# SOLUCIÓN BOLETÍN 2.3.- PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

## 1.-

Llamamos "x" al número de tartas a hornear e "y" al número de bizcochos.

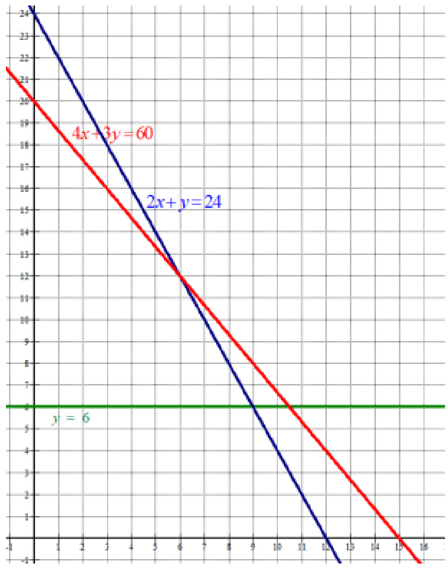
Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

| | Gramos de harina | Gramos de azúcar | Ingresos |
|---|---|---|---|
| **Nº de tartas (x)** | 400x | 200x | 10x |
| **Nº de bizcochos (y)** | 300y | 100y | 6y |
| **TOTALES** | $400x+300y$ | $200x+100y$ | $10x+6y$ |

La función a maximizar son los ingresos que vienen dados por la expresión $I(x,y)=10x+6y$

Convertimos en inecuaciones las restricciones del problema.

"*Se dispone de 6 kg de harina*" → $400x+300y\le 6000$
"*Se dispone de 2.4 kg de azúcar*" → $200x+100y\le 2400$
"*Saben que diariamente tienen que hornear, al menos, 6 bizcochos*" → $y\ge 6$
Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ \ y\ge 0$




Reunimos todas las inecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} 400x+300y\le 6000 \\ 200x+100y\le 2400 \\ y\ge 6 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 60 \\ 2x+y\le 24 \\ y\ge 6 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas al sistema de inecuaciones.

$4x+3y=60$

| $x$ | $y=\dfrac{60-4x}{3}$ |
|---|---|
| 0 | 20 |
| 6 | 12 |

$2x+y=24$

| $x$ | $y=24-2x$ |
|---|---|
| 6 | 12 |
| 9 | 6 |

$y=6$

| $x$ | $y=6$ |
|---|---|
| 9 | 6 |
| 10 | 6 |

$x\ge 0;\ \ y\ge 0$

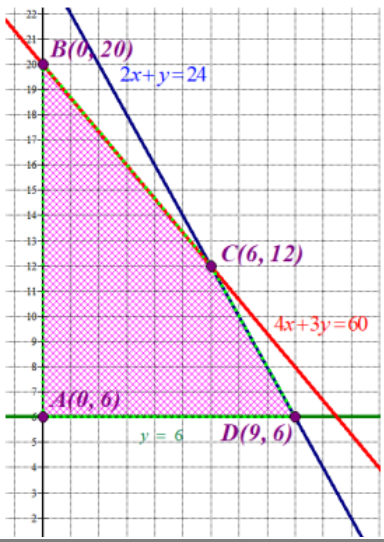
*Primer cuadrante*

Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 60 \to \text{Por debajo} \\ 2x+y\le 24 \ \to \text{Por debajo} \\ y\ge 6 \qquad\ \ \to \text{Por encima} \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \to \text{Primer cuadrante} \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por encima de la recta horizontal verde y por debajo de las rectas roja y azul.
Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.

Valoramos la función $I(x,y)=10x+6y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

A(0,6) → $I(0,6)=36$
B(0, 20) → $I(0,20)=120$
C(6, 12) → $I(6,12)=60+72=132$
D(9, 6) → $I(9,6)=90+36=126$

Los máximos ingresos son 132 € y se consiguen con la preparación de 6 tartas y 12 bizcochos.



**2.-**

**a.-** Llamamos x = número de lotes A, y = número de lotes B.

Completamos una tabla con los datos del problema.

| | Nº de jamones | Nº botellas de vino | Nº botellas de cava | Ingresos |
|---|---|---|---|---|
| Nº lotes A (x) | $x$ | $2x$ | | $90x$ |
| Nº lotes B (y) | $y$ | $5y$ | $4y$ | $180y$ |
| TOTALES | $x+y$ | $2x+5y$ | $4y$ | $90x+180y$ |

Queremos maximizar los ingresos: $I(x,y)=90x+180y$

Las restricciones son:

"Un comerciante dispone de 120 jamones, 390 botellas de vino y 240 botellas de cava" →
$x+y\le 120;\ 2x+5y\le 390;\ 4y\le 240$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ \ y\ge 0$

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 120 \\ 2x+5y\le 390 \\ 4y\le 240 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y\le 120-x \\ 5y\le 390-2x \\ y\le 60 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Representamos la región factible, empezando por dibujar las rectas que la delimitan.

