BOLETÍN 2.5 .- DERIVACIÓN I

1 *Calcular la derivada de:*

a) $f(x) = x^5$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$

c) $f(x) = \sqrt[5]{x^3}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{7x^2}$

e) $f(x) = x^3 - \sqrt{2x} + \dfrac{3}{x}$

f) $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7x + 1$

g) $f(x) = sen(x^2 + 5x - 1)$

h) $f(x) = \sqrt{sen\, x}$

i) $f(x) = sen\sqrt{x^2 + 5x - 1}$

j) $f(x) = 5e^{x^2 + 3x}$

k) $f(x) = ln(x^3 - 5x^2)$

l) $f(x) = sen^2(x^3 + 1)$

m) $f(x) = ln(ln\, x)$

n) $f(x) = 3^{\sqrt{x}}$

ñ) $f(x) = (x^2 - \sqrt{x} + sen\, x)^4$

o) $f(x) = ln\left[\dfrac{1 + sen\, x}{1 - sen\, x}\right]$

a) $f(x) = \dfrac{3x}{(1 + 2x)^3}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$

d) $f(x) = \dfrac{cos\, 2x}{3}$

e) $f(x) = ln\left(\dfrac{3x^2 - 1}{4x + 3}\right)$

f) $f(x) = ln(2^x \cdot x^2)$

2. Calcula la derivada de las siguientes funciones

1.

a) $y = \dfrac{x^2 - 3}{x^2 + 3}$ b) $\dfrac{x+1}{(2-x)^2}$ c) $y = \dfrac{3x^2}{x + \sqrt{x}}$

d) $y = \left(0,5 - \dfrac{x}{10}\right)^4$ e) $y = \sqrt[3]{3x^2}$ f) $y = (2\sqrt{x} - 3)^7$

2.

a) $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$ b) $y = \left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)^3$

c) $y = \dfrac{x}{(2x+1)^3}$ d) $y = \dfrac{1-x^2}{x^2 - 4x + 4}$

e) $y = \left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{2/3}$ f) $y = \dfrac{2}{x} + \dfrac{x^2}{2}$

3.

Deriva las funciones siguientes:

a) $y = e^{4x}(x-1)$ b) $y = \dfrac{(1-x)^2}{e^x}$

c) $y = \sqrt{2^x}$ d) $y = ln(2x - 1)$

e) $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ f) $y = 7e^{-x}$

4.

a) $y = ln(x^2 - 1)$ b) $y = ln\sqrt{1-x}$

c) $y = \dfrac{ln\, x}{e^x}$ d) $y = e^{x^2+1}$

e) $y = ln\left(tg\, \dfrac{3}{x}\right)$ f) $y = ln\left(ln\, \dfrac{1}{x}\right)$

5.

a) $y = sen^2\, x$ b) $y = sen\, x^2$

c) $y = sen\, x\, cos^2\, x$ d) $y = \dfrac{sen^2\, x}{1 + cos^2\, x}$

e) $y = sen^2\, x^2$ f) $y = cos^3\,(2x+1)$

6.

a) $y = cos^5\,(7x^2)$ b) $y = tg\, \dfrac{x^2}{2}$ c) $y = log_2\, \dfrac{1}{x}$

d) $y = \sqrt[3]{sen\, x^2}$ e) $y = \sqrt{\dfrac{1+2x}{1-2x}}$ f) $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

3.-

Utiliza las reglas de derivación para calcular la derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$

b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

c) $f(x) = ln\, \dfrac{1-x}{1+x}$

d) $f(x) = \dfrac{1-tg\, x}{1+tg\, x}$

e) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-tg\, x}{1+tg\, x}}$

f) $f(x) = ln\sqrt{e^{tg\, x}}$

g) $f(x) = \sqrt{3^{x+1}}$

h) $f(x) = log(sen\, x \cdot cos\, x)^2$

i) $f(x) = tg^2\, x + sen^2\, x$

j) $f(x) = sen\sqrt{x+1} \cdot cos\sqrt{x-1}$

k) $f(x) = 7^{sen\,(x^2+1)}$

4.-

Calcular el valor de a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & si \;\; x < -1 \\ ax^2 + bx & si \;\; x \geq -1 \end{cases}$$

sea derivable.

5.-

Hallar el valor que ha de tener el parámetro m para que la función f(x) sea derivable en x = 1:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - mx^2 & si \;\; x \leq 1 \\ \dfrac{2}{mx} & si \;\; x > 1 \end{cases}$$

6.-

Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} cos\, x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

7.-

Calcular los parámetros a y b para que la siguiente función sea derivable en x = 1:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \dfrac{a}{x} + b \cdot e^{x-1} & si \;\; x \leq 1 \\ \dfrac{2}{x+1} & si \;\; x > 1 \end{cases}$$

Solución:

$a = \dfrac{5}{4}$; $b = -\dfrac{5}{4}$

8.-

Averigua para qué valores de x es $f'(x) = 0$ en cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{x^2(3x-8)}{12}$

b) $f(x) = x^4 + 2x^2$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

d) $f(x) = e^x(x-1)$

9.-

Averigua si en las siguientes funciones existen puntos en los que $f'(x) = 0$:

a) $f(x) = \dfrac{2x-3}{x+1}$

b) $f(x) = \dfrac{6x}{x^2+1}$

c) $f(x) = ln(x+1)$

d) $f(x) = 10 - (x-2)^4$

10.-

Halla la pendiente de la recta tangente a las siguientes funciones en el punto de abscisa que se indica en cada caso:

a) $y = sen\, x\, cos\, x$ en $x = \dfrac{\pi}{4}$

b) $y = x\, ln\, x$ en $x = e$

c) $y = \dfrac{x^2}{e^x}$ en $x = 0$ y $x = 1$

d) $y = e^{x^2-1}$ en $x = 1$

11.-

Halla la ecuación de la rectas tangente y normal a $f(x) = x^2 - 3x$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Obtén la ecuación de la recta tangente a cada una de las funciones en el punto que se indica.

a) $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$, en $x = 2$ **b)** $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$, en $x = e$ **c)** $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$, en $x = 1$

¿Cuánto debe valer n para que la recta de ecuación $y = 5x + n$ sea tangente a $f(x) = x^2 - x + 4$ en el punto de abscisa 3?

12.-

a) Halla los puntos en los que se anula la derivada de $f(x) = x^2 e^{-x}$.

b) Halla los puntos en los que es positiva la derivada de $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 3x}$.

c) Halla los puntos en los que es negativa la derivada de $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$.

13.-

En qué puntos no son derivables las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{\frac{1}{(2x - x^2)}}$ **b)** $f(x) = \ln(2x^2 + 1)$ **c)** $f(x) = \dfrac{x}{\operatorname{sen} x}$

Halla su derivada en cada caso y calcula, si existe, el valor de $f'(0)$.

14.-

Halla la derivada segunda de cada una de las siguientes funciones. Simplifica los resultados y determina los puntos en los que se anulan cada una de las derivadas primera y segunda.

a) $f(x) = \dfrac{x^2}{2x - 6}$ **b)** $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ **c)** $f(x) = \dfrac{x}{e^x}$