

### SOLUCIÓN BOLETÍN 3. 5.- PROBABILIDAD

1) A, B, C

$$P(A)=0,4; P(B)=0,2; P(C)=0,3; P(A \cap B)=0,1; (A \cup B) \cap C = \emptyset$$

a) sólo ocurre A :  $P(A - (A \cap B)) = P(A) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,1 = 0,3$

b) ocurren los tres:  $P(A \cap B \cap C) = 0$

c) ocurre A y B, pero no C:  $P(A \cap B \cap C^c) = P(A \cap B) = 0,1$

d) ocurren 2 y no más:  $P\left[\frac{(A \cap B \cap C^c)}{\emptyset} \cup \frac{(A \cap B^c \cap C)}{\emptyset} \cup \frac{(A^c \cap B \cap C)}{\emptyset}\right] = P(A \cap B) = 0,1$

e) ocurren por lo menos 2:

$$P\left[(A \cap B) \cup \frac{(A \cap C)}{\emptyset} \cup \frac{(B \cap C)}{\emptyset} \cup (A \cap B \cap C)\right] = P(A \cap B) = 0,1$$

f) no ocurren más de 2:  $\frac{\emptyset}{\emptyset} + \frac{\emptyset}{\emptyset} + \frac{\emptyset}{\emptyset}$

no ocurren los 3:  $P(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - P(A \cap B \cap C) = 1$

g) ocurre por lo menos 1:  $P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(C)$

h) ocurre sólo 1:  $= 0,8$

$$P\left[\frac{(A \cap B \cap C^c)}{A \cap B} \cup \frac{(A \cap B^c \cap C)}{C} \cup \frac{(A^c \cap B \cap C)}{A \cap B}\right] = [P(A) - P(A \cap B)] + [P(B) - P(A \cap B)] + P(C) = 0,7$$

i) no ocurre ninguno:  $P(\overline{A \cap B \cap C}) = \overline{P(A \cup B \cup C)} = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0,8 = 0,2$

2)

T: "ganar más de 3000 € al año"  $P(T \cap E \cap V) = 0,014$

E: "tener estudios superiores"  $P(T/E) = 0,7$

V: "tener más de una vivienda"  $P(V/T \cap E) = 0,1$

a)  $P(E)$   $P(V/T \cap E) = \frac{P(V \cap T \cap E)}{P(T \cap E)} \Rightarrow P(T \cap E) = \frac{P(V \cap T \cap E)}{P(V/T \cap E)} = \frac{0,014}{0,1} = 0,14$

$$P(T/E) = \frac{P(T \cap E)}{P(E)} \Rightarrow P(E) = \frac{P(T \cap E)}{P(T/E)} = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

b)  $P(E \cap \bar{T})$   $P(E \cap \bar{T}) = \frac{P(\bar{T} \cap E)}{P(E)} \Rightarrow P(E \cap \bar{T}) = P(E) \cdot P(\bar{T}/E) = P(E) \cdot (1 - P(T/E)) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

3

$A = \text{"apoyar el plan"}$        $N = \text{"trabajar en el turno de noche"}$

$M = \text{"ser mujer"}$

$$P(A/N) = 0,65; P(A/M) = 0,4; P(N) = 0,5; P(M) = 0,3; P(M/N) = 0,2$$

a)  $P(M \cap A)$

$$P(A/M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} \Rightarrow P(A \cap M) = P(M) \cdot P(A/M)$$

$$P(M \cap A) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$$

b)  $P(M \cup N)$

$$P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) = 0,3 + 0,5 - 0,1$$

$$\rightarrow P(M \cap N) = P(N) \cdot P(M/N) = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$

$$P(M \cup N) = 0,7$$

c) ¿ $M$  y  $N$  son independientes?  $P(M/N) = ?$

$$0,2 \neq 0,3$$

No son independientes.