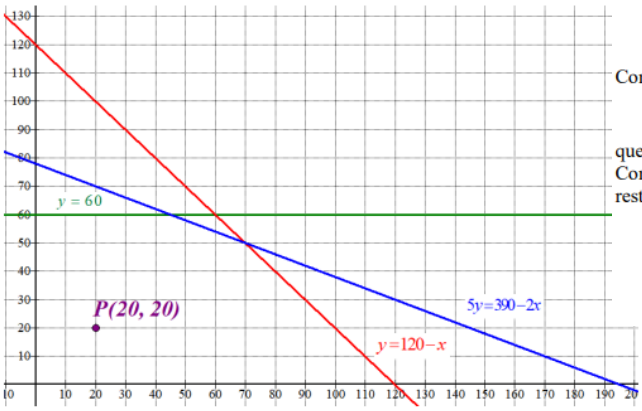
$y=120-x$ | $5y=390-2x$ | $y=60$ | $x\ge 0;\ \ y\ge 0$

| $x$ | $y=120-x$ |
|---|---|
| 0 | 120 |
| 70 | 50 |
| 120 | 0 |

| $x$ | $y=\frac{390-2x}{5}$ |
|---|---|
| 0 | 78 |
| 45 | 60 |
| 70 | 50 |

| $x$ | $y=60$ |
|---|---|
| 0 | 60 |
| 10 | 60 |

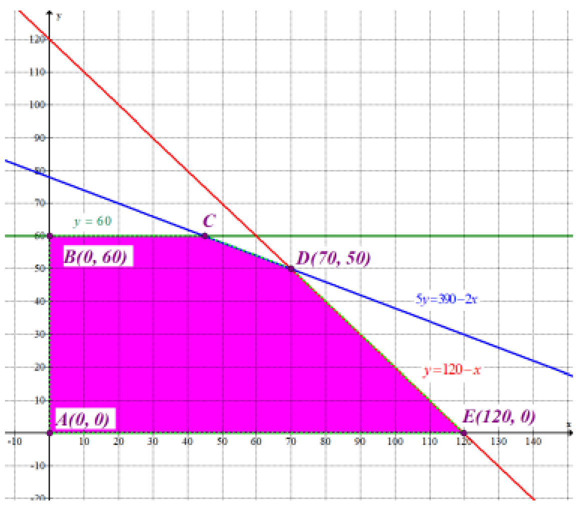
*Primer cuadrante*




Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} y\le 120-x \\ 5y\le 390-2x \\ y\le 60 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas roja, azul y verde.

Comprobamos que el punto P(20, 20) perteneciente a dicha región cumple todas las restricciones.

$\left.\begin{array}{l} 20\le 120-20 \\ 5\cdot 20\le 390-2\cdot 20 \\ 20\le 60 \\ 20\ge 0;\ 20\ge 0 \end{array}\right\}$ ¡Se cumplen todas!



Hallamos las coordenadas del punto C resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de las rectas azul y verde.

$$\left.\begin{array}{l} y=60 \\ 5y=390-2x \end{array}\right\} \Rightarrow 300=390-2x \Rightarrow 2x=90 \Rightarrow x=45 \Rightarrow C(45,60)$$

Valoramos la función ingresos $I(x,y)=90x+180y$ en cada uno de sus vértices, en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $I(0,0)=0$
B(0, 60) → $I(0,60)=0+180\cdot 60=10800$
C(45, 60) → $I(45,60)=90\cdot 45+180\cdot 60=14850$
D(70, 50) → $I(70,50)=90\cdot 70+180\cdot 50=15300$ ¡Máximo!
E(120, 0) → $I(120,0)=90\cdot 120+0=10800$

El valor máximo es 15300 y se obtiene en D(70, 50).
Con 70 lotes A y 50 lotes B nos ajustamos a las restricciones y obtenemos un máximo beneficio por valor de 15300 €.

**b.-** Calculamos lo que se gasta haciendo 70 lotes A y 50 lotes B.

| | Nº de jamones | Nº botellas de vino | Nº botellas de cava |
|---|---|---|---|
| Nº lotes A (70) | ***70*** | ***140*** | |
| Nº lotes B (50) | ***50*** | ***250*** | ***200*** |
| TOTALES | **120** | **390** | **200** |

Como dispone de 120 jamones, 390 botellas de vino y 240 botellas de cava se gastan todos los jamones y las botellas de vino y solo sobran 40 botellas de cava.

