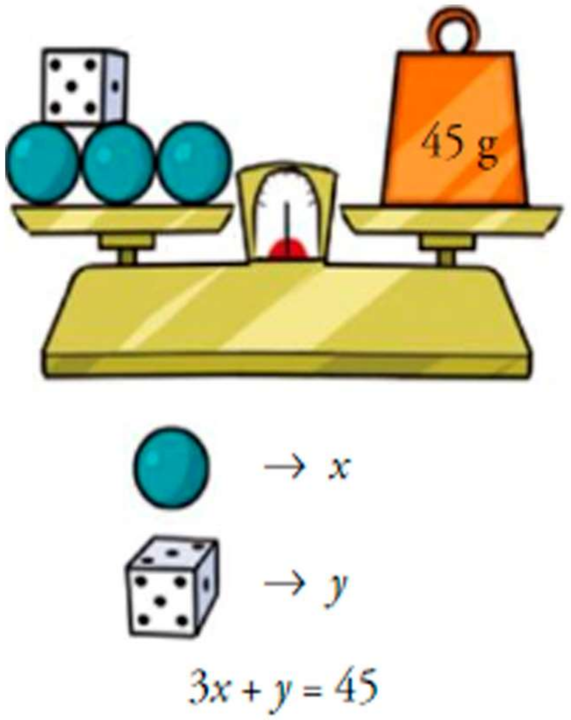
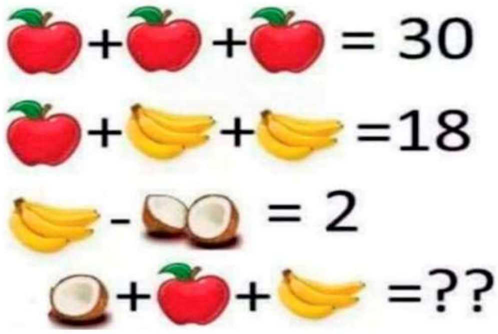
UD 10 (PT 2) - SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES



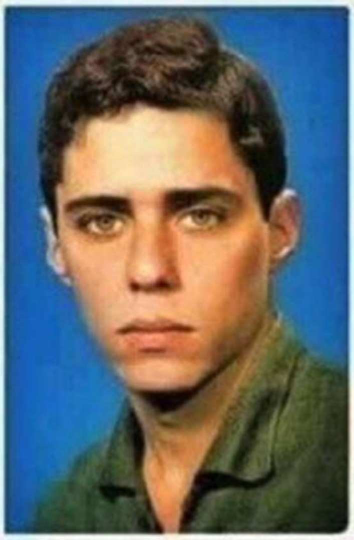
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$



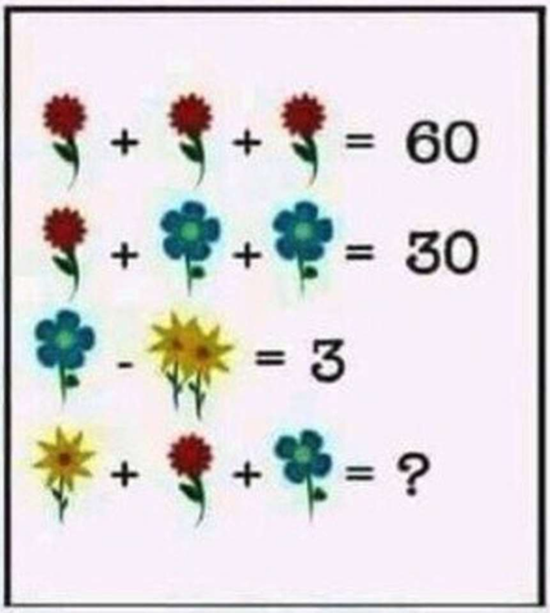
Resuelve el siguiente "acertijo":

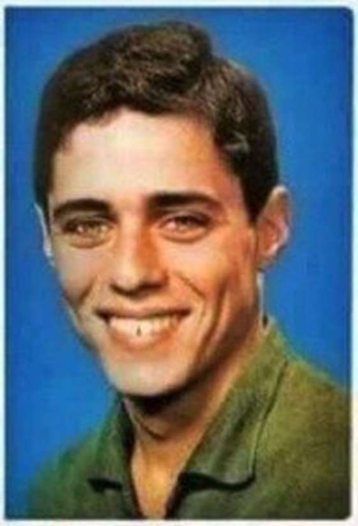
$$\begin{cases} x+x+x=60 \\ x+y+y=30 \\ y-2z=3 \end{cases}$$

$$z+x+y=?$$



Resuelve ahora este otro:

