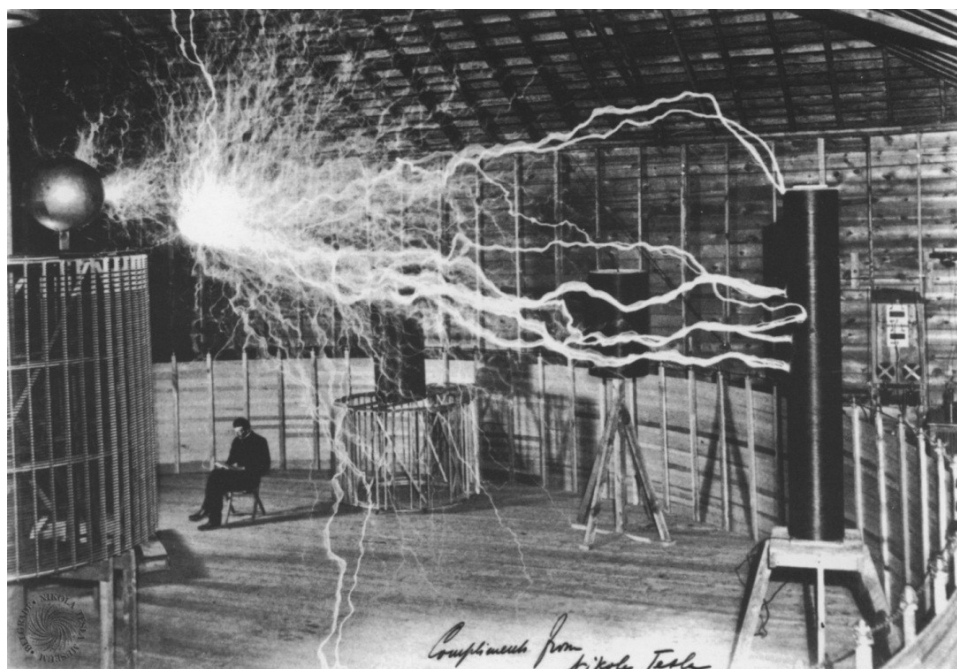


TEMA 4: RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS EN CORRENTE ALTERNA.

SUMARIO

1. OS SINAIS ELÉCTRICOS.....	3
1.1. CARACTERÍSTICAS COMÚNS.....	3
1.1.1. SINAIS CONSTANTES E VARIANTES.....	3
1.1.2. SINAIS CONTINUOS E ALTERNOS.....	3
1.1.3. SINAIS PERIÓDICOS.....	3
1.1.4. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES DOS SINAIS PERIÓDICOS.....	4
1.2. SINAIS DE PROBA.....	5
1.2.1. SINAL SINUSOIDAL.....	5
1.2.2. SINAIS RECTANGULAR E CADRADO.....	6
1.2.3. SINAIS TRIANGULARES.....	6
2. ESPECTROS. REPRESENTACIÓN EN FRECUENCIA.....	7
2.1. ESPECTROS DE SINAIS PERIÓDICOS.....	7
2.2. ESPECTROS DE SINAIS NON PERIÓDICOS.....	9
2.3. ANCHO DE BANDA.....	9
2.4. MEDIDA DE ESPECTROS.....	10
2.5. TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN.....	10
2.6. CONCLUSIÓN.....	10
3. COMPORTAMENTO DOS COMPOÑENTES BÁSICOS EN CORRENTE ALTERNA.....	11
3.1. RESISTENCIA (R).....	11
3.2. REACTANCIA (X).....	11
3.2.1. REACTANCIA INDUTIVA. BOBINAS.....	12
3.2.2. REACTANCIA CAPACITIVA. CONDENSADORES.....	12
3.3. IMPEDANCIA.....	13
3.4. ASOCIACIÓN DE IMPEDANCIAS.....	15
3.4.1. ASOCIACIÓN SERIE.....	15
3.4.2. ASOCIACIÓN PARALELO.....	15