## 3.-

**A.** Llamamos x = número de hectáreas para hortalizas, y = número de hectáreas para frutales.

Realizamos una tabla con los datos del problema.

| | $m^3$ de agua | Inversión | Producción |
|---|---|---|---|
| Nº hectáreas para hortalizas (x) | *8x* | *400x* | *450x* |
| Nº hectáreas para frutales (y) | *4y* | *800y* | *600y* |
| TOTAL | $8x+4y$ | $400x+800y$ | $450x+600y$ |

La función objetivo que deseamos maximizar es la producción que vienen expresada como:

$$P(x,y)=450x+600y$$

Las restricciones son:

"El ayuntamiento dispone de 48000 €" → $400x+800y\le 48000$

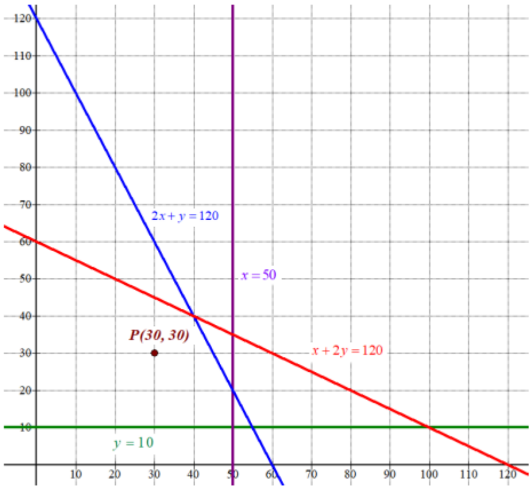
"Se destinará un máximo de 50 hectáreas al cultivo de hortalizas y un mínimo de 10 al de árboles frutales" → $x\le 50;\ y\ge 10$

"Se dispone de un tanque de agua con una capacidad de 480 $m^3$ anuales para riego" → $8x+4y\le 480$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} 400x+800y\le 48000 \\ x\le 50;\ y\ge 10 \\ 8x+4y\le 480 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2y\le 120 \\ x\le 50;\ y\ge 10 \\ 2x+y\le 120 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}}$$

B. Dibujamos la región factible




$x+2y=120$

| $x$ | $y=\dfrac{120-x}{2}$ |
|---|---|
| 0 | 60 |
| 40 | 40 |
| 100 | 10 |

$2x+y=120$

| $x$ | $y=120-2x$ |
|---|---|
| 0 | 120 |
| 40 | 40 |
| 50 | 20 |

$y=10$

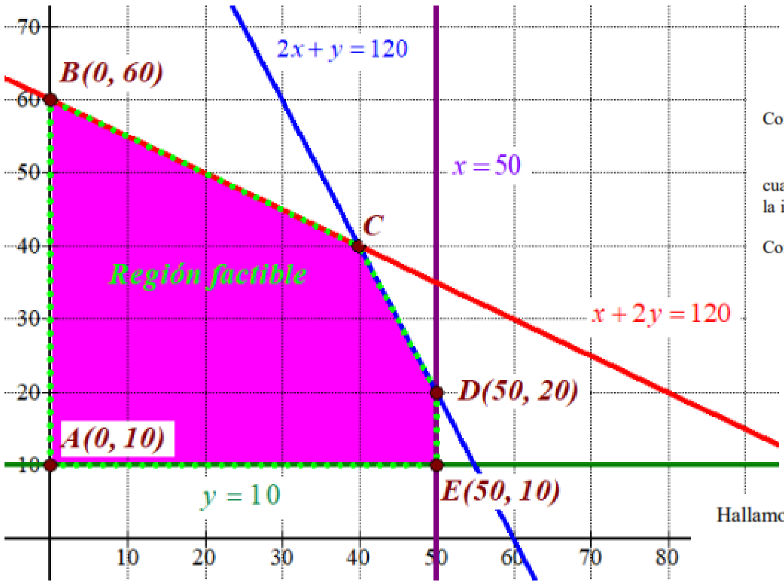
| $x$ | $y=10$ |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 50 | 10 |

$x=50$

| $x=50$ | $y$ |
|---|---|
| 50 | 10 |
| 50 | 20 |

$x\geq 0;\ y\geq 0$

*Primer cuadrante*




Como las restricciones del problema son $\left.\begin{array}{l} x+2y\leq 120 \\ x\leq 50;\ y\geq 10 \\ 2x+y\leq 120 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul y roja, por encima de la recta horizontal verde y a la izquierda de la recta vertical violeta.

Comprobamos que el punto P(30, 30) que pertenece a dicha región cumple las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 30+2\cdot 30\leq 120 \\ 30\leq 50;\ 30\geq 10 \\ 2\cdot 30+30\leq 120 \\ 30\geq 0;\ 30\geq 0 \end{array}\right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Hallamos las coordenadas del vértice C.

$$C\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y=120 \\ x+2y=120 \end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=120-2x \\ x+2y=120 \end{array}\right\}\Rightarrow x+2(120-2x)=120\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+240-4x=120\Rightarrow -3x=-120\Rightarrow x=\frac{120}{3}=40\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=120-80=40\Rightarrow C(40,40)$$

Los vértices son A(0, 10); B(0, 60); C(40, 40), D(50, 20) y E(50, 10).

**C.** Valoramos la función objetivo $P(x,y)=450x+600y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 10) → $P(0,10)=6000$

B(0, 60) → $P(0,60)=36000$

C(40, 40) → $P(40,40)=450\cdot 40+600\cdot 40=42000$ ¡Máximo!

$D(50,20)$ → $P(50,20)=22500+12000=34500$

E(50, 10) → $P(50,10)=22500+6000=28500$

La máxima producción se obtiene en el vértice C (40, 40). Se deben cultivar 40 hectáreas de hortalizas y 40 de frutales para maximizar la producción anual.

