

Múltiplo y divisor

Si al dividir un número entero a entre otro número entero b se obtiene resto igual a cero, se dice que la división **exacta**. En estos casos podemos afirmar que:

a es divisible por b	a es múltiplo de b	b es divisor (o factor) de a
---------------------------------	-------------------------------	---

El número 0 recibe el nombre de **elemento neutro** y es múltiplo de cualquier número entero. El número 1 recibe el nombre de **elemento unidad** y es divisor de cualquier número entero. Además, todo número entero es múltiplo y divisor de sí mismo.

El conjunto formado por todos los múltiplos de un número entero a se obtiene multiplicando dicho número por los sucesivos números enteros.

Ejemplo 1:

12 es un múltiplo de 3 por que al dividir 12 entre 3 se obtiene 4 de cociente y 0 de resto. Es decir:

$$12 = 3 \cdot 4$$

Observa que, en este caso, 12 también es un múltiplo de 4. Además 3 y 4 son ambos divisores de 12.

Ejemplo 2:

El conjunto ordenado de todos los múltiplos de 3 es

$$\{\dots, -15, -12, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$$

Observa que lo que hemos hecho es multiplicar 3 por todos los números enteros.

Números primos

Un número entero se dice que es **primo** cuando es mayor que uno y sus únicos divisores positivos son él mismo y la unidad. El único número primo par es el 2. Los demás números primos son impares (si hubiera algún primo par mayor que 2 tendría como divisor al 2 y no se cumpliría la definición de número primo). De todas formas también hay muchos números impares que no son primos, por ejemplo el 9 o el 91. Un número entero que no es primo se llama **compuesto**.

Ejemplo 3:

El conjunto de los números primos menores que 50 es:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

Criterios de divisibilidad

Los **criterios de divisibilidad** son reglas que nos permiten reconocer, sin necesidad de realizar la división, si un número es divisible por otro. En la siguiente tabla tienes los criterios de divisibilidad para 2, 3, 5, 10 y 11:

Divisible por	Regla
2	Si la última cifra es 0 o par.
3	Si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.
5	Si la última cifra es 0 o 5.
6	Si es divisible a la vez por 2 y por 3.
10	Si la última cifra es 0.
11	Si la diferencia entre la suma de las cifras de lugar par y la suma de las cifras de lugar impar es 0 o múltiplo de 11.

Ejemplo 4:

El número entero 2541 no es divisible por 2 porque no termina en cero ni en cifra par. Sin embargo sí que es divisible por 3 porque $2+5+4+1=12$, que es un múltiplo de tres. No es divisible por 5 porque no termina ni en 0 ni en 5. Tampoco es divisible por 10 (no acaba en cero). Sí que es divisible por 11 porque $(2+4)-(5+1)=0$.

Descomposición de un número entero en producto de factores primos o factorización

Un número entero se puede expresar de forma única como producto de números primos. A esta expresión se le llama **descomposición en producto de factores primos** del número o, simplemente, **factorización**. Habitualmente se agrupan los factores primos iguales escribiéndolos en forma de potencia. Si el número es negativo, se factoriza el correspondiente positivo, y añadimos el factor -1 a la descomposición, es decir, la factorización la escribimos negativa, como el número original. El proceso para obtener la factorización de un número entero se ilustra en los siguientes ejemplos.

Ejemplo 5:

Para factorizar el número 360 vamos dividiendo entre sus factores primos (de menor a mayor) hasta obtener como cociente la unidad.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Entonces: $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Ejemplo 6:

Para factorizar el número -756 , factorizamos el correspondiente positivo, o sea, 756. Para ello se procede como en el ejemplo anterior:

$$\begin{array}{r|l} 756 & 2 \\ 378 & 2 \\ 189 & 3 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Por tanto: $-756 = -1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = -2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

El **máximo común divisor** de varios números $a, b, c, \dots$ es el mayor de sus divisores comunes, y se escribe así:

$$\text{mcd}(a, b, c, \dots)$$

Para calcular el máximo común divisor de varios números enteros se factorizan estos, y se toman solamente los factores primos comunes, elevado cada uno al menor de los exponentes con el que aparece.

El **mínimo común múltiplo** de varios números $a, b, c, \dots$ es el menor de sus múltiplos comunes, y se escribe así:

$$\text{mcm}(a, b, c, \dots)$$

Para calcular el mínimo común múltiplo de varios números enteros se factorizan estos, y se toman todos los factores primos, comunes y no comunes, elevado cada uno al mayor de los exponentes con el que aparece.