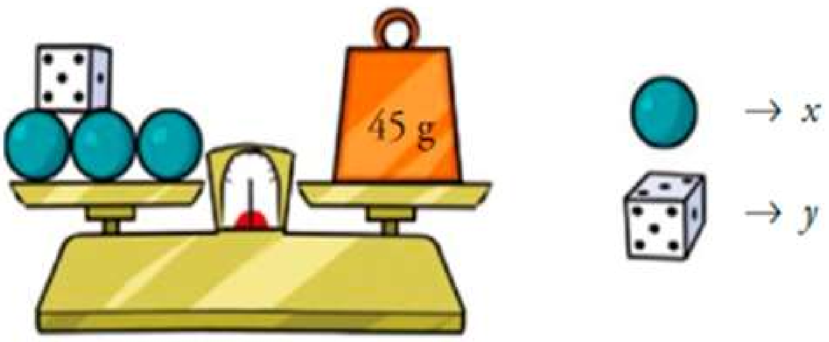




Si has sido capaz de resolverlo, ¡ENHORABUENA!, ya sabes resolver sistemas de ecuaciones…

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS:

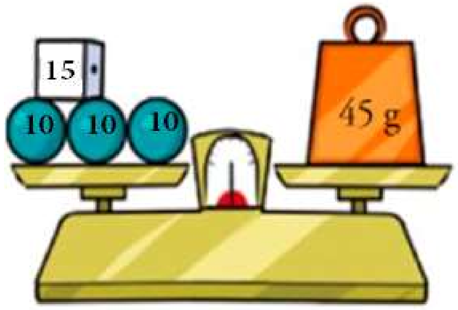
Supongamos que pesamos en una báscula 3 canicas y un dado y obtenemos un peso de 45g. ¿Podemos encontrar una relación entre el peso de ambas figuras?

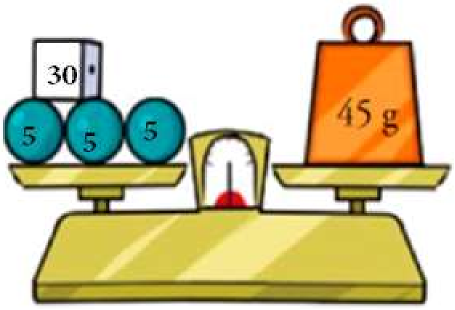


$$3x + y = 45$$

- ✓ Una ecuación de primer grado con dos incógnitas expresa la relación existente entre dos valores desconocidos.

- ✓ ¿Puedes calcular cuánto pesa cada figura? ¿Cuántas soluciones encuentras?





- ✓ Verás que existen **infinitas posibilidades.**

- ✓ Los pares de valores (x, y) que podemos encontrar son soluciones de la ecuación y, por tanto, tendremos **infinitas soluciones.**

- ✓ Cualquier ecuación de primer grado con dos incógnitas tendrá siempre infinitos pares de valores que resuelve la ecuación, es decir, tiene **infinitas soluciones.**

Practicamos:

1. Averigua cuáles de los siguientes pares de valores son soluciones de la ecuación **3x – 4y = 8.**

a) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

2. Busca tres soluciones diferentes para la siguiente ecuación: **2x – y = 5.**

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES:

Resolver un sistema de ecuaciones es hallar los valores de las variables que hacen que se cumplan al mismo tiempo cada una de las ecuaciones. En este curso estudiaremos **sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas (x, y).**

Para resolver un sistema se pueden seguir tres métodos algebraicos (además de un método gráfico). Dependiendo de cómo venga expresado el sistema un método puede ser más fácil de aplicar que otro.

En general, para resolver un sistema seguiremos los siguientes pasos:

1) Preparamos el sistema $\begin{cases} \text{Deshacemos paréntesis.} \\ \text{"Quitamos" denominadores.} \\ \text{Reducimos y ordenamos.} \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - y = 5 & \text{Ecuación 1} \\ x + 4y = 7 & \text{Ecuación 2} \end{cases}$$

2) Seleccionamos el método más adecuado $\begin{cases} \text{Sustitución.} \\ \text{Igualación.} \\ \text{Reducción.} \end{cases}$

3) Resolvemos.

4) Comprobamos las soluciones.

1) **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:** Es fácil de aplicar cuando una de las incógnitas tiene coeficiente UNO o cuando una de las incógnitas nos la den ya despejada.

   1. Se despeja una incógnita en una ecuación (la que te parezca más fácil de despejar).

   2. Se sustituye en la otra ecuación, quedando una ecuación de primer grado.

   3. Se resuelve la ecuación.

   4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones y calculas la otra.