**D.** La máxima producción es de 42000 kg y se obtiene con 40 hectáreas de hortalizas y 40 de frutales.

## 4.- "x" al número de latas marca A e "y" al número de latas marca B.

$$\left.\begin{array}{l} 4x+2y\geq 8 \\ 6x+20y\geq 46 \\ x+12y\geq 12 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y\geq 4 \\ 3x+10y\geq 23 \\ x+12y\geq 12 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$


Obtenemos las coordenadas del vértice C.

$$C \to \left.\begin{array}{l} 3x+10y=23 \\ x+12y=12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x+10y=23 \\ x=12-12y \end{array}\right\} \Rightarrow 3(12-12y)+10y=23 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36-36y+10y=23 \Rightarrow -26y=-13 \Rightarrow y=\frac{13}{26}=0.5 \Rightarrow x=12-6=6 \Rightarrow \boxed{C(6,0.5)}$$

Valoramos la función coste $C(x,y)=10x+16y$ en cada uno de los vértices en busca del coste mínimo. Al ser una región no acotada valoramos el coste en dos puntos R y Q lejanos.

R(0,100) → $C(0,100)=1600$

A(0, 4) → $C(0,4)=0+64=64$

B(1, 2) → $C(1,2)=10+32=42$ ¡Mínimo!

C(6, 0.5) → $C(6,0.5)=60+8=68$

D(12, 0) → $C(12,0)=120+0=120$

Q(100, 0) → $C(100,0)=1000$

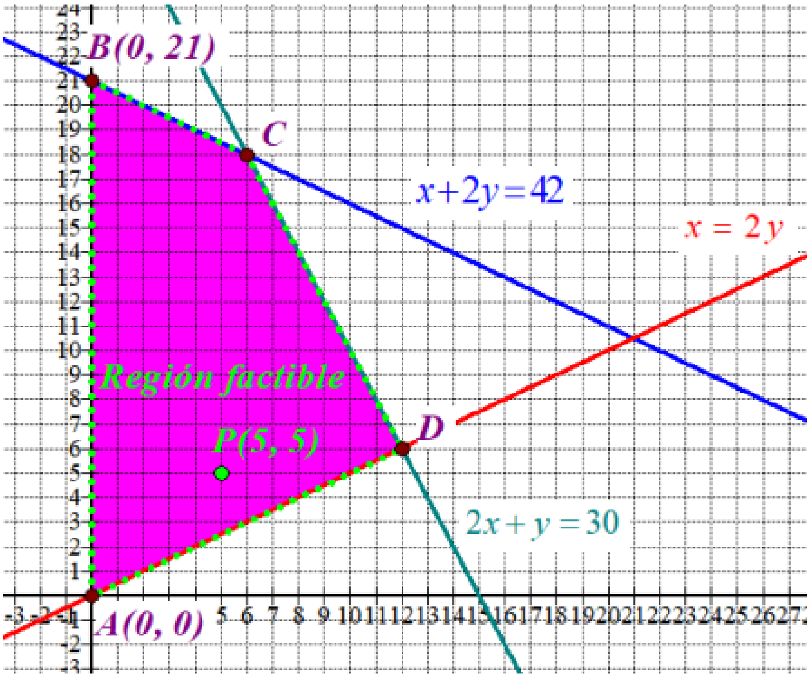
El coste mínimo es de 42 € y se produce en el vértice B(1, 2).
Con 1 lata de la marca A y 2 latas de la marca B se satisfacen las necesidades del perro con un coste mínimo de 42 €.

b) El precio mínimo que debo pagar es de 42 €.

## 5.- Llamamos x = número de plantas A, y = número de plantas B.

| | Costes mensuales | Nº empleados | Beneficio |
|---|---|---|---|
| Nº plantas A (x) | 1000x | 8x | 24000x |
| Nº plantas B (y) | 2000y | 4y | 20000y |
| | $1000x+2000y$ | $8x+4y$ | $24000x+20000y$ |

$$\left.\begin{array}{r} x\leq 2y \\ 1000x+2000y\leq 42000 \\ 8x+4y\leq 120 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x\leq 2y \\ x+2y\leq 42 \\ 2x+y\leq 30 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$




Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2x+y=30 \\ x+2y=42 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y=30-2x \\ x+2y=42 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+2(30-2x)=42 \Rightarrow x+60-4x=42 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x=-18 \Rightarrow x=6 \Rightarrow y=30-12=18 \Rightarrow C(6,18)$$

$$D \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=2y \\ 2x+y=30 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2\cdot 2y+y=30 \Rightarrow 5y=30 \Rightarrow y=6 \Rightarrow x=2\cdot 6=12 \Rightarrow D(12,6)$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 21); C(6, 18) y D(12, 6).

c) La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$$B(x,y)=24000x+20000y$$

Valoramos la función objetivo en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0,0) → $B(0,0)=0$