d)  $P(N/M)$

$$P(N/M) = \frac{P(N \cap M)}{P(M)} = \frac{0,1}{0,3} = 0,3$$

4

$T = \text{"usar el transporte público"}$

$C = \text{"usar el servicio de comedor"}$

$$P(T) = 0,2; P(C/T) = 0,65; P(\bar{T} \cap C) = 0,05$$

a) % usuarios del comedor?  $P(C)$

	$P(C)$	$P(\bar{C})$	
$P(T)$	0,52	0,28	0,8
$P(\bar{T})$	0,05	0,15	0,2
	0,57	0,43	1

$$P(C) = 0,57 \Rightarrow 57\%$$

$$P(C \cap T) = P(T) \cdot P(C/T)$$

$$= 0,8 \cdot 0,65 = 0,52$$

b)

$$P(\bar{T} \cap \bar{C}) = 0,15$$



c)

$$P(T \cup C) = P(T) + P(C) - P(T \cap C) = 0,8 + 0,57 - 0,52 = 0,85$$

d)

$$P(T/\bar{C}) = \frac{P(T \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,28}{0,43} = 0,6512$$

2

5

$T$  = "aprobar el examen teórico"

$A$  = "aprobar el examen práctico"

$$P(T \cap A) = 0,2 ; P(T \cap \bar{A}) = 0,5 ; P(\bar{A}) = 0,6$$

a)  $P(\bar{T}) = 0,3$

b)  $P(A/T) = \frac{P(A \cap T)}{P(T)} = \frac{0,2}{0,7} = 0,2857$

c)  $P(A \cup T) = P(A) + P(T) - P(A \cap T) = 0,9$

d) indep.? No;  $P(A/T) \neq P(A)$

incompat.? No;  $P(A \cap T) \neq 0$

	$T$	$\bar{T}$	
$A$	0,2	0,2	0,4
$\bar{A}$	0,5	0,1	0,6
	0,7	0,3	1

6

$C$  = "ver películas comerciales"

$I$  = "ser aficionado al cine independiente"

$$P(C) = 0,75 ; P(I) = 0,35 ; P(C \cap I) = 0,2$$

a)  $P(\bar{C} \cap \bar{I}) = 0,1$

b)  $P(\bar{C}/I) = \frac{P(\bar{C} \cap I)}{P(I)} = 0,4286$

c)  $P(C \cap \bar{I}) = 0,55$

d) indep.? no;  $P(C \cap I) \neq P(C) \cdot P(I)$

incompat.? no;  $P(C \cap I) \neq 0$

	$C$	$\bar{C}$	
$I$	0,2	0,15	0,35
$\bar{I}$	0,55	0,10	0,65
	0,75	0,25	1

7

$A$  = "algun progenitor fume"

$F$  = "estudiante fume"

$$P(F/\bar{A}) = 2 P(F/\bar{\bar{A}}) ; P(F) = 0,25 ; P(A) = 0,75$$

a)  $P(F/A) = p$

Probabilidades totales:

$$0,75 \cdot 2p + 0,25 \cdot p = 0,25$$

$$1,5 p + 0,25 p = 0,25$$

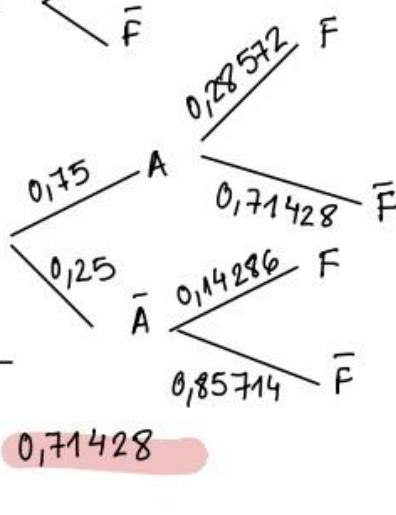
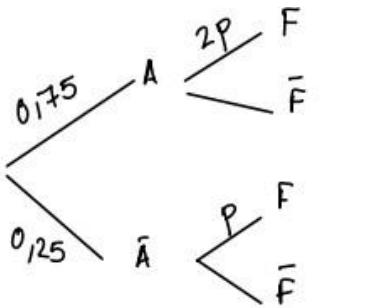
$$1,75 p = 0,25$$

$$p = \frac{0,25}{1,75} = 0,14286$$

b)  $P(A/F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)}$

$$= \frac{P(A) \cdot P(F/A)}{P(F)}$$

$$= \frac{0,75 \cdot 0,71428}{1 - 0,25} = 0,71428$$



8

$+$  = "el test da positivo"