EXAMPLE

Resolver por sustitución este sistema: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

a) Despejamos, por ejemplo, x en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \rightarrow x = \boxed{8 - 2y} \end{cases}$$

b) Sustituimos la expresión obtenida en la primera ecuación:

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y = 3 \\ x = 8 - 2y \end{array}\right\} \rightarrow 3\underbrace{(8 - 2y)} - y = 3$$

c) Ya tenemos una ecuación con una sola incógnita. La resolvemos:

$$3(8 - 2y) - y = 3 \rightarrow 24 - 6y - y = 3 \rightarrow 7y = 21 \rightarrow y = \frac{21}{7} \rightarrow \boxed{y = 3}$$

d) Sustituimos el valor de $y = 3$ en la expresión obtenida al principio, al despejar x, y calculamos:

$$x = 8 - 2y \rightarrow x = 8 - 2 \cdot 3 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

Solución del sistema $\rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Practicamos:

1. Empareja cada sistema con su solución.

a) $\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+y=87 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+4=2y \\ x-y=-1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2x=y+3 \\ x+5=y \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x-3y=3 \\ x+6y=-1 \end{cases}$

1) x = 1, y = -1/3 **2)** x = 8, y = 13

3) x = 2, y = 3 **4)** x = 37, y = 13

2. Señala, sin resolver los sistemas, cuáles son las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones (hay una solución que no se corresponde con ningún sistema).

$$\begin{cases} \frac{x+3y}{2} & = 5 \\ 3x-y & = 5y \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+3y & = -1 \\ 3x+4y & = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+3y}{2} & = 5 \\ 4-\frac{2x-y}{2} & = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3} & = 4 \\ \frac{x}{3}+y & = 1 \end{cases}$$

a) x = 1; y = 2

b) x = 4; y = -3.

c) x = 4; y = 2.

d) x = $\frac{66}{7}$; y = $\frac{-15}{7}$

e) x = 2; y = 0.

3. De entre los siguientes sistemas encuentra los que sean equivalentes por tener la misma solución: $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x+y=-6 \\ 5x+2y=1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x-y=-6 \\ 5x+2y=1 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 3x-y=-6 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-4 \end{cases}$

4. Resuelve los siguientes sistemas por el MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

1. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 3x - 9y = 6 \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 6x - 4y = -3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$ **5.** $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$ **6.** $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ **8.** $\begin{cases} -3x + 2y = -13 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

5. Resuelve POR SUSTITUCIÓN y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan:

a) $\begin{cases} y = x \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$ **g)** $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} x - y = 3 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$

Sol.

a) $x = 3; y = 3$ **d)** $x = 2; y = -1$ **g)** $x = 5; y = -2$

b) $x = 4; y = 2$ **e)** $x = 3; y = 4$ **h)** $x = -1; y = -4$

c) $x = 9; y = 10$ **f)** $x = 3; y = 5$

2) MÉTODO DE IGUALACIÓN: Útil cuando tengamos la misma incógnita despejada en ambas ecuaciones. Si no es así, es mejor emplear otro método.

1. Se despeja la misma incógnita de las dos ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones quedando una ecuación con una incógnita
3. Se resuelve la ecuación.
4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en una de las ecuaciones obtenidas en el ***punto 1*** y calculas el valor de la otra incógnita.

EXAMPLE ***Resolver por igualación:*** $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

a) Despejamos, por ejemplo, x en ambas ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \rightarrow x = \boxed{\dfrac{3+y}{3}} \\ x + 2y = 8 \rightarrow x = \boxed{8 - 2y} \end{cases}$$

b) Igualamos las dos expresiones obtenidas para x:

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{3+y}{3} \\ x = 8 - 2y \end{array}\right\} \rightarrow \frac{3+y}{3} = 8 - 2y$$

c) Ya tenemos una ecuación con una sola incógnita. La resolvemos:

$$\frac{3+y}{3} = 8 - 2y \rightarrow 3 + y = 24 - 6y \rightarrow 7y = 21 \rightarrow y = \frac{21}{7} \rightarrow \boxed{y = 3}$$

d) Sustituimos el valor $y = 3$ en cualesquiera de las expresiones obtenidas al despejar x, y calculamos:

$$x = \frac{3+y}{3} \rightarrow x = \frac{3+3}{3} \rightarrow \boxed{x = 2}$$

Practicamos:

1. **Resuelve POR IGUALACIÓN y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan**

a) $\begin{cases} x = y \\ x = 3y - 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 3x \\ y = 5x - 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 5x - y + 1 = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$

Sol.

a) $x = 5; y = 5$

b) $x = 2; y = 6$

c) $x = 5; y = -1$

d) $x = -1; y = -4$

e) $x = 4; y = 1$

f) $x = -1; y = -2$

2. **Resuelve por los MÉTODOS DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN.**

Observaba que con ambos métodos obtienes el mismo resultado.

1. $\begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 6x - 4y = 20 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x + y = 40 \\ 3x + 3y = 100 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -3x + 2y = -13 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

3) MÉTODO DE REDUCCIÓN:

1. Se elige la incógnita que se quiere *"reducir",* es decir, eliminar (la que te parezca más fácil).

2. Se hace que los coeficientes de dicha incógnita en las dos ecuaciones sean opuestos. Para ello se multiplicarán las dos ecuaciones o una de ellas por el número conveniente de manera que una de las incógnitas tenga el **mismo coeficiente cambiado de signo** en las dos ecuaciones.

3. Sumamos las ecuaciones obteniendo una ecuación con una incógnita que se resuelve.

4. El valor obtenido para la incógnita lo sustituyes en cualquiera de las ecuaciones y calculas el valor de la otra incógnita.