B(0, 21) → $B(0,21)=0+420000=420000$

C(6, 18) → $B(6,18)=24000\cdot 6+20000\cdot 18=504000$ *¡Máximo!*

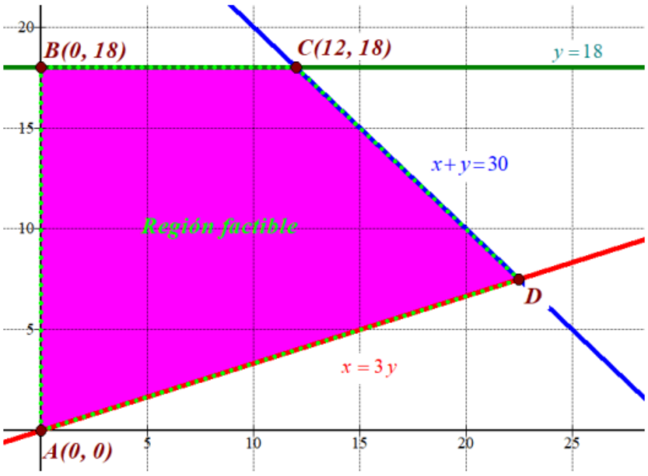
$D(12,6)$ → $B(12,6)=24000\cdot 12+20000\cdot 6=408000$

**El máximo beneficio es de 504 000 € y se produce en el vértice C (6, 18) que significa 6 plantas de producción A y 18 de B**.

**6.- a)** Llamamos x = número de toneladas de jurel, y = número de toneladas de caballa. Los ingresos vienen expresados por la función: $I(x,y)=5000x+6000y$

$$\left.\begin{matrix} x \le 3y \\ x+y \le 30 \\ y \le 18 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{matrix}\right\}$$

b) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.




$x = 3y$

| $x$ | $y=\frac{x}{3}$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | 1 |
| 18 | 6 |

$x + y = 30$

| $x$ | $y = 30 - x$ |
|---|---|
| 0 | 30 |
| 12 | 18 |
| 30 | 0 |

$y = 18$

| $x$ | $y = 18$ |
|---|---|
| 0 | 18 |
| 12 | 18 |
| 20 | 18 |

$x \geq 0;\ y \geq 0$

Primer cuadrante

Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \left.\begin{matrix} y = 18 \\ x + y = 30 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x + 18 = 30 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \boxed{C(12,18)}$$

$$D \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 3y \\ x + y = 30 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 3y + y = 30 \Rightarrow 4y = 30 \Rightarrow y = \frac{30}{4} = 7.5 \Rightarrow x = 3\cdot 7.5 = 22.5 \Rightarrow \boxed{D(22.5, 7.5)}$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 18); C(12, 18) y D(22.5, 7.5).

Valoramos la función objetivo $I(x,y) = 5000x + 6000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0,0) → $I(0,0) = 0$

B(0, 18) → $I(0,18) = 0 + 6000\cdot 18 = 108.000$

C(12, 18) → $I(12,18) = 5000\cdot 12 + 6000\cdot 18 = 168.000$ ¡Máximo!

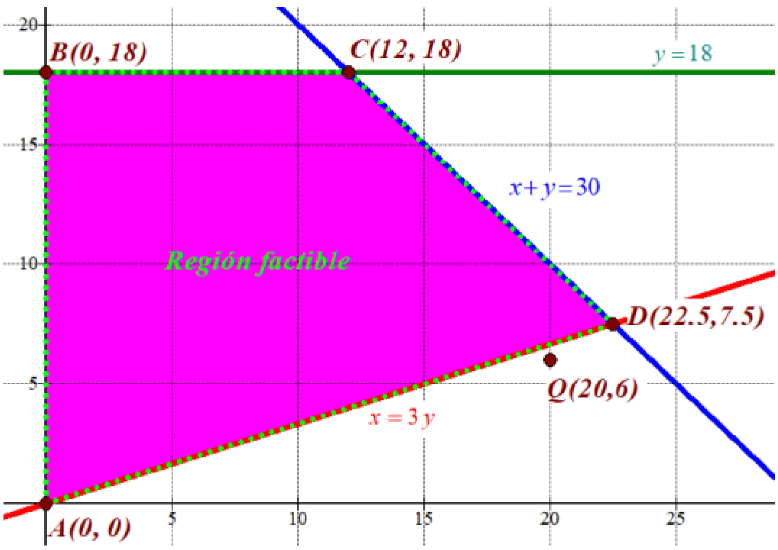
$D(22.5, 7.5)$ → $I(22.5, 7.5) = 5000\cdot 22.5 + 6000\cdot 7.5 = 157.500$

Los ingresos máximos son de 168.000 € y se produce en el vértice C (12, 18) que significa capturar 12 toneladas de jurel y 18 toneladas de caballa.

c) Los valores proporcionados corresponden con el punto Q(20, 6). Comprobamos si cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{matrix} 20 \leq 3\cdot 6 \\ 20 + 6 \leq 30 \\ 6 \leq 18 \\ 20 \geq 0;\ 6 \geq 0 \end{matrix}\right\}$$ No se cumplen todas las normas sobre cuotas pesqueras.

