x^2-2x-3=0$

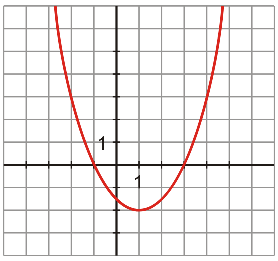
$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{2\pm 4}{2}\begin{cases}3\\-1\end{cases}$$

Puntos de corte con el eje X:

$(3, 0)$ y $(-1, 0)$

- Puntos próximos al vértice:

x	2	-2
y	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$



Ejercicio nº 2

Representa gráficamente la parábola f(x)=(1/4)x^2-2x+4

Solución:

Por ser una función cuadrática, su representación es una parábola.

- Hallamos su vértice:

$$x = \frac{2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 4 \quad \rightarrow \quad y = \frac{1}{4} \cdot 16 - 8 + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad V(4, 0)$$

- Puntos de corte con los ejes:

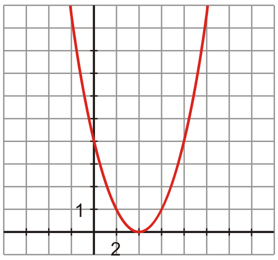
— Con el eje $X \quad \rightarrow \quad y = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - 8x + 16 = 0$

$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad \rightarrow \quad (4, 0)$, que coincide, lógicamente, con el vértice.

— Con eje $Y \quad \rightarrow \quad x = 0 \quad \rightarrow \quad y = 4 \quad \rightarrow \quad (0, 4)$

- Puntos próximos al vértice:

x	1	2	3	6	8
y	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	1	4



<u>Ejercicio nº 3</u>

Representa la siguiente parábola: $y = 2x^2 - x - 3$

Solución:

- Calculamos su vértice:

$$x = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad y = \frac{2}{16} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8} \quad \rightarrow \quad V\left(\frac{1}{4}, -\frac{25}{8}\right)$$

- Puntos de corte con los ejes:

— Con eje Y $\rightarrow$ $x = 0$ $\rightarrow$ $y = -3$ $\rightarrow$ $(0, -3)$

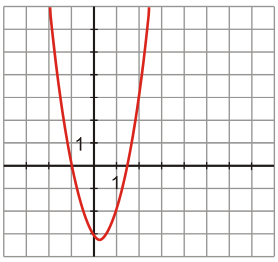
— Con eje X $\rightarrow$ $y = 0$ $\rightarrow$ $2x^2 - x - 3 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} \begin{cases} \frac{3}{2} \\ -1 \end{cases}$$

Los puntos de corte con el eje X son: $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ y $(-1, 0)$

- Puntos próximo al vértice:

x	1	2	$\frac{1}{2}$
y	-2	3	-3



<u>Ejercicio nº 4</u>

Representa gráficamente la parábola $y = -x^2 + 10x - 9$.

Solución:

- Hallamos el vértice:

$$x = \frac{-10}{-2} = 5 \quad \rightarrow \quad y = -25 + 50 - 9 = 16 \quad \rightarrow \quad V(5, 16)$$

- Puntos de corte con los ejes:

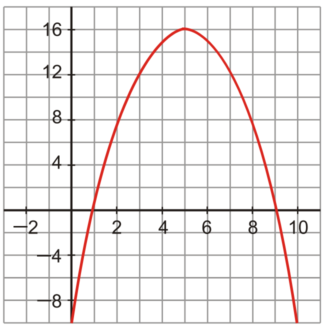
— Con eje Y $\rightarrow$ $x = 0$ $\rightarrow$ $y = -9$ $\rightarrow$ $(0, -9)$

— Con eje X $\rightarrow$ $y = 0$ $\rightarrow$ $-x^2 + 10x - 9 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 36}}{-2} = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-10 \pm 8}{-2} = \begin{cases} \dfrac{-18}{-2} = 9 \quad \rightarrow \quad (9, 0) \\ \dfrac{-2}{-2} = 1 \quad \rightarrow \quad (1, 0) \end{cases}$$

- Tabla de valores para obtener puntos próximos al vértice:

x	2	3	4	6	7	8	10
y	7	12	15	15	12	7	–9



Ejercicio nº 5

Representa gráficamente la función $y = -x^2 + 2x - 1$.

Solución:

Por ser una función cuadrática, su representación es una parábola.

- Hallamos su vértice:

$$x = \frac{-2}{-2} = 1 \quad \rightarrow \quad y = -1 + 2 - 1 = 0 \quad \rightarrow \quad V(1, 0)$$

- Puntos de corte con los ejes:

— Con eje Y $\rightarrow$ $x = 0$ $\rightarrow$ $y = -1$ $\rightarrow$ $(0, -1)$

— Con eje X $\rightarrow$ el único punto de corte será el vértice: $(1, 0)$

- Puntos próximos al vértice:

x	2	–2	–1	3
y	–1	–9	–4	–4