EXAMPLE ***Resolver por reducción:*** $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$

a) Multiplicamos la primera ecuación por +2 para que los coeficientes de la incógnita y sean opuestos (+2, –2):

$$\left.\begin{array}{rcl} 3x - y = 3 & \xrightarrow{\times 2} & 6x - 2y = 6 \\ x + 2y = 8 & \longrightarrow & x + 2y = 8 \end{array}\right\}$$

b) Ahora, sumando miembro a miembro, obtenemos una ecuación con una sola incógnita (x):

$$\begin{array}{rcl} 6x - \cancel{2y} & = & 6 \\ x + \cancel{2y} & = & 8 \\ \hline 7x & = & 14 \end{array}$$

c) Resolvemos la ecuación obtenida:

$$7x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{7} \rightarrow \boxed{x = 2}$$

d) Sustituimos el valor $x = 2$ en cualesquiera de las ecuaciones iniciales:

$$3x - y = 3 \rightarrow 3 \cdot 2 - y = 3 \rightarrow 6 - y = 3 \rightarrow 6 - 3 = y \rightarrow \boxed{y = 3}$$

Solución del sistema $\rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

<u>Método de reducción doble:</u> Es una variante del método de reducción que nos puede venir muy bien cuando estamos utilizando el método de reducción y en la primera incógnita que obtenemos nos sale una fracción. Al sustituir el valor de esa incógnita (una fracción que no es un número entero) en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales obtendríamos una ecuación de primer grado con denominadores que tendríamos que resolver.

Para evitar tener que resolver esa ecuación con denominadores, se utiliza este método de reducción doble, que consiste en volver a aplicar la primera parte del método de reducción, pero con la otra incógnita, es decir, eliminamos la otra incógnita, y así conseguimos obtener el valor de la que nos quedaba por calcular.

CUADRO RESUMEN:

Practicamos:

1. Resuelve los siguientes sistemas por el MÉTODO DE REDUCCIÓN:

1. $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 2x + 7y = 17 \end{cases}$ **2.** $\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$ **3.** $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x - 2y = 14 \\ x + 4y = 16 \end{cases}$ **5.** $\begin{cases} 4x + 7y = 3 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$ **6.** $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 13 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ **8.** $\begin{cases} -3x + 2y = -13 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$

2. Resuelve los sistemas por el método que creas más conveniente:

a) $\begin{cases} 2x+y-10 = 0 \\ 2(x+3y) = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 0{,}6x + 0{,}2y = 8 \\ 0{,}4x + 0{,}2y = 5{,}8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{5} = 7 \\ \dfrac{2x}{8} - \dfrac{3y}{9} = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x+3y = 4x-9 \\ 3(x+y) = 13-2(4-5y) \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} = x-y \\ 2x+y = \dfrac{y+3}{6} \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x-3y-14 = 9-3x+y \\ 3x+2y-5 = 2x-3y-12 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} + \dfrac{3y-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} - x + 3 \\ \dfrac{-x-7}{3} + 2y = 3y-1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} y = 30-x \\ 2x+y = 50 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 3x+7y = 6 \\ -5x+3y = -10 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2(x-1)+y = 5 \\ 3(x+1)-2(y-2) = 7 \end{cases}$

k) $\begin{cases} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 9 \\ \dfrac{x}{5} - \dfrac{3(y-2)}{10} = -1 \end{cases}$

l) $\begin{cases} y = 5-x \\ -y = -3(x-1) \end{cases}$

3. Resuelve los siguientes sistemas de dos ecuaciones lineales por el método que te parezca más adecuado (¡¡¡recuerda comprobar las soluciones!!!):

a) $\begin{cases} 2x-y = 2 \\ x+2y = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-y = 0 \\ x-2y = -5 \end{cases}$

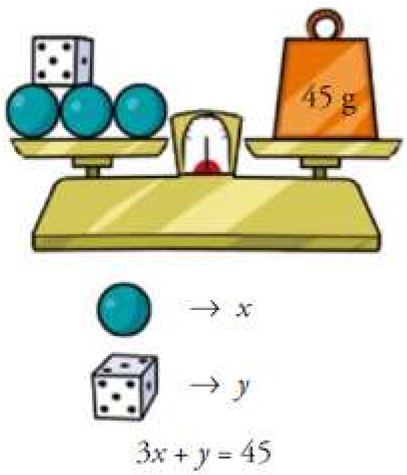
c) $\begin{cases} 2x - \dfrac{5}{2}y = 13 \\ \dfrac{5}{3}x + y = \dfrac{14}{3} \end{cases}$

d) $\begin{cases} x-y = 1 \\ \dfrac{2x}{5} + \dfrac{3y}{4} = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-4}{5} = \dfrac{2y+2}{18} \\ \dfrac{x}{6} + \dfrac{y-2}{4} = 3 \end{cases}$

Representación gráfica de una ecuación lineal:

Para obtener las infinitas soluciones de una **ecuación lineal,** se suele despejar una de las incógnitas y dar valores a la otra. Los valores se recogen, ordenados, en una tabla. Tomemos, por ejemplo, la ecuación que relaciona el peso de una pelota (x) y de un dado (y) en la balanza que se muestra a continuación:



$3x + y = 45$

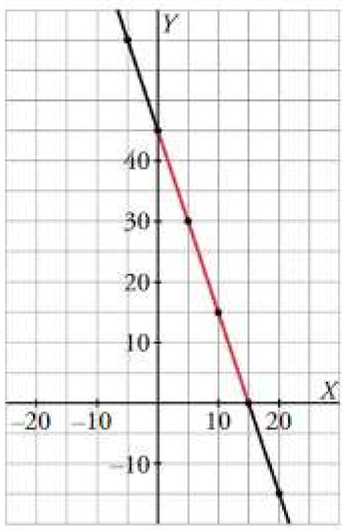
↓ Despejamos y.

$y = 45 - 3x$

↓ Dando distintos valores a x, obtenemos los correspondientes de y.

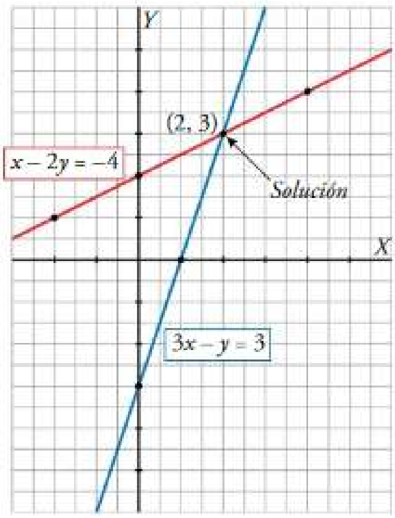
x	0	5	10	15	20	–5	…
y	45	30	15	0	–15	60	…

Al representar estos valores en el plano quedan alineados en una recta. Cada punto de esa recta representa una de las infinitas soluciones de la ecuación lineal. **Ahora ya sabes por qué a este tipo de ecuaciones se las llama LINEALES.**



MÉTODO GRÁFICO DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES:

Consiste en representar las dos rectas en el mismo eje de coordenadas. La solución del sistema de ecuaciones lineales coincide con el **punto de corte** de las rectas asociadas a las ecuaciones. Observemos el siguiente ejemplo:



Las dos ecuaciones siguientes forman un sistema: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$

Observa las tablas de soluciones de cada ecuación:

$3x - y = 3 \rightarrow y = 3x - 3$

x	–1	0	1	2	3	…
y	–6	–3	0	3	6	…

$x - 2y = -4 \rightarrow y = \frac{x + 4}{2}$

x	–2	0	2	4	6	…
y	1	2	3	4	5	…

La solución del sistema es el par de valores $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ que satisface ambas ecuaciones.

Observa, en la representación gráfica, que las dos rectas pasan por el punto (2, 3); es decir, se cortan en dicho punto.

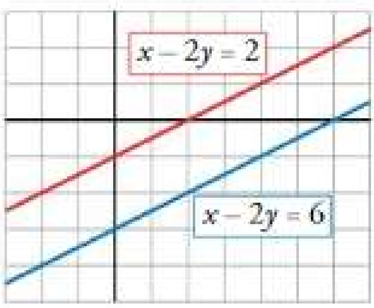
Nos podemos encontrar con dos **casos especiales:**

SISTEMAS SIN SOLUCIÓN

Las ecuaciones son incompatibles.

Las rectas son paralelas.

Por ejemplo: $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

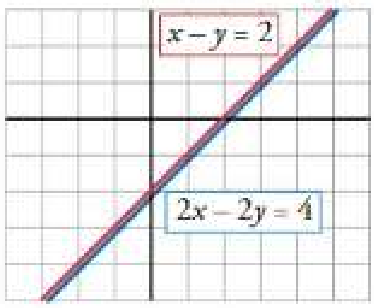


SISTEMAS CON INFINITAS SOLUCIONES

Las ecuaciones son equivalentes.

Las rectas se superponen.

Por ejemplo: $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$



Practicamos:

1. Resuelve los sistemas por el **MÉTODO GRÁFICO** y por uno de los tres métodos algebraicos estudiados.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 5x - 6y = -7 \end{cases}$$

