DEFINICIÓN DE DERIVADA

Se llama **derivada de una función** f **en el punto** a al siguiente límite:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

<u>Nota 6:</u> Si el límite anterior es $+\infty$ o $-\infty$ no hay derivada en el punto a, es decir, para que una función sea derivable en un punto a el límite anterior tiene que ser un número real.

REGLAS DE DERIVACIÓN

<u>Proposición.-</u> Sean f y g dos funciones derivables en $x = a$, entonces:

a) $f \pm g$ es derivable en $x = a$ y se cumple: $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

b) $k \cdot f$ es derivable en $x = a$ y se cumple: $(k \cdot f)'(a) = k \cdot f'(a) \ \forall k \in \mathbb{R}$

c) $f \cdot g$ es derivable en $x = a$ y se cumple: $(f \cdot g)'(a) = f'(a) \cdot g(a) + f(a) \cdot g'(a)$

d) Si $g(a) \neq 0$, $\frac{f}{g}$ es derivable en $x = a$ y se cumple: $(f/g)'(a) = \dfrac{f'(a) \cdot g(a) - f(a) \cdot g'(a)}{g(a)^2}$

<u>Proposición.-</u> **(Regla de la cadena).** Sea g una función derivable en $x = a$ y f una función derivable en $x = g(a)$, entonces $f \circ g$ es derivable en $x = a$ y se cumple que:

$(f \circ g)'(a) = f'(g(a)) \cdot g'(a)$

DERIVADAS DE LAS FUNCIONES ELEMENTALES			
Simple		**Compuesta**	
Función	**Derivada**	**Función**	**Derivada**
$y = k$	$y' = 0$		
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$	$y = f(x)^n$	$y' = nf(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
$y = \frac{1}{x}$	$y' = \frac{-1}{x^2}$	$y = \frac{1}{f(x)}$	$y' = \frac{-f'(x)}{f(x)^2}$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$y = \sqrt[n]{x}$	$y' = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$y = \sqrt[n]{f(x)}$	$y' = \frac{f'(x)}{n \cdot \sqrt[n]{f(x)^{n-1}}}$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = e^{f(x)}$	$y' = f'(x) \cdot e^{f(x)}$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$	$y = a^{f(x)}$	$y' = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln a$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = \ln f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$	$y = \log_a f(x)$	$y' = \frac{f'(x)}{f(x) \ln a}$
$y = sen x$	$y' = \cos x$	$y = sen(f(x))$	$y' = f'(x) \cdot \cos(f(x))$
$y = \cos x$	$y' = -sen x$	$y = \cos(f(x))$	$y' = -f'(x) \cdot sen(f(x))$
$y = tg\, x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x = \sec^2 x$	$y = tg(f(x))$	$y' = \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))} = f'(x) \cdot (1 + tg^2(f(x))) = f'(x) \sec^2(f(x))$
$y = cotg\, x$	$y' = \frac{-1}{sen^2 x} = -(1 + cotg^2 x) = -cosec^2 x$	$y = cotg(f(x))$	$y' = \frac{-f'(x)}{sen^2(f(x))} = -f'(x) \cdot (1 + cotg^2(f(x))) = -f'(x) cosec^2(f(x))$
$y = \sec x$	$y' = \frac{sen x}{\cos^2 x}$	$y = \sec(f(x))$	$y' = \frac{sen(f(x))}{\cos^2(f(x))} f'(x)$
$y = cosec\, x$	$y' = \frac{-\cos x}{sen^2 x}$	$y = cosec(f(x))$	$y' = \frac{-\cos(f(x))}{sen^2(f(x))} f'(x)$
$y = arcsen\, x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$	$y = arcsen(f(x))$	$y' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1 - f(x)^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$	$y = \arccos(f(x))$	$y' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1 - f(x)^2}}$
$y = arctg\, x$	$y' = \frac{1}{1 + x^2}$	$y = arctg(f(x))$	$y' = \frac{f'(x)}{1 + f(x)^2}$