3.5. POTENCIA EN SINAIS SINUSOIDAIS.....	15
3.5.1. POTENCIA APARENTE(PAP OU S).....	16
3.5.2. POTENCIA ACTIVA(PAC OU P).....	16
3.5.3. POTENCIA REACTIVA(PRE OU Q).....	16
3.6. RESOLUCIÓN DE CIRCUÍTOS EN CA.....	17
3.6.1. CIRCUÍTOS EN SERIE.....	17
3.6.2. CIRCUÍTOS EN PARALELO.....	18
3.7. RESONANCIA.....	19
3.7.1. RESONANCIA SERIE. CIRCUÍTO R-L-C.....	19
3.7.2. RESONANCIA PARALELO. CIRCUÍTO L-C.....	20
3.7.3. APLICACIÓNS DOS CIRCUÍTOS RESOANTES.....	21
3.8. COMPENSACIÓN DO FACTOR DE POTENCIA.....	22
3.8.1. CALCULO DO CONDENSADOR DE COMPENSACIÓN.....	22
4.1.1 TIPOS DE COMPENSACIÓN.....	23
4. FILTROS.....	24
4.1. TIPOS DE FILTROS SEGUNDO A SITUACIÓN DAS BANDAS.....	26
4.1.2 TIPOS DE FILTROS SEGUNDO O TIPO DE RESPOTA.....	27
4.2. TIPOS DE FILTROS SEGUNDO OS COMPOÑENTES EMPREGADOS.....	29
4.3. ESTRUCTURAS DE FILTROS PASIVOS.....	30



1. OS SINAIS ELÉCTRICOS

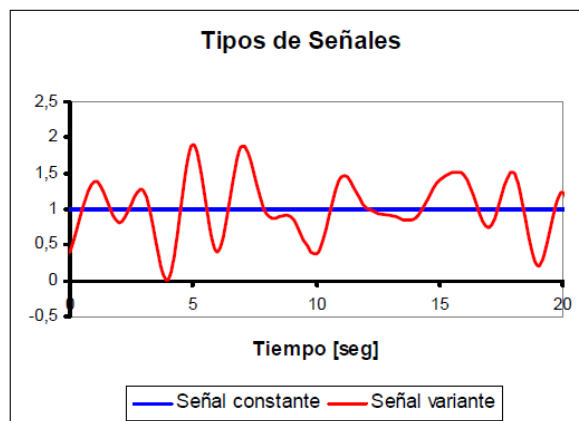
Entenderemos por sinal eléctrico unha magnitude eléctrica cuxo valor depende do tempo. Así, $v(t)$ é unha tensión cuxa amplitude depende do tempo e $i(t)$ é unha corrente cuxa intensidade que depende do tempo. Polo xeral désígnase a palabra sinal para referirse a magnitudes que varían dalgunha forma no tempo. Interpretaremos ás magnitudes constantes como casos particulares de sinais.

1.1. CARACTERÍSTICAS COMÚNS

1.1.1. SINAIS CONSTANTES E VARIANTES

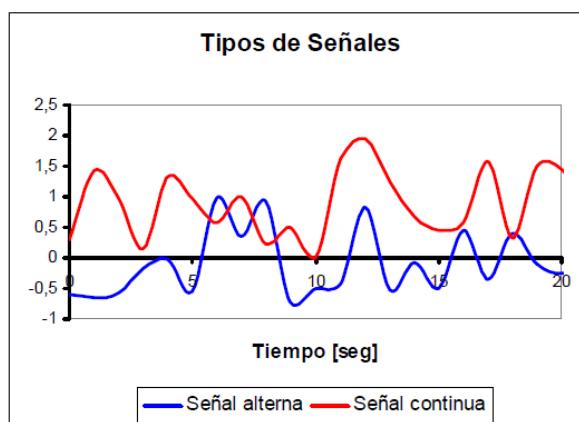
Como o seu nome indíca, os sinais constantes son aquelas que non varían no tempo. Tal é o caso da voltaxe en bornes dunha batería. A súa representación gráfica é por tanto unha liña recta horizontal.

Os sinais variantes son aquelas que cambian o seu valor dalgunha maneira no tempo.