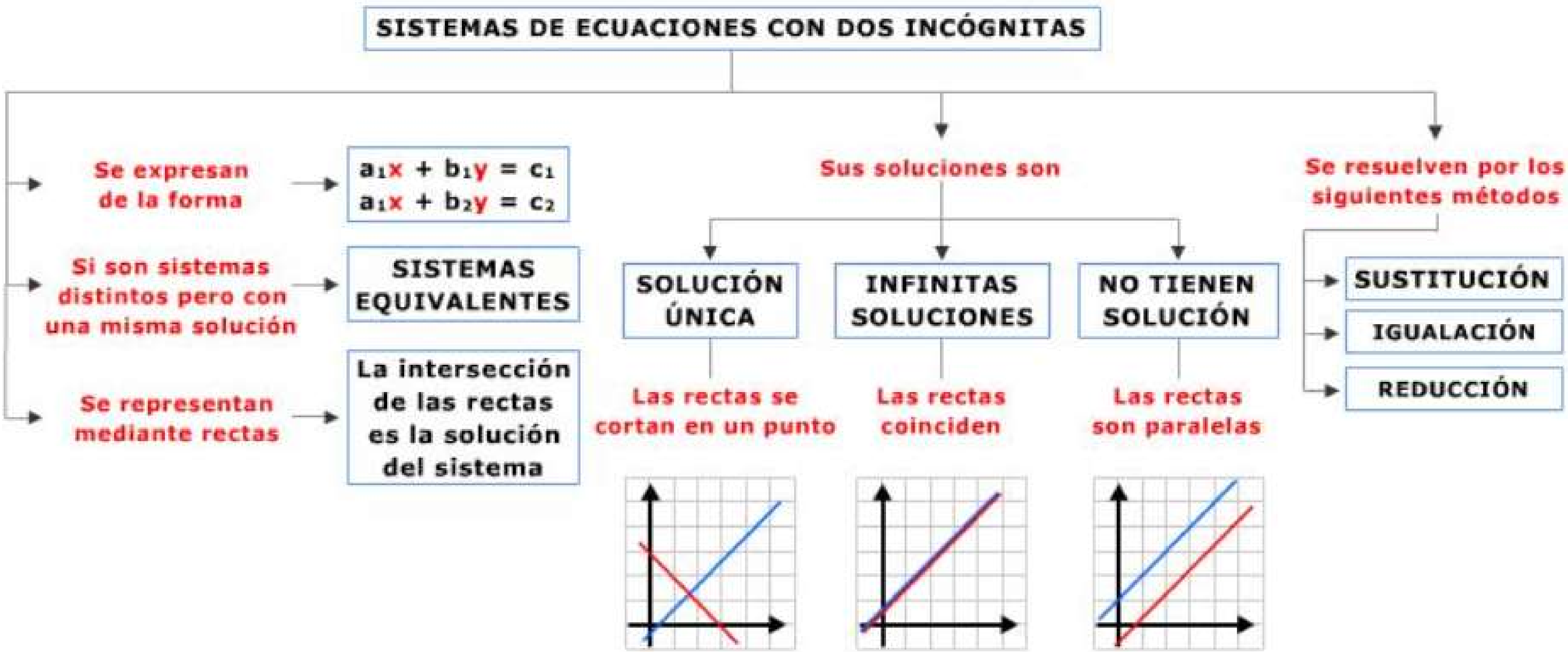
2. Representa **gráficamente** y calcula la solución de los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2 + \frac{x}{2} \\ y = 4 - \frac{x}{2} \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$


SISTEMAS DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS
Se expresan de la forma
$a_1x + b_1y = c_1$
$a_1x + b_2y = c_2$
Si son sistemas distintos pero con una misma solución
SISTEMAS EQUIVALENTES
Se representan mediante rectas
La intersección de las rectas es la solución del sistema
Sus soluciones son
SOLUCIÓN ÚNICA
Las rectas se cortan en un punto
INFINITAS SOLUCIONES
Las rectas coinciden
NO TIENEN SOLUCIÓN
Las rectas son paralelas
Se resuelven por los siguientes métodos
SUSTITUCIÓN
IGUALACIÓN
REDUCCIÓN

PROBLEMAS DE PLANTEAMIENTO DE SISTEMAS DE ECUACIONES:

PROBLEMA RESUELTO: En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?

1) Se eligen las incógnitas que coinciden con lo que nos preguntan, en este caso:

x = número de coches

y = número de motos

2) Se plantean las dos ecuaciones.

1ª Ecuación: Nº de coches + Nº de motos = 55

x + y = 55

2ª Ecuación: Hay 170 ruedas entre todos los vehículos. Un coche tiene 4 ruedas luego "x" coches tendrán "4x" ruedas. Una moto tiene 2 ruedas luego "y" motos tendrán "2y" ruedas.

Nº de ruedas de coches + Nº de ruedas de motos = 170.

4x +2y = 170.

3) Se resuelve el sistema (por el método que queramos). Lo haremos por **sustitución** en este caso.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 170 \\ x + y = 55 \end{cases} \xrightarrow[\text{despejamos la } x]{} \boldsymbol{x = 55 - y}$$

4 · (55 – y) + 2y = 170

220 – 4y + 2y = 170

-4y + 2y = 170 – 220

-2y = -50

$y = \frac{-50}{-2} = 25$

Con este valor ($y = 25$) sustituimos en alguna de las ecuaciones para obtener el valor de la “x”.

$$\mathbf{x = 55 - y} = 55 - 25 = 30.$$

4) Planteamos la solución y verificamos que efectivamente tiene sentido:

x = número de coches = 30 coches.

y = número de motos = 25 motos.