También se puede comprobar visualmente que el punto Q(20, 6) no pertenece a la región factible.



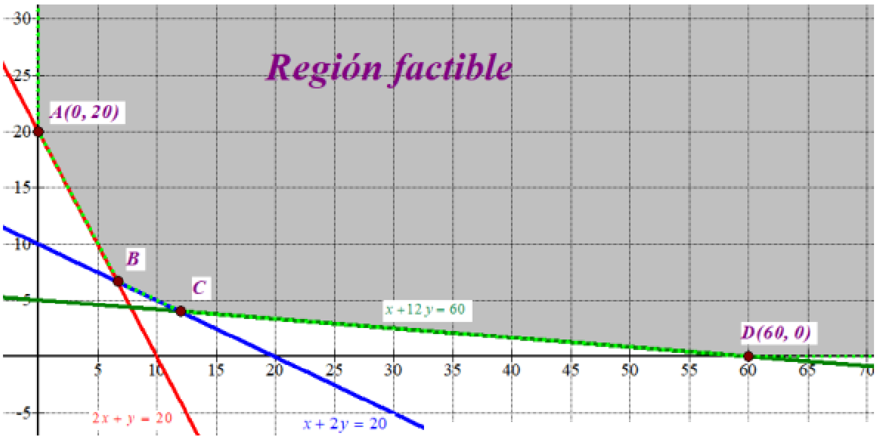
**7.-** Llamamos "x" al número de horas con la primera técnica e "y" al número de horas con la segunda técnica.

Hacemos una tabla para establecer las condiciones del problema.

| | g de cobre | g de zinc | g de níquel | Tiempo |
|---|---|---|---|---|
| Nº horas 1ª técnica (x) | 8x | 3x | x | x |
| Nº horas 2ª técnica (y) | 4y | 6y | 12y | y |
| TOTAL | $8x+4y$ | $3x+6y$ | $x+12y$ | $x+y$ |

La función objetivo es el tiempo total $f(x,y)=x+y$. Nuestro objetivo es minimizarlo.

Agrupamos las restricciones en un sistema de inecuaciones:




$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ 8x+4y\geq 80 \\ 3x+6y\geq 60 \\ x+12y\geq 60 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ 2x+y\geq 20 \\ x+2y\geq 20 \\ x+12y\geq 60 \end{array}\right\}$$

Hallamos las coordenadas de los puntos B y C.

$$B\rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y=20 \\ x+2y=20 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y=20 \\ x=20-2y \end{array}\right\} \Rightarrow 2(20-2y)+y=20 \Rightarrow 40-4y+y=20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3y=-20 \Rightarrow \boxed{y=\frac{20}{3}} \Rightarrow \boxed{x=20-2\frac{20}{3}=\frac{20}{3}} \Rightarrow \boxed{B\left(\frac{20}{3},\frac{20}{3}\right)}$$

$$C\rightarrow \left.\begin{array}{l} x+12y=60 \\ x+2y=20 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+12y=60 \\ x=20-2y \end{array}\right\} \Rightarrow 20-2y+12y=60 \Rightarrow 10y=40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=\frac{40}{10}=4} \Rightarrow \boxed{x=20-2\cdot 4=12} \Rightarrow \boxed{C(12,4)}$$

Valoramos la función objetivo $f(x,y)=x+y$ en cada uno de los vértices de la región.

A(0, 20) → $f(0,20)=0+20=20$

$B\left(\frac{20}{3},\frac{20}{3}\right)$ → $f\left(\frac{20}{3},\frac{20}{3}\right)=\frac{20}{3}+\frac{20}{3}=\frac{40}{3}\simeq 13.33$ ¡*Mínimo*!

C(12, 4) → $f(12,4)=12+4=16$

D(60, 0) → $f(60,0)=60+0=60$

El tiempo mínimo se obtiene en el punto $B\left(\frac{20}{3},\frac{20}{3}\right)$.

El objetivo de minimizar el tiempo necesario para realizar lo pedido en el ejercicio se logra dedicando 20/3 a la primera técnica y lo mismo a la segunda. El tiempo total es de 40/3. Si son horas dedicaríamos 6 horas y 40 minutos a cada técnica.

**8.-** Llamemos $x$ = "minutos de ejercicios de fuerza", $y$ = "minutos de ejercicios cardiovasculares".

Deseamos maximizar el beneficio que viene expresado como $B(x,y) = x + 2y$.

