

## BOLETÍN 3.5 .- APLICACIONES DE LA DERIVADA

1

Estudia la monotonía y la curvatura y determina los extremos relativos y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 - 3x + 4$

b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

c)  $f(x) = x^4 - 6x^2$

d)  $f(x) = -3x^4 + 4x^3$

e)  $f(x) = 4x^3 - 4x^2 + x - 10$

f)  $f(x) = x^3 - 3 \ln x + 2$

g)  $f(x) = 3x^5 - 20x^4$

h)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$

i)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 6x - 16}$

j)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

k)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$

l)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$

m)  $f(x) = \frac{8 - 3x}{x^2 - 2x}$

n)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

o)  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

p)  $f(x) = \frac{x^3}{(1 - x)^2}$

q)  $f(x) = \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$

r)  $f(x) = \frac{x^3}{(2 - x)^2}$

s)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{2 - x}$

2

Estudia la monotonía y la curvatura y determina los extremos relativos y los puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = e^{-x^2}$

b)  $f(x) = e^{x^3 - 6x + 2}$

c)  $f(x) = x \cdot e^{1-x}$

d)  $f(x) = (x^2 - 11x + 31) \cdot e^x$

e)  $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x - 3$

f)  $f(x) = \frac{x^3}{e^{2x}}$

l)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

m)  $f(x) = \frac{x}{3} - \sqrt[3]{x}$

n)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2x}$

o)  $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

p)  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - x}$

h)  $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

i)  $f(x) = x^2 \cdot \ln x$

j)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

k)  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

3

Determina los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de las siguientes funciones utilizando el criterio de las derivadas sucesivas.

a)  $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x + 4$

b)  $f(x) = x^3 - 12x$

c)  $f(x) = x^4 - 4x^3$

d)  $f(x) = x^4 - 2x^2$

e)  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - x^4$

f)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 1$

g)  $f(x) = x^2 \cdot (x - 3)^2$

h)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

i)  $f(x) = x \cdot e^x$

j)  $f(x) = (2 - x) \cdot e^{-x}$

k)  $f(x) = x^2 \cdot \ln x$

l)  $f(x) = x - \ln(1 + x)$

m)  $f(x) = x \cdot \ln x$

4 Halla una función polinómica de 2º grado sabiendo que pasa por el punto  $P(0,1)$  y que la pendiente de la recta tangente a  $f(x)$  en  $Q(2,-1)$  vale 0.

5 Halla una función polinómica de grado 3 sabiendo que tiene un extremo relativo en  $(0,1)$  y un punto de inflexión en  $(1,-1)$ .

6 Halla  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  pasa por el punto  $(0,3)$  y tiene extremos relativos en  $x=1$  y  $x=3$ . ¿Qué tipo de extremos son?

7 Sea  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  una función polinómica que cumple:  
a) Pasa por el punto  $P(1,0)$   
b) La recta tangente a  $f(x)$  en  $x=0$  es paralela a  $2x - y = 0$   
c) Tiene extremos relativos en  $x=1$  y  $x=2$   
Halla el valor de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ . ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos?

8 Sea la función definida de la forma  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1}, & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$   
Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

9 Sea la función  $f$  definida mediante  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & \text{si } x < 1 \\ 0, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$   
Determine  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es continua y tiene un mínimo en  $x = -1$ .

10 Sea la función  $f$  definida por  $f(x) = \begin{cases} -3x^2 - 3x + 48, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{60}{x}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$   
Estudie la monotonía de  $f(x)$  y calcule sus extremos.

11 Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 4x - 3, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$   
a) Obtenga los extremos de la función. b) Estudie su curvatura.

12 Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 3e^x, & \text{si } -3 \leq x \leq 0 \\ -x^2 + 2x + 3, & \text{si } 0 < x \leq 3 \end{cases}$   
a) ¿Es continua en  $x = 0$ ? b) Calcule su máximo y su mínimo, absolutos, en su dominio de definición.

13 1. Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + tx - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x + t & \text{si } x > 1 \end{cases}$   
a) ¿Para qué valor de  $t$  la función  $f(x)$  es continua en  $x = 1$ ? (0.5 puntos)  
b) Para  $t = 2$ , calcule los extremos relativos de la función  $f(x)$  en el intervalo  $(-\infty, 1)$ . (0.5 puntos)  
c) Para  $t = 2$ , calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$  en  $(-\infty, 1)$ . (0.5 puntos)

2. La función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  tiene un punto de inflexión en  $(2, -5)$  y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es  $-12$ . Calcule razonadamente los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$ , y  $c$ . (1.5 puntos)

14 (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x) = x^3 + 2x^2$$

- a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .  
b) Determine los extremos relativos de la función  $f(x)$  indicando si son máximos o mínimos.