

FICHA 5: 76 problemas de planteamiento de ecuaciones y sistemas

RECORDAR: A la hora de resolver un problema que requiera el planteamiento de una ecuación o un sistema se recomienda:

- **Leer** atentamente **el enunciado** en su totalidad, para hacerse una idea de la situación. Se recomienda anotar los datos.
- **Detectar qué nos piden** y llamarlo **x** (e **y**, si se trata de un sistema).
- **Plantear la ecuación** (o el sistema) que relaciona algebraicamente los datos del enunciado y la(s) incógnita(s). Para ello suele ser recomendable hacer una tabla –en los problemas de edades–, o un dibujo –en los de tipo geométrico–, o un diagrama –problemas de mezclas, depósitos...–, etc.
- **Resolverla**, interpretando correctamente los resultados obtenidos
- **Comprobar** que la(s) solución(es) obtenida(s) verifican las condiciones **DEL ENUNCIADO**.

Planteamiento de una ecuación de 1º grado:

1. Juan pierde los $\frac{3}{8}$ de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio?
(Sol: 16 canicas)
2. Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado $\frac{1}{3}$ del combustible que llevábamos. Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito?
(Sol: 60 l)
3. De un depósito se gasta primero la mitad del agua, y luego la cuarta parte **de lo que quedaba**. Al final, quedan 12 litros. Hallar la capacidad del depósito. (Sol: 32 l)
4. Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? (Sol: 74 l)
5. Juan gasta los $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía y le sobran 30 euros. ¿Cuánto dinero gastó? (Sol: 45 €)
6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano, y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?
(Sol: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)
7. Lanzamos una pelota al aire y cuando cae rebota hasta los $\frac{3}{4}$ de la altura que ha caído; vuelve a rebotar y llega hasta los $\frac{2}{3}$ de la anterior altura. Si la primera vez llegó a 6 metros de altura, ¿qué altura alcanza la pelota en el segundo bote? ¿Desde qué altura se lanzó al principio? (Sol: 4 m; 8 m)
8. Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 77 (Sol: 38 y 39)

9. Un pastor vende $\frac{1}{5}$ de sus ovejas. Después compra 120 y así pasa a tener el doble de las que tenía al principio. ¿Cuántas tenía originalmente? (Sol: 100 ovejas)
10. a) Hallar la base de un rectángulo de altura 8 cm y perímetro 56 cm. (Sol: 20 cm)
b) Hallar la altura de un rectángulo de perímetro 57 m y base 13,4 m. (Sol: 15,1 m)
c) La diagonal mayor de un rombo es el triple de la menor, y ambas suman 20 cm. Hallar éstas. (Sol: 5 cm y 10 cm)
11. Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los $\frac{2}{3}$ de los que quedaban. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? (Ayuda: llamar x a los alumnos que había al principio) (Sol: $\frac{1}{4}$)
12. Mi padre tiene 6 años más que mi madre. ¿Qué edad tiene cada uno si dentro de 9 años la suma de sus edades será de 84 años? (Sol: 36 años el padre y 30 la madre)
13. Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que al dividir el mayor entre el menor el cociente es 2 y el resto 3. (Soluc: 11 y 25)
14. Carlos es 6 años mayor que Javier y éste tiene la mitad de años que Pablo. Hallar la edad de cada uno, sabiendo que suman 70 años. (Soluc: 16, 22 y 32 años)
15. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? (Sol: 300 págs.; 60 págs.)
16. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? (Sol: 150 cómics)
17. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (Sol: 80 kg)
18. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? (Sol: 12 personas)
19. Un padre reparte entre sus tres hijos respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le quedan 26 € ¿Cuánto dinero tenía al principio? (Sol: 120 €)
20. Problema del bambú (texto indio del siglo IX): Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? (Sol: 23 codos)