Reuniendo todas las restricciones tenemos el sistema de inecuaciones siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} 45 \le x + y \le 60 \\ x \le y \\ x \ge 20 \\ x \ge 0; \quad y \ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x + y = 45$

| $x$ | $y = 45 - x$ |
|---|---|
| 0 | 45 |
| 45 | 0 |

$x + y = 60$

| $x$ | $y = 60 - x$ |
|---|---|
| 0 | 60 |
| 60 | 0 |

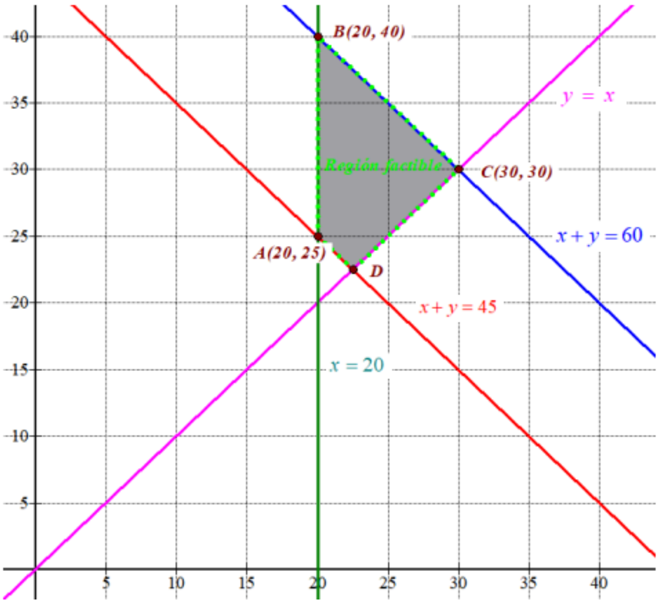
$y = x$

| $x$ | $y = x$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 50 | 50 |

$x = 20$

| $x = 20$ | $y$ |
|---|---|
| 20 | 0 |
| 20 | 20 |

$x \ge 0; \quad y \ge 0$ — *Primer cuadrante*




Nos falta por determinar las coordenadas del punto D. Resolvemos el sistema de ecuaciones correspondiente.

$$D \to \left.\begin{array}{l} x + y = 45 \\ y = x \end{array}\right\} \Rightarrow x + x = 45 \Rightarrow 2x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{2} = 22.5 \Rightarrow y = 22.5 \Rightarrow \boxed{D(22.5, 22.5)}$$

Valoramos la función beneficio $B(x,y) = x + 2y$ en cada vértice en busca de los valores máximo y mínimo.

A(20, 25) → $B(20,25) = 20 + 2 \cdot 25 = 70$

B(20, 40) → $B(20,40) = 20 + 2 \cdot 40 = 100$ *¡Máximo!*

C(30, 30) → $B(30,30) = 30 + 2 \cdot 30 = 90$

D(22.5, 22.5) → $B(22.5,22.5) = 22.5 + 2 \cdot 22.5 = 67.5$ *¡Mínimo!*

La rutina más beneficiosa consta de 20 minutos de ejercicio de fuerza y 40 de ejercicios cardiovasculares. La menos beneficiosa es la que consta de 22 minutos y medio de cada tipo de ejercicios.

**9.-** Llamamos x = número de smartwatch del tipo A, y = número de smartwatch del tipo B.

Hacemos una tabla para aclarar los datos.

| | Costes de producción | Beneficios |
|---|---|---|
| Nº smartwatch del tipo A (x) | 150x | 130x |
| Nº smartwatch del tipo B (y) | 100y | 140y |
| TOTALES | $150x+100y$ | $130x+140y$ |

Deseamos maximizar el beneficio $B(x,y)=130x+140y$.

La región factible es la zona del plano que cumple el sistema de inecuaciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\geq 10 \\ y\leq 10+x \\ 150x+100y\leq 6000 \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y\geq 10-x \\ y\leq 10+x \\ 3x+2y\leq 120 \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{array}\right\}$$

$y=10-x$

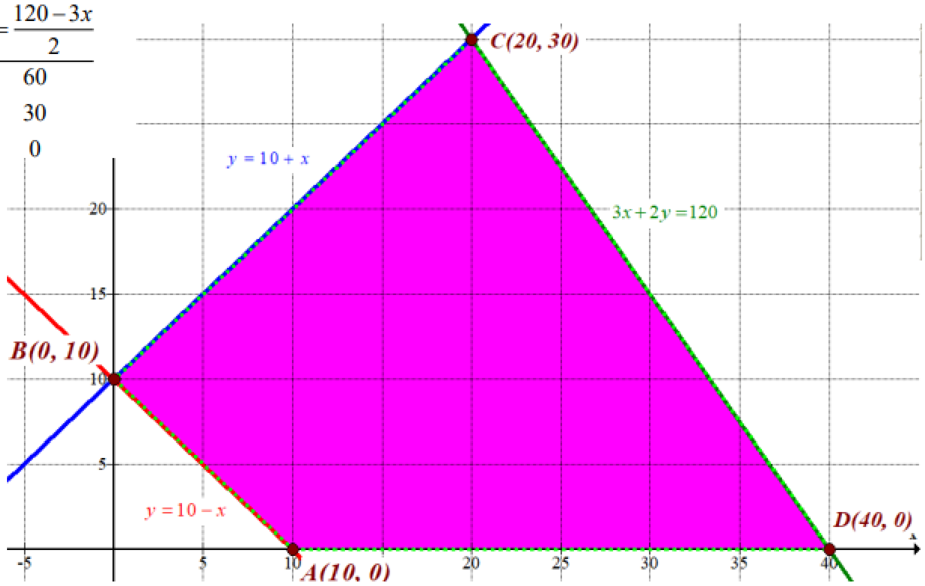
| $x$ | $y=10-x$ |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 10 | 0 |

