

Definición y forma exponencial	
Definición: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n$ $\sqrt[n]{a}$ es el radical, a el radicando y n el índice de la raíz. Si $a \geq 0$, $\sqrt[n]{a}$ existe cualquiera que sea n. Si $a < 0$, $\sqrt[n]{a}$ solo existe para valores impares de n.	a) $\sqrt{81} = 9 \Leftrightarrow 81 = 9^2$ b) $\sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow -27 = (-3)^3$ c) $\sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{81}{16} = \left(\frac{3}{4}\right)^4$
Forma exponencial: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$; $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$, ya que $(2^{\frac{1}{3}})^3 = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$
Propiedades de los radicales	
Radicales equivalentes: $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$	Esta propiedad se usa para simplificar radicales, dividiendo índice y exponente entre un divisor común: $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt[2 \cdot 4]{3^4} = \sqrt{3}$ También se usa para reducir radicales a índice común: Por ejemplo: reducir a índice común $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{2}$: $\sqrt{2} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^3} = \sqrt[6]{8}; \sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \cdot 2]{2^2} = \sqrt[6]{4}$
Potencia de un radical: $(\sqrt[n]{a})^p = \sqrt[n]{a^p}$ En particular: $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a$	$(\sqrt[6]{2})^4 = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2}$
Raíz de una raíz: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[4]{9}} = \sqrt[3 \cdot 4]{9} = \sqrt[12]{9} = \sqrt[12]{3^2} = \sqrt[6]{3}$
Raíz de un producto: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$ (en este ejemplo la propiedad se ha utilizado dos veces)
Raíz de un cociente: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt{9}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{\sqrt[6]{(12)^2} \cdot \sqrt[6]{9^3}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt[6]{\frac{(2^2 \cdot 3)^2 \cdot (3^2)^3}{2 \cdot 3}} =$ $= \sqrt[6]{\frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^6}{2 \cdot 3}} = \sqrt[6]{2 \cdot 3^7} = \sqrt[6]{4374}$ (observa cómo se han utilizado en este ejemplo varias de las propiedades anteriores para simplificar)
Extracción de factores de un radical	
Supongamos que tenemos un radical de la forma $\sqrt[n]{a^m}$, donde $m > n$. Si efectuamos la división m entre n, obtenemos un cociente c y un resto r. Entonces tenemos: $\sqrt[n]{a^m} = a^c \sqrt[n]{a^r}$	$\sqrt[5]{2^{39}} = 2^7 \sqrt[5]{2^4} = 256 \sqrt[5]{16}$ Observa que al dividir 39 entre 5 el cociente es 7 y el resto es 4
Suma de radicales	
Dos radicales se dicen semejantes si la raíz que aparece en ambos tiene el mismo índice y el mismo radicando (por ejemplo $5\sqrt{2}$ y $-3\sqrt{2}$ son radicales semejantes). Solamente se pueden sumar (o restar) radicales que sean semejantes.	$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2} - \sqrt{5^2 \cdot 3} =$ $= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2 + 3 - 5)\sqrt{3} = 0\sqrt{3} = 0$