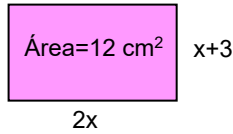
- 21.** Un tonel está lleno de vino. Cada día se extraen 2 garras de 5 l, que son remplazadas por dos garrafas idénticas de agua. Al cabo de 6 días hay la mitad de vino y la mitad de agua. ¿Qué capacidad tiene el depósito? (Sol: 120 l)
- 22.** Un profesor llevaba corregidos al mediodía la $\frac{1}{3}$ parte del total de exámenes de un grupo. Si corrige 6 más, habrá corregido la mitad ¿Cuántos exámenes son? ¿Cuántos llevaba corregidos al mediodía? (Sol: 36; 12)
- 23.** En una evaluación de Matemáticas ha aprobado $\frac{3}{4}$ de la clase. El resto se presenta a la recuperación, aprobando $\frac{1}{3}$ de ellos. Al final del proceso son en total 20 los aprobados ¿Cuál es la proporción de aprobados? ¿Cuántos estudiantes forman la clase? (Sol: Aprueban $\frac{5}{6}$ de la clase; 24 estudiantes)
- 24.** Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? (Sol: 1,6 millones)
- 25.** Se han repartido 500 l de gasóleo, a partes iguales, en dos depósitos. ¿Cuántos l se han de pasar de uno a otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero? (Sol: 125 l)
- 26.** Un hortelano siembra la mitad de su huerta de pimientos, la tercera parte de tomates y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Qué superficie tiene la huerta? (Sol: 1200 m²)
- 27.** Juan tiene 45 € y Rosa 30 €. Después de comprar los dos el mismo libro a Rosa le queda el doble de dinero que a Juan. ¿Cuál es el precio del libro? (Sol: 15 €)
- 28.** Entre la bolsa A y la bolsa B hay un total de 80 bolas. Si pasáramos 10 bolas de la B a la A, el número de bolas de la bolsa A sería el triple del de la bolsa B ¿Cuántas bolas hay en cada bolsa? Comprobar la solución obtenida (No vale resolverlo por tanteo, sino algebraicamente) (Sol: 50 en A y 30 en B)
- 29.** Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró $\frac{1}{6}$ de su vida... se dejó barba después de $\frac{1}{12}$ más. Después de $\frac{1}{7}$ de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. (Sol: 84 años)
- 30.** Cierta tienda de animales vende pájaros grandes y pájaros pequeños. Cada pájaro grande se vende a dos veces el precio de uno pequeño. Entró una señora y compró cinco pájaros grandes y tres pequeños. Si en vez de eso hubiese comprado tres pájaros grandes y cinco pequeños, habría gastado 20 € menos. ¿Cuál es el precio de cada pájaro? (Sol: 10 € el pequeño y 20 € el grande)

Planteamiento de una ecuación de 2º grado:

- 31.** Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 (Sol: 19 y 20)
- 32.** Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 (Sol: 7)
- 33.** Dos números consecutivos son tales que la diferencia de sus cuadrados es 39. Hallar dichos números. (Sol: 19 y 20)

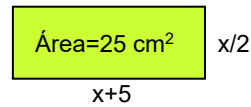
34. Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:

a)



(Sol: $x \approx 1,37$ cm)

b)



(Sol: $x=5$ cm)

35. En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Sol: 30)

36. Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 m². Calcular las dimensiones del rectángulo. (Sol: 5x10 m)

37. Hallar una fracción irreducible sabiendo que su denominador es igual al cuadrado del numerador menos 4, y ambos términos suman 86 (Soluc: 9/77)

38. Un rectángulo tiene un lado 3 cm mayor que el otro, y su área es 108 cm². Hallar sus dimensiones. (Soluc: 9x12 cm²)

39. Uno de los lados de un rectángulo es 3 m más pequeño que el triple del otro. Si el perímetro y área coinciden numéricamente, hallar ambos lados. (Soluc: 3 y 6 m)

40. Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm² ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? (Sol: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)

41. Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. (Sol: se verifica para cualquier edad)

42. Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? (Sol: ± 45)

43. Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195. (Sol: 13 y 15)

44. Un solar rectangular de 143 m² tiene un lado 2 m más pequeño que el otro. Hallar sus dimensiones. (Sol: 11x13 m)

45. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m³. Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. (Sol: 20 m)

46. Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote. (Sol: 1116 baldosas)

47. Dos números consecutivos son tales que su producto es igual al cuádruple del menor de ambos. Hallar dichos números. (Sol: hay dos soluciones: 3 y 4; 0 y 1)