$y=10+x$

| $x$ | $y=10+x$ |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 10 | 20 |
| 20 | 30 |

$3x+2y=120$

| $x$ | $y=\dfrac{120-3x}{2}$ |
|---|---|
| 0 | 60 |
| 20 | 30 |
| 40 | 0 |




Las coordenadas de los vértices son: A(10,0), B(0,10), C(20, 30) y D(40, 0)

b) Valoramos la función beneficio $B(x,y)=130x+140y$ en cada uno de los vértices en busca del máximo valor.

A(10, 0) → $B(10,0)=130\cdot 10+140\cdot 0=1300$

B(0, 10) → $B(0,10)=130\cdot 0+140\cdot 10=1400$

$C(20,30)$ → $B(20,30)=130\cdot 20+140\cdot 30=6800$ ¡Máximo!

D(40, 0) → $B(40,0)=130\cdot 40+140\cdot 0=5200$

El máximo beneficio se obtiene en el punto C(20, 30). Significa fabricar 20 smartwatch del tipo A y 30 del tipo B.

El máximo beneficio es de 6800 euros.

**10.-**

Llamamos x = número de móviles calidad A, y = número de móviles calidad A$^+$.

El beneficio que se obtiene por cada móvil de calidad A es de 100 – 70 = 30 € y por cada uno de calidad A$^+$ es de 150 – 90 = 60 €.
La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$$B(x,y)=30x+60y$$

$$\left.\begin{array}{r}70x+90y\le 30000\\ x+y\le 350\\ y\le 310\\ x\ge 0;\ y\ge 0\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r}7x+9y\le 3000\\ x+y\le 350\\ y\le 310\\ x\ge 0;\ y\ge 0\end{array}\right\}$$

b) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$7x+9y=3000$

| $x$ | $y=\dfrac{3000-7x}{9}$ |
|---|---|
| 0 | 200 |
| 75 | 275 |
| 100 | 0 |

$x+y=350$

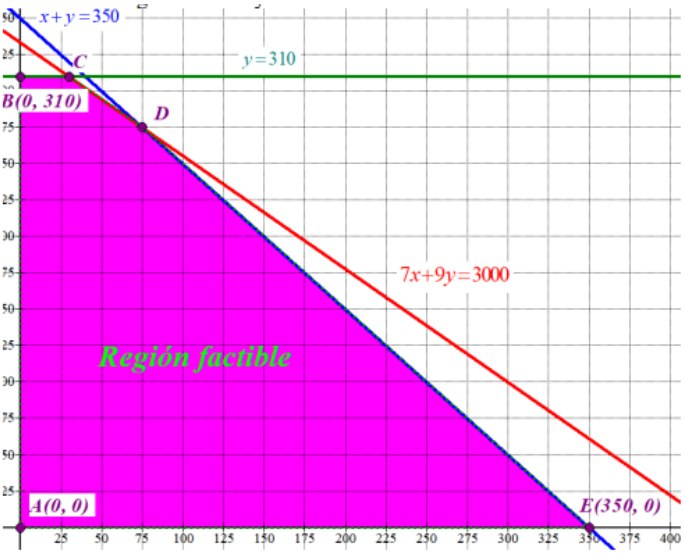
| $x$ | $y=350-x$ |
|---|---|
| 0 | 350 |
| 75 | 275 |
| 350 | 0 |

$y=310$

| $x$ | $y=310$ |
|---|---|
| 0 | 310 |
| 50 | 310 |

$x\ge 0;\ y\ge 0$

*Primer cuadrante*




Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C\Rightarrow \left.\begin{array}{r}y=310\\ 7x+9y=3000\end{array}\right\}\Rightarrow 7x+2790=3000\Rightarrow 7x=210\Rightarrow x=30\Rightarrow C(30,310)$$

$$D\Rightarrow \left.\begin{array}{r}7x+9y=3000\\ x+y=350\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r}7x+9y=3000\\ y=350-x\end{array}\right\}\Rightarrow 7x+9(350-x)=3000\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x+3150-9x=3000\Rightarrow -2x=-150\Rightarrow x=\frac{150}{2}=75\Rightarrow 7=350-75=275\Rightarrow D(75,275)$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 310); C(30, 310), D(75, 275) y E(350, 0).

c) Valoramos la función objetivo $B(x,y)=30x+60y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0,0) → $B(0,0)=0$
B(0, 310) → $B(0,310)=0+18600=18600$
C(30, 310) → $B(30,310)=900+18600=19500$ ¡Máximo!
$D(75,275)$ → $B(75,275)=2250+16500=18750$
E(350, 0) → $B(350,0)=10500+0=10500$

El máximo beneficio es de 19500 € y se produce en el vértice C (30, 310) que significa comprar 30 móviles calidad A y 310 calidad A$^+$.