Ejemplo 6:

Para hallar el máximo común divisor de 90 y 420 factorizamos ambos números:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 ; 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Ahora tomamos solamente los factores primos comunes, elevado cada uno al menor de los exponentes con el que aparece:

$$\text{mcd}(180, 420) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Ejemplo 7:

Para hallar el mínimo común múltiplo de 45 y 60 factorizamos ambos números:

$$45 = 3^2 \cdot 5 ; 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Ahora tomamos los factores primos, comunes y no comunes, elevados cada uno al mayor de los exponentes con el que aparece:

$$\text{mcm}(45, 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Ejemplo 8 (problema resuelto):

En una fábrica se oye el escape de una válvula de gas cada 45 segundos, y el golpe de un martillo pilón, cada 60 segundos. Si se acaban de oír ambos sonidos simultáneamente, ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?

Solución:

El tiempo que ha de transcurrir para que coincidan ambos sonidos ha de ser un múltiplo común de 45 y 60. Además tiene que ser el mínimo de ellos. Como $\text{mcm}(45, 60) = 180$, ambos sonidos tardarán 180 segundos (3 minutos) en coincidir de nuevo.

¿Cómo se suman y se restan números enteros?

Es más fácil verlo con algunos ejemplos que explicarlo con palabras.

Ejemplo 1: $8 + 3 - 7 + 5 - 4$ a) Sumo los números positivos: $8 + 3 + 5 = 16$ b) Sumo los números negativos: $7 + 4 = 11$ c) Luego se resta: $16 - 11 = 5$ (observa que el resultado es, en este caso, positivo). Por cierto: $16 - 11 = -11 + 16 = 5$	Ejemplo 2: $-6 + 5 - 4 + 8 - 9$ a) Sumo los números positivos: $5 + 8 = 13$ b) Sumo los números negativos: $6 + 4 + 9 = 19$ c) Luego se resta: $13 - 19 = -6$ (observa que el resultado es ahora negativo porque 19 es mayor que 13). Por cierto: $13 - 19 = -19 + 13 = -6$
---	---

Los matemáticos de verdad lo hacen en una sola línea, dando un par de pasos, separados por el signo igual:

$$8 + 3 - 7 + 5 - 4 = 16 - 11 = 5$$

$$-6 + 5 - 4 + 8 - 9 = 13 - 19 = -6$$

¡Y así es como nos debemos de acostumbrar a hacerlo a partir de ahora!

Hay otra forma de hacer las operaciones anteriores: se procede operando siempre de izquierda a derecha. Fíjate:

Ejemplo 1: $8 + 3 - 7 + 5 - 4 = 11 - 7 + 5 - 4 =$ $= 4 + 5 - 4 = 9 - 4 = 5$	Ejemplo 2: $-6 + 5 - 4 + 8 - 9 = -1 - 4 + 8 - 9 =$ $= -5 + 8 - 9 = 3 - 9 = -6$
--	---

Elige la forma que más te guste. Son equivalentes. ¡Pero no te equivoques nunca! ☺

¿Y si hay paréntesis?

Pues se hace primero la operación que hay entre paréntesis y luego se procede como antes. Veamos otro par de ejemplos.

Ejemplo 3: $9 - (2 - 7 + 3) + (-2 + 6) =$ $= 9 - (-2) + (4) = 9 + 2 + 4 = 15$	Ejemplo 4: $12 + (8 - 15) - (5 + 8) =$ $= 12 + (-7) - (13) = 12 - 7 - 13 = 12 - 20 = -8$
--	---

Observa que un **menos** delante de un paréntesis cambia el signo de “lo que hay dentro” del mismo. Sin embargo, un **más** delante del paréntesis deja “lo que hay dentro” del mismo tal y como estaba.

Hay otra forma de hacerlo y tiene que ver con lo que se ha dicho en el párrafo anterior. Se puede suprimir directamente cualquier paréntesis teniendo en cuenta que:

- ✓ Si está precedido del signo **más** los signos interiores no varían.
- ✓ Si está precedido del signo **menos** se cambian los signos interiores.

Ejemplo 3: $9 - (2 - 7 + 3) + (-2 + 6) =$ $= 9 - 2 + 7 - 3 - 2 + 6 = 22 - 7 = 15$	Ejemplo 4: $12 + (8 - 15) - (5 + 8) =$ $= 12 + 8 - 15 - 5 - 8 = 20 - 28 = -8$
--	--

Elige la forma que más te guste. Son equivalentes. Pero te digo lo mismo que antes: ¡no te equivoques nunca! ☺

Veamos, finalmente, otro ejemplo más un poco más largo. Ahora con corchetes:

Ejemplo 5: $[10 - (14 - 21)] - [5 - (17 - 11 + 6)] =$ $= [10 - (-7)] - [5 - (23 - 11)] = [10 + 7] - [5 - 12] = 17 - [-7] = 17 + 7 = 24$	¡Despacito y buena letra! Así llegarás lejos
--	---

¿Cómo se multiplican y se dividen números enteros?