$C$  = "hay presencia del contaminante"

$$P(+|C) = 0,92; P(\bar{+}|C) = 0,08; P(C) = 0,15$$

a)  $P(C|+)$



$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} 0,92 \\ + \\ \diagdown \\ 0,15 \\ C \\ \diagup \\ 0,85 \\ \bar{C} \end{array} \quad \begin{array}{c} 0,08 \\ \bar{+} \\ \diagup \\ 0,14 \\ + \\ \diagdown \\ 0,86 \\ \bar{+} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} P(C|+) = \frac{P(C \cap +)}{P(+)} = \\ = \frac{P(C) \cdot P(+|C)}{P(C) \cdot P(+|C) + P(\bar{C}) \cdot P(+|\bar{C})} = \\ \uparrow \\ \text{Bayes} \end{array} \right. \\ & = \frac{0,15 \cdot 0,92}{0,15 \cdot 0,92 + 0,85 \cdot 0,14} = \frac{0,138}{0,257} = 0,5369 \end{aligned}$$

b)  $P(\bar{C}|\bar{+}) = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{+})}{P(\bar{+})} = \frac{P(\bar{C}) \cdot P(\bar{+}|\bar{C})}{1 - P(+)} =$

$$= \frac{0,85 \cdot 0,86}{1 - 0,257} = \frac{0,731}{0,743} = 0,9838$$

c)  $P(\bar{C} \cap \bar{+}) = 0,731$

d) Independiente? No;  $P(C|+)$   $\neq P(C)$

9)  $A = \text{"falla la alarma a"}$

$B = \text{"falla la alarma b"}$

$C = \text{"falla la alarma c"}$

$$P(A) = 0,02 \quad P(B) = 0,04 \quad P(C) = 0,03$$

$$\text{a)} \quad P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= 0,02 + 0,04 + 0,03 - P(A) - 0 - 0 + 0$$

$$\text{b)} \quad P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0,07$$

$$= P(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0,07 = 0,93$$

$$\text{c)} \quad S = \text{"falla el sistema"} = A \cup B$$

$$P(S/\bar{A}) = \frac{P(S \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B - A) + P(C)}{1 - P(A)} = \frac{0,02 + 0,03}{0,98} \approx 0,051$$

$$[(A \cup B \cup C) \cap \bar{A}] = (A \cap \bar{A}) \cup (B \cap \bar{A}) \cup (C \cap \bar{A}) = \emptyset \cup (B \cap \bar{A}) \cup C$$

$$\left[ P(B - A) = P(B) - P(A) \right]$$

10

$E = \text{"equivocación en la facturación"}$

$$P(E) = 0,04$$

$D = \text{"el equipaje llega a su destino"}$

$$P(D/E) = 0,9$$

$$P(E \cap D) = 0,01$$

$$\text{a)} \quad P(D) = P(E \cap D) + P(\bar{E} \cap D) =$$

$$= 0,01 + P(\bar{E}) \cdot P(D/E) =$$

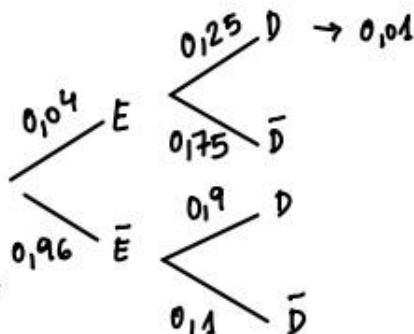
$$= 0,01 + 0,96 \cdot 0,9 = 0,874$$

$$\text{b)} \quad P(E/\bar{D}) = \frac{P(E \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,04 \cdot 0,75}{1 - 0,874}$$

$$= \frac{0,03}{0,126} \approx 0,2380$$

$$\text{c)} \quad P(E \cap D) = P(E) \cdot P(D) \quad \text{No son indep.}$$

$$0,01 \neq 0,04 \cdot 0,874$$



$$P(E \cap D) \neq 0$$

No son incompat.