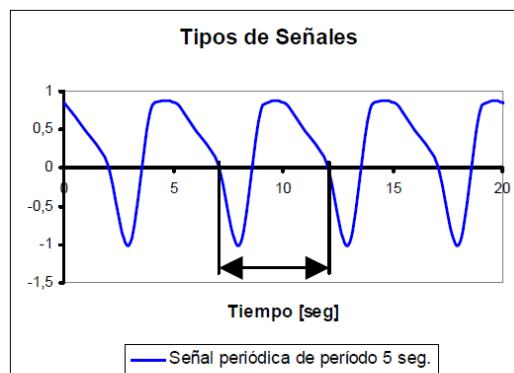
1.1.2. SINAIS CONTINUOS E ALTERNOS

Os sinais continuos son aquelas que sempre teñen o mesmo signo, é dicir, son sempre positivas ou nulas, ou sempre negativas ou nulas. No caso dunha corrente, isto significa que a mesma sempre circulará no mesmo sentido, aínda que poida variar a súa intensidade. Se o sinal é de voltaxe, debe interpretarse que a fonte tenta forzar a circulación de corrente sempre no mesmo sentido, aínda que poida variar a súa forza. Un sinal continuo, entón, pode ou non ser constante, é habitual confundir continuo con constante pero isto non é correcto. Os sinais alternos son aquelas que, ao contrario que os continuos, varían o signo da súa magnitude. Un sinal alterno nunca pode ser constante.



1.1.3. SINAIS PERIÓDICOS

Os sinais periódicos son aqueles aos que se lles pode atopar un patrón de repetición. É dicir, que despois dun determinado tempo, volven repetirse un a un os valores anteriores unha e outra vez. O patrón que se repite denomínase ciclo do sinal. A duración do ciclo denomínase período e mídese en unidades de tempo, no SIU en segundos.



Denomínase frecuencia (f) do sinal á cantidade de ciclos que se completan en un segundo. Mídese en ciclos por segundo u Hertz, abreviado, Hz. A relación existente entre frecuencia e período dun sinal é:

$$f = 1/T.$$

A pulsación ou frecuencia angular (ω) é a frecuencia expresada en radiáns por segundo. Un ciclo equivale a $2\cdot\pi$ radiáns, polo tanto a pulsación calcúlase como $\omega = 2\cdot\pi\cdot f$ e mídese en rad/s.

Os sinais aperiódicos son aqueles aos cales é imposible definirles un ciclo. Un exemplo pode ser un sinal de audio.

1.1.4. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES DOS SINAIS PERIÓDICOS

Pódense definir outros parámetros que identifican a un sinal periódico:

Amplitude de pico: é o valor máximo que ten un sinal, considerada desde o '0'.

Amplitude pico a pico: é a diferenza entre o valor máximo e o valor mínimo dun sinal.

Valor eficaz: é o valor equivalente ao dun sinal continuo constante capaz de desenvolver a mesma potencia que o sinal periódico sobre unha carga resistiva.

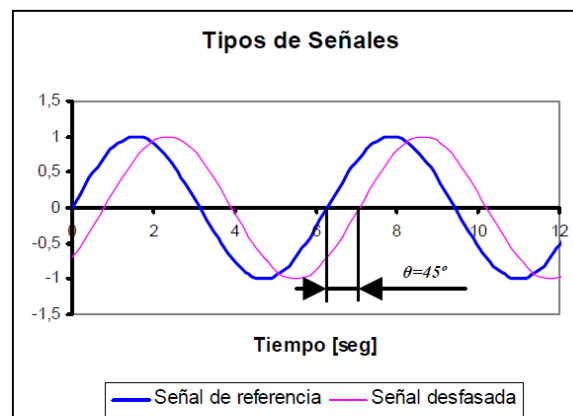
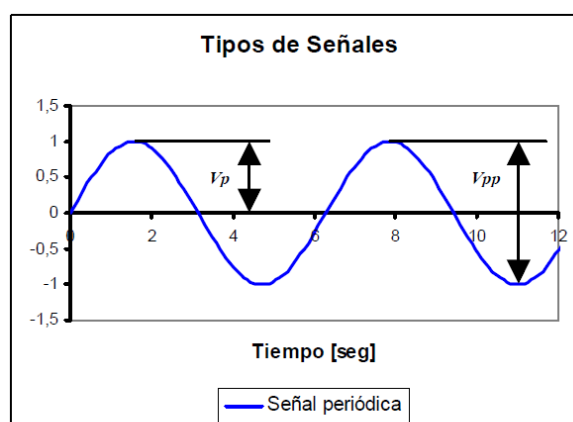
Valor medio: é a media de todos os valores dun sinal tomados nun ciclo. Para sinais simétricos como a sinusoidal, o valor medio é nulo.