El producto o multiplicación se notará con un punto ($\cdot$). A veces incluso no se pone nada. Por ejemplo: $2(3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$. Para denotar la división se utilizan dos puntos ($:$). Pero antes de nada recordemos la **regla de los signos**:

Multiplicación		División	
Regla	Ejemplo	Regla	Ejemplo
$(+) \cdot (+) = +$	$2 \cdot 5 = 10$	$(+) : (+) = +$	$24 : 6 = 4$
$(-) \cdot (-) = +$	$-3 \cdot (-4) = 12$	$(-) : (-) = +$	$-36 : (-9) = 4$
$(+) \cdot (-) = -$	$6 \cdot (-5) = -30$	$(+) : (-) = -$	$18 : (-3) = -6$
$(-) \cdot (+) = -$	$-9 \cdot 4 = -36$	$(-) : (+) = -$	$(-12) : 4 = -3$
Observa que, si no es necesario, no se escribe el paréntesis. Además, a los números positivos no es necesario ponerles delante el signo $+$. ¡Esta propiedad se conoce como economía del lenguaje matemático !			

Ambas operaciones con frecuencia aparecen mezcladas. En este caso se efectúan **de izquierda a derecha** teniendo en cuenta las reglas anteriores:

Ejemplo 6:

$$(-2) \cdot (-5) \cdot 4 : 2 \cdot (-3) = \\ = 10 \cdot 4 : 2 \cdot (-3) = 40 : 2 \cdot (-3) = 20 \cdot (-3) = -60$$

Ejemplo 7:

$$3 \cdot (-4) \cdot (-1) : (-2) \cdot (-7) = \\ = -12 \cdot (-1) : (-2) \cdot (-7) = 12 : (-2) \cdot (-7) = \\ = (-6) \cdot (-7) = 42$$

Operaciones combinadas

Normalmente, las cuatro operaciones anteriores (suma, resta, multiplicación y división), aparecen combinadas. Para no equivocarte debes seguir siempre, y ordenadamente, esta **jerarquía**:

1. Corchetes y paréntesis.
2. Multiplicaciones y divisiones.
3. Sumas y restas.

Hay que tener en cuenta que las operaciones del mismo nivel (multiplicaciones y divisiones por un lado, y sumas y restas por otro) se realizan siempre **de izquierda a derecha**.

Ejemplo 8:

$$(-2) \cdot (5 - 9) + 6 \cdot (3 - 5) = \\ \text{[primero los paréntesis]} \\ = (-2) \cdot (-4) + 6 \cdot (-2) = \\ \text{[ahora las multiplicaciones]} \\ = 8 + (-12) = 8 - 12 = -4 \\ \text{[al final hemos realizado las sumas y restas]}$$

Ejemplo 9:

$$5 + 28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)] = \\ = 5 + 28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot 5] = \\ = 5 + 28 : (-7) - 6 \cdot [23 - 25] = \\ = 5 + 28 : (-7) - (-6) \cdot (-2) = \\ = 5 + (-4) - 12 = 5 - 4 - 12 = 5 - 16 = -11$$

¿Que las operaciones son un poco más largas? No pasa nada. Con paciencia y sin prisa, siguiendo la jerarquía, todo debe de salir bien. Insisto: no tengas prisa y acabarás antes. ☺

Ejemplo 10:

$$5 \cdot (10 - 2 \cdot 3) + [9 \cdot 2 - 8 \cdot 3 - (1 + 6 \cdot 4 - 5) + 3 \cdot 8] - 3 \cdot (1 + 2) = \\ = 5 \cdot (10 - 6) + [18 - 24 - (1 + 24 - 5) + 24] - 3 \cdot 3 = 5 \cdot 4 + [18 - 24 - 20 + 24] - 3 \cdot 3 = \\ = 20 + (-2) - 9 = 20 - 2 - 9 = 20 - 11 = 9$$

¿Cómo se suman y se restan fracciones?