Como vemos 30 + 25 suman los 55 vehículos que hay en total y si contamos el número de ruedas $30 \cdot 4 + 2 \cdot 25$ obtenemos las 170 ruedas que hay en total.

PROBLEMAS: Plantea y resuelve los siguientes problemas. Intenta plantearlos mediante una única ecuación y también con un sistema. ¿De qué manera te parece más sencillo?

1. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

2. La edad de un hijo es la quinta parte de la de su madre y dentro de 7 años la madre tendrá el triple de la edad del hijo. Halla sus edades.

3. La edad de un padre es el triple de la de su hija más 2 años y hace 5 años la cuadriplicaba. ¿Qué edades tienen?

4. En el aula de 3ºA hay el doble de alumnas/os que en el aula de 3ºB. Además, se sabe que si se pasan 8 alumnas/os de 3ºA a 3ºB ambas aulas tendrán el mismo número. ¿Cuántos hay en cada aula?

5. Dos de los ángulos de un triángulo suman 122º. El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

6. El perímetro de un rectángulo es 64cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

7. La base de un rectángulo es 8 cm más larga que la altura y el perímetro mide 42 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.

8. Calcula las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que es 25 m más largo que ancho y que el perímetro mide 210 metros.

9. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 80 m y la altura es 2/3 de su base.

10. La semana pasada, dos entradas para el cine y una caja de palomitas nos costaron 10€. Hoy, por cuatro entradas y tres cajas de palomitas hemos pagado 22€. ¿Cuánto cuesta una entrada? ¿Y una caja de palomitas?

11. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

12. Ana tiene el triple de edad que su hermano Luis, pero dentro de 5 años solo tendrá el doble. ¿Cuál es la edad de cada uno?

13. El doble de la edad de Sara coincide con la cuarta parte de la edad de su padre. Dentro de dos años, la edad de Sara será la sexta parte de la de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

14. La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

15. Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

16. Un fabricante de bombillas gana 0,60 € por cada bombilla que sale de fábrica, pero pierde 0,80 € por cada una que sale defectuosa. Un determinado día en el que fabricó 2.100 bombillas obtuvo un beneficio de 966 €. ¿Cuántas bombillas buenas fabricó ese día?

17. En la cafetería, ayer pagamos 3 € por dos cafés y una tostada. Sin embargo, hoy nos han cobrado 6,30 € por tres cafés y tres tostadas. ¿Cuánto cuesta un café y cuánto una tostada?

18. Un almacenista ha mezclado café de calidad superior, a 7,60 €/kg, con otro café de calidad inferior, a 4,10 €/kg, obteniendo 100 kilos de mezcla que ha salido a 5,43 €/kg. ¿Qué cantidad de cada clase ha utilizado?

19. Se mezclan 120 litros de un jabón líquido sin aceite protector de la piel, de 1,5 € el litro, con 80 litros de otro jabón líquido con aceite protector, de 2 € el litro. ¿A qué precio se debe vender la mezcla?

20. En una fábrica de zumos se mezclan dos tipos de calidades, una de 0,5 euros/l y otra de 0,8 euros/l. ¿Cuántos litros de zumo se mezclarán de cada tipo para obtener 120 litros con un coste de 75 euros?

21. Dos kg de plátanos y tres de peras cuestan 7,8€. Cinco kg de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,2€. ¿A cómo está el kilo de cada fruta?

22. Un fabricante de bombillas gana 0,3 euros por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 euros por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 euros. ¿Cuántas bombillas buenas y cuántas defectuosas fabrico ese día?

23. Halla dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 13 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 247 como suma de los dos productos.

24. En un triángulo isósceles, el perímetro mide 29 cm y la suma de los lados iguales supera en 3 cm al lado desigual. Calcula la longitud de cada lado.

25. Laura ha comprado un abrigo rebajado un 15%. Irene ha comprado otro abrigo 25€ más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20%, con lo que solo ha pagado 8€ más que Laura. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?

26. Seis camisetas y cinco gorras cuestan 227 euros. Cinco camisetas y 4 gorras cuestan 188 euros. Halla el precio de una camiseta y de una gorra. **(Solución: 32 camisetas, 7 gorras).**

27. He comprado un cuaderno que costaba 3 euros y para pagarlo he utilizado nueve monedas, unas de 20 ct y otras de 50 ct. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado? **(Solución: 5 monedas de 20 ct, 4 de 50 ct).**

28. En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno, que ha respondido todas las preguntas, ha sacado 10´5 puntos ¿Cuántos aciertos y cuántos errores ha cometido?

29. Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.