11

$M = \text{"ser mujer"}$      $A = \text{"tener los ojos azules"}$

$$a) P(\bar{A}) = \frac{64}{80} = 0,8$$

$$b) P(\bar{M} \cap \bar{A}) = \frac{37}{80} = 0,4625$$

$$c) P(A/M) = \frac{10}{37} = 0,2703$$

d) ¿indep?  $P(A/M) \neq P(A) = \frac{16}{80} \Rightarrow \text{no son indep.}$

¿incomp.?  $P(A \cap M) = \frac{10}{80} \neq 0 \Rightarrow \text{no son incomp.}$

	M	$\bar{M}$	
A	10	6	16
$\bar{A}$	27	37	64
	37	43	80

12

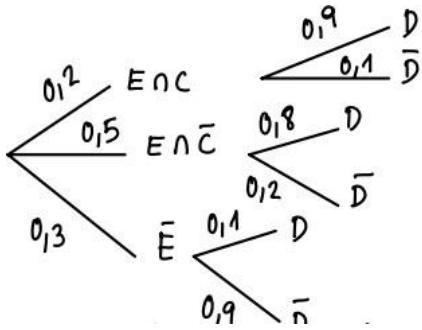
D = "realizar correctamente ej. de descriptiva"

C = "saber manejar la calculadora"

E = "el alumno ha estudiado"

$$P(D/E \cap C) = 0,9 ; P(D/E \cap \bar{C}) = 0,8 ; P(D/\bar{E}) = 0,1$$

$$P(E \cap C) = 0,2 \quad P(E \cap \bar{C}) = 0,5 \quad P(\bar{E}) = 0,3$$



$$a) P(D) = P(E \cap C) \cdot P(D/E \cap C) + P(E \cap C̄) \cdot P(D/E \cap C̄) + P(\bar{E}) \cdot P(D/\bar{E}) \\ = 0,9 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,61$$

$$b) P(D \cap E) = P((E \cap C) \cap D) + P((E \cap C̄) \cap D) = \\ = P(E \cap C) \cdot P(D/E \cap C) + P(E \cap C̄) \cdot P(D/E \cap C̄) = 0,2 \cdot 0,9 + 0,5 \cdot 0,8 = 0,58$$

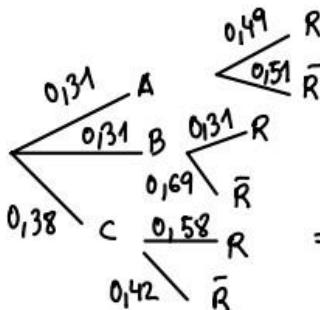
$$c) P(E/D) = \frac{P(E \cap D)}{P(D)} = \frac{0,58}{0,61} = 0,9508$$

13

A = "hacer operaciones con el país A"    8. C.

$$P(A) = 0,31 \quad P(B) = 0,31 \quad P(C) = 0,38$$

R = "retrasar el pago"  $\rightarrow P(R/A) = 0,49 \quad P(R/B) = 0,31 \quad P(R/C) = 0,58$



$$a) P(\bar{R}) = P(A) \cdot P(\bar{R}/A) + P(B) \cdot P(\bar{R}/B) + P(C) \cdot P(\bar{R}/C) = \\ = 0,31 \cdot 0,51 + 0,31 \cdot 0,69 + 0,38 \cdot 0,42 = 0,5316$$

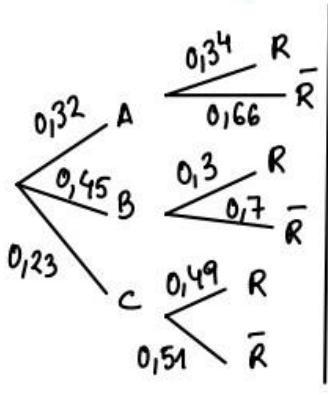
$$b) P(\bar{R} \cap (A \cup C)) = P(\bar{R} \cap A) + P(\bar{R} \cap C) = \\ = P(A) \cdot P(\bar{R}/A) + P(C) \cdot P(\bar{R}/C) = 0,31 \cdot 0,51 + 0,38 \cdot 0,42 = 0,311$$

$$c) P(C \cup R) = P(C) + P(R) - P(C \cap R) = \\ = P(C) + P(R) - P(C) \cdot P(R/C) = 0,38 + (1 - 0,5316) - 0,38 \cdot 0,58 = 0,6280$$