Primero tienes que saber lo que son **fracciones equivalentes**. Se dice que dos fracciones son equivalentes cuando expresan la misma cantidad. Por ejemplo, $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ representan la misma cantidad: $2:4 = 4:8 = 0,5$. También podemos comprobar si dos fracciones son equivalentes cuando forman una **proporción**, es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Si se multiplica o divide el numerador y denominador de una fracción por una misma cantidad se obtiene una fracción equivalente a la dada.

Así, por ejemplo, si dividimos el numerador y el denominador de la fracción $\frac{32}{24}$ entre 8 obtenemos la fracción $\frac{4}{3}$, que es equivalente a la primera. Este proceso se conoce con el nombre de **simplificación de fracciones**. Una fracción que no se puede simplificar se llama **fracción irreducible**. Si el número entre el que dividimos el numerador y el denominador es el máximo común divisor de ambos, entonces estaremos seguros de que la fracción que se obtiene es la irreducible.

Ejemplo 1:

$\frac{3}{5}$ y $\frac{18}{30}$ son fracciones equivalentes, es decir $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$, porque $3 \cdot 30 = 5 \cdot 18$ (el resultado de ambos productos es 90).

Ejemplo 2:

Para simplificar la fracción $\frac{228}{324}$ hasta obtener la fracción irreducible, dividimos el numerador y el denominador de la fracción entre el máximo común divisor de ambos. Como $\text{mcd}(228, 324) = 12$ (¡compruébalo!), tenemos:

$$\frac{228}{324} = \frac{228:12}{324:12} = \frac{19}{27}$$

Para **sumar o restar fracciones con el mismo denominador** se suman o restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Finalmente se simplifica la fracción resultante hasta obtener la fracción irreducible.

Ejemplo 3:

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Ejemplo 4:

$$\frac{7}{6} - \frac{16}{6} = \frac{7-16}{6} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$$

Para **sumar o restar fracciones con distinto denominador** se calculan fracciones equivalentes a cada una de ellas con el mismo denominador (esto se llama reducir a común denominador). El común denominador que se escoge es el mínimo común múltiplo de todos los denominadores. Una vez hecho esto se procede como en el caso anterior. Al final, se simplifica el resultado.

Ejemplo 5:

$$\frac{7}{8} + \frac{4}{12} = [\text{reducimos a común denominador con el MCM de 8 y 12, que es 24}] = \frac{21}{24} + \frac{8}{24} = \frac{21+8}{24} = \frac{29}{24}$$

Ejemplo 6:

$$\frac{11}{18} - \frac{9}{20} = [\text{reducimos a común denominador con el MCM de 20 y 18, que es 180}] = \frac{110}{180} - \frac{81}{180} = \frac{110-81}{180} = \frac{29}{180}$$

También se pueden sumar o restar, simultáneamente, varias fracciones. Veamos un ejemplo.

Ejemplo 7:

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{4}{9} = [\text{el común denominador es } \text{mcm}(2,8,6,9) = 72] = \frac{36}{72} - \frac{27}{72} + \frac{60}{72} - \frac{32}{72} = \frac{36-27+60-32}{72} = \frac{37}{72}$$

¿Cómo se multiplican y se dividen fracciones?

Al igual que ocurría con los números enteros, el producto o multiplicación se notará con un punto ($\cdot$). A veces incluso no se pone nada. Para denotar la división se utilizan dos puntos ($:$). Recuerda que para multiplicar o dividir números enteros también hay que tener en cuenta las reglas de los signos que ya se vieron para el producto y la división de números enteros.

El **producto de dos fracciones** se hace en línea: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$. Ejemplo: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

La **división de dos fracciones** se efectúa en cruz: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$. A veces la división no la denotaremos con dos puntos sino con

otra “raya de fracción”. Observa: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$. Ejemplo: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$.

Ambas operaciones con frecuencia aparecen mezcladas. En este caso se efectúan **de izquierda a derecha**.

Ejemplo 8:

$$\frac{1}{2} : \left(-\frac{4}{5} \right) \cdot \frac{4}{3} = -\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{20}{24} = -\frac{5}{6}$$

[¡comprueba que si haces antes el producto no sale el mismo resultado!]

Ejemplo 9:

$$\left(-\frac{6}{5} \right) \cdot \frac{3}{2} : \frac{9}{10} = \left(-\frac{18}{10} \right) : \frac{9}{10} = -\frac{180}{90} = -2$$

Operaciones combinadas

Al igual que ocurría con los números enteros, las cuatro operaciones anteriores (suma, resta, multiplicación y división), aparecen combinadas. Para no equivocarte debes seguir siempre, y ordenadamente, esta **jerarquía**:

1. Corchetes y paréntesis.
2. Potencias, multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).
3. Sumas y restas (también de izquierda a derecha).