30. La diferencia de dos números es de 14 y la cuarta parte de su suma es 13. Halla dichos números.

31. Dos números suman 21. Si el primero lo dividimos entre 3 y le restamos la sexta parte del segundo, nos da 1. Halla los números. (Solución: primer número 9 y segundo número 12)

32. Ente María y Pedro tienen un total de 65 CD's. Sabemos que Pedro tiene 7 CD's más que María. ¿Cuántos CD's tiene cada uno? **(Solución: María tiene 29 CD's y Pedro 36).**

33. En el aula de 3º A hay doble número de alumnos que en el aula de 3ºB. Además se sabe que si se pasan 8 alumnos de 3º A a 3ºB ambas aulas tendrán el mismo número de alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en cada aula? **(Solución: En el aula de 3º A hay 32 alumnos y en 3ºB 16).**

34. Javier dispone de un capital de 8000 euros, del que una parte la mete en un depósito al 5% anual y otra al 6% anual. Calcula ambas partes sabiendo que el capital acumulado al cabo de un año es de 8450 euros. **(Solución: Capital al 5% 3000 euros y capital al 6% 5000 euros).**

35. Calcula dos números, sabiendo que su suma es 119 y que el triple del menor sobrepasa en 17 unidades al doble del mayor.

36. Alejandro ha pagado 6.6 € por 3 kg de naranjas y dos de manzanas. En la misma frutería, María ha pagado 3.9 € por 2 kg de naranjas y uno de manzanas. ¿Cuánto cuesta un kg de manzanas? ¿Y un kg de naranjas?

37. En una cafetería nos cobraron 4´1 € por un café y 3 refrescos. Dos días después, por dos cafés y un refresco, nos cobran 2´7 €. ¿Cuánto cuesta un café? ¿y un refresco?

38. ¿Qué cantidad de café, uno de calidad superior, a 13 €/kg, y otro de calidad inferior, a 8 €/kg, hay que aportar para conseguir 20 kg de mezcla que resulte a 10 €/kg?

39. ¿Qué cantidad de oro, a 8 €/g, y de plata, a 1.7 €/g, hay que usar para obtener 1 kg de mezcla a 4.22 €/kg?

40. Entre José y yo ternemos 12 €. Si yo le diera 1.7 €, entonces él tendría el doble que yo. ¿Cuánto dinero tenemos cada uno?

41. En una granja, entre gallinas y conejos hay 100 cabezas y 252 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay en la granja?

42. Un fabricante de jabones envasa 550kg de detergente de lavadora en 200 paquetes, unos de 2kg y otros de 5kg. ¿Cuántos paquetes llena de cada?

43. Un comerciante tiene a la venta 50 pares de zapatillas deportivas, a 40 € el par. Cuando lleva vendidos unos cuantos pares, los rebaja a 30 € el par, continuando la venta hasta que se agotan. La recaudación total es de 1620 €. ¿Cuántos pares vendió a cada precio?

44. Un test consta de 50 preguntas y se evalúa sumando 2 puntos por cada acierto y restando 1.5 puntos por cada fallo. ¿Cuántos aciertos y cuántos fallos tendrá una persona cuya calificación es de 58 puntos?

45. Un taller de confección gana 0.75 € por cada par de calcetines que entrega para la venta, pero pierde 2.5 € por cada par defectuoso que desecha de la producción. ¿Cuántos pares válidos y cuántos defectuosos ha producido en una jornada, si en total ha fabricado 700 pares y ha ganado 382 €?

46. Un trabajador gana 60 € en un turno de día y 80 € en un turno de noche. ¿Cuántos días y cuántas noches ha trabajado en un mes, si en total ha hecho 24 turnos y ha recibido 1600 € por su trabajo?

47. Un hotel tiene dormitorios dobles e individuales. En total tiene 48 habitaciones y 80 camas. ¿Cuántos dormitorios tiene de cada tipo?

48. La suma de las dos cifras de un número es 12, y si cambiamos de orden las cifras, obtenemos otro número 18 unidades mayor. ¿Qué número es?

49. La suma de las dos cifras de un número es 3, y si se invierte el orden de las cifras, el número obtenido es 9 unidades menor. ¿Cuál es el número?

50. Las dos cifras de un número suman 9. Si a este número se le resta el número que resulta de invertir el orden de sus cifras, se obtiene también 9. ¿Qué número es?

51. En una excursión hay 141 entre alumnos y alumnas de un IES. El número de chicas es doble que el de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas van?

52. Juan e Isabel tienen formada una sociedad. Si Juan compra a Isabel 2 de sus acciones, los dos tendrán la misma participación en la empresa. Si Isabel compra tres acciones a Juan, la participación de Isabel será 6 veces mayor que la de Juan. ¿Cuántas acciones tiene cada uno?

53. Un total de 6 hamburguesas y 2 refrescos cuestan 20 €. Lo mismo que 4 hamburguesas y 8 refrescos. ¿Cuánto cuesta una hamburguesa?

54. Jesús tiene en su monedero 15 monedas por un total de 2,10 €. Sólo lleva monedas de 20 céntimos y de 5 céntimos. ¿Cuántas lleva de cada clase?

55. En una tienda hay 15 lámparas de 1 y 3 bombillas. Si las encendemos todas a la vez, la tienda queda iluminada por 29 bombillas. ¿Cuántas lámparas de cada tipo hay?