6

14

A = "usar la ruta A"    B = "usar la ruta B"    C = "usar la ruta C"  
 R = "el radar, zone multa"     $P(A) = 0,32$      $P(B) = 0,45$      $P(C) = 0,23$   
 $P(R/A) = 0,34$      $P(R/B) = 0,3$      $P(R/C) = 0,49$



$$\begin{aligned}
 \text{a)} P(R) &= P(A) \cdot P(R/A) + P(B) \cdot P(R/B) + P(C) \cdot P(R/C) = \\
 &= 0,32 \cdot 0,34 + 0,45 \cdot 0,3 + 0,23 \cdot 0,49 = 0,3565 \\
 \text{b)} P(C/R) &= \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C) \cdot P(R/C)}{P(R)} = \frac{0,23 \cdot 0,49}{0,3565} = 0,3161 \\
 \text{c)} P(\bar{C}/\bar{R}) &= \frac{P(\bar{C} \cap \bar{R})}{P(\bar{R})} = \frac{P(\bar{C} \cap \bar{R})}{P(A) \cdot \bar{R}/A + P(B) \cdot P(\bar{R}/B)} = \\
 &= \frac{P(A \cap \bar{R}) + P(B \cap \bar{R})}{1 - P(R)} = \frac{P(A) \cdot \bar{R}/A + P(B) \cdot P(\bar{R}/B)}{1 - P(R)} = \\
 &= \frac{0,32 \cdot 0,66 + 0,45 \cdot 0,7}{1 - 0,3565} = 0,8177
 \end{aligned}$$

$$\text{d)} P(R \cap A) = P(A) \cdot P(R/A) = 0,32 \cdot 0,34 = 0,1088$$

15

C = "el cliente dispone de cuenta corriente"  
 T = "el cliente dispone de tarjeta de crédito"  
 $P(C) = 0,6$      $P(T \cap C) = 0,3$      $P(\bar{C}/\bar{T}) = 0,25$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} P(T) &= \frac{0,3}{0,75} \\
 P(C/T) &= \frac{P(C \cap T)}{P(T)} \Rightarrow P(T) = \frac{P(C \cap T)}{P(C/T)} \\
 P(C/T) &= 1 - P(\bar{C}/T)
 \end{aligned}$$

$P(T) = 0,4$      $\Rightarrow$  el porcentaje de clientes con b.c es  
de 40%

$$\text{b)} P(C/\bar{T}) = \frac{P(C \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

	T	$\bar{T}$	
C	0,3	(0,3)	0,6
$\bar{C}$	0,1	0,3	0,4
	0,4	(0,6)	1

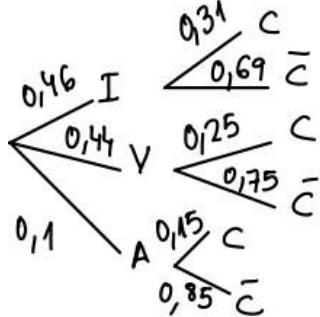
$I = \text{"comprar el billete por internet"}$   $P(I) = 0,46$

$V = \text{" " " " agencia de viajes"}$   $P(V) = 0,44$

$A = \text{" " " " en el aeropuerto"}$   $P(A) = 0,1$

$C = \text{"cancelar el viaje"}$   $P(C/I) = 0,31$

$$P(C/V) = 0,25 \quad P(C/A) = 0,15$$



a)  $P(C) = P(I) \cdot P(C/I) + P(V) \cdot P(C/V) + P(A) \cdot P(C/A) =$   
 $= 0,46 \cdot 0,31 + 0,44 \cdot 0,25 + 0,1 \cdot 0,15 = 0,2676$

b)  $P(\bar{A}/\bar{C}) = 1 - P(A/C)$

$$P(A/\bar{C}) = \frac{P(A \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(A) \cdot P(C/A)}{1 - P(C)} = \frac{0,1 \cdot 0,15}{1 - 0,2676} = 0,1160$$

$$P(\bar{A}/\bar{C}) = 1 - 0,1160 = 0,8839$$

c)  $P(C \cap I) = P(I) \cdot P(C/I) = 0,46 \cdot 0,31 = 0,1426$

d) ¿ ind.  $C, I?$     ¿  $C, V?$     ¿  $C, A?$

no son ind.

$$P(C/I) \neq P(C)$$

$$0,31 \neq 0,2676$$

no

$$P(C/V) \neq P(C)$$

$$0,25 \neq 0,2676$$

no

$$P(C/A) \neq P(C)$$

$$0,15 \neq 0,2676$$