¡IMPORTANTE! En muy conveniente fijarse en las fracciones que se obtienen en cada paso y simplificarlas en los pasos intermedios (no dejarlo para el final). Así, los cálculos serán más sencillos, pues se trabajará con números más pequeños.

Ejemplo 10:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2} \right) &= [\text{primero el paréntesis; además, como es posible, simplificamos}] = \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{5}{10} \right) = \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \\ &[\text{ahora la multiplicación}] = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = [\text{finalmente la resta; también simplificamos el resultado final}] = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{8}{20} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

¿Que las operaciones son un poco más largas? No pasa nada. Con paciencia y sin prisa, siguiendo la jerarquía, todo debe de salir bien. Insisto: no tengas prisa y acabarás antes. Observa atentamente el siguiente ejemplo, y convéncete de que entiendes todos y cada uno de los pasos.

Ejemplo 11:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \cdot \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right] &= \\ = \left(\frac{2}{6} + \frac{3}{6} \right) \cdot \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{10}{12} - \frac{9}{12} \right) : \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12} \right) \right] &= \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{12} : \frac{5}{12} \right] = \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{12}{60} \right] = \frac{5}{6} \cdot \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \right] = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Números racionales e irracionales

Toda fracción con denominador distinto de uno es o bien un **decimal exacto**, un **decimal periódico puro** o un **decimal periódico mixto**. A la fracción irreducible asociada a un decimal exacto, un decimal periódico puro o un decimal periódico mixto se le llama **fracción generatriz** asociada al número decimal. Por tanto, todos ellos pertenecen al conjunto $\mathbb{Q}$ de las **fracciones**, también llamado conjunto de los **números racionales**.

Decimales exactos

Tienen un número limitado o finito de cifras decimales. Para pasar un decimal exacto a fracción se escribe, en el numerador, el número sin la coma decimal y, en el denominador, un 1 seguido de tantos ceros como cifras decimales haya. Luego, si es posible, se simplifica la fracción.

Ejemplo: $0,128 = \frac{128}{1000} = \frac{16}{125}$

Decimales periódicos puros

Tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente inmediatamente después de la coma decimal. Las cifras que se repiten reciben el nombre de **período**. El período puede tener una o más cifras decimales. Para pasar un decimal periódico puro a fracción se procede de la siguiente manera: llamamos x al número decimal en cuestión. Luego multiplicamos x por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el período y restamos esta cantidad de x . Al despejar el valor de x obtenemos la fracción generatriz.

Ejemplo: $3,\overline{62}$

$$\begin{array}{r} 100x = 362,6262626262... \\ - \quad x = 3,6262626262... \\ \hline 99x = 359 \Rightarrow x = \frac{359}{99} \end{array}$$

Regla memorística: en el numerador escribimos la parte entera seguida del período, menos la parte entera; y en el denominador, tantos nueves como cifras tenga el período:

$$x = \frac{362 - 3}{99} = \frac{359}{99}$$

Decimales periódicos mixtos

Tienen infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente, pero no inmediatamente después de la coma decimal. Es decir, entre la parte entera y el período hay un número de cifras llamado **anteperíodo**. Para pasar un decimal periódico mixto a fracción llamamos x al número decimal. Ahora multiplicamos por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el período y el anteperíodo y multiplicamos también por un 1 seguido de tantos ceros como cifras tiene el anteperíodo. Realizamos la resta como en el caso anterior y despejamos el valor de x para obtener la fracción generatriz.

Ejemplo: $15,52\overline{21}$

$$\begin{array}{r} 10000x = 155221,2121212121... \\ - \quad 100x = 1552,2121212121... \\ \hline 9900x = 153669 \Rightarrow x = \frac{153669}{9900} = \frac{51223}{3300} \end{array}$$

Regla memorística: en el numerador escribimos la parte entera seguida del anteperíodo y del período, menos la parte entera seguida del anteperíodo; y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período, seguidos de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo:

$$x = \frac{155221 - 1552}{99} = \frac{153669}{9900}$$

Números irracionales

Hay números decimales que tienen infinitas cifras decimales que no se repiten de manera periódica. Por tanto, no son racionales (no se pueden escribir en forma de fracción). Al conjunto formado por estos números se le llama conjunto de los **números irracionales**. Un par de ejemplos de irracionales muy conocidos son el número pi y la raíz de dos: $\pi = 3,141592654...$ y $\sqrt{2} = 1,414213562...$