Desfasamento: cando un sinal é comparado cun sinal de referencia co mesmo período, é posible observar un desprazamento horizontal. Denomínase desfasamento ao valor deste desprazamento, pódese medir en unidades de tempo ou en unidades de ángulo, graos sexagesimais ou radiáns.

A relación entre o desfasamento angular (φ) e temporal (Δt) obténse facendo corresponder un período completo da onda cun ciclo angular completo 360° ou $2\cdot\pi$ radiáns.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ} \Rightarrow \varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

O desfasamento pode ser en adianto, se o desprazamento é cara á esquerda, ou en atraso, se o desprazamento é cara á dereita da referencia. As cousas que suceden máis á dereita nun diagrama temporal suceden máis tarde, é dicir con retraso.



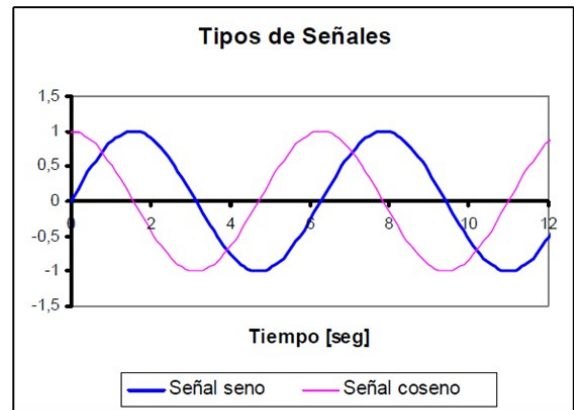
1.2. SINAIS DE PROBA

1.2.1. SINAL SINUSOIDAL

O sinal sinusoidal é a máis común dos sinais de proba. É alterna e periódica. Para ela son válidas todas as definicións anteriores.

Como se aprecia na figura ambos os semiciclos son idénticos, variando só no signo. Isto provoca que o seu valor medio sexa nulo.

O sinal que comeza en 0 no instante $t = 0$ denomínase seno.



Se a un sinal seno desfasámolo 90° en adianto obtense un novo sinal denominado coseno. Dise que ambas se atopan en cuadratura.

Se a un sinal seno desfasámolo 180° en adianto ou atraso obtense o sinal menos seno. Dise que ambas se atopan en oposición de fase.

Se a un sinal seno desfasámolo 90° en atraso obtense o sinal menos coseno.

A relación existente entre o valor de pico e o valor eficaz dun sinal sinusoidal é sempre o mesmo e garda a seguinte relación:

$$V_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

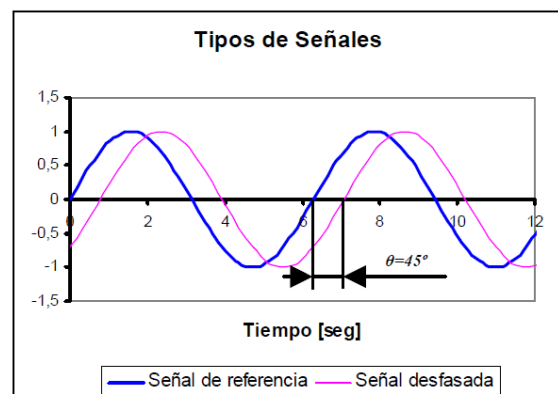
Así, o sinal de voltaxe da rede eléctrica ten un valor eficaz de 230V e, por tanto, un valor de pico de 325V.

As expresións matemáticas para os sinais seno e coseno son as seguintes:

$$V(t) = V_p \cdot \sin(\omega \cdot t) = V_p \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

$$V(t) = V_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2) = V_p \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \pi/2) = V_p \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Onde V_p é o valor de pico, f a frecuencia e $\pi/2$ representa o desfasamento medido en radiáns. É moi común suplantar este último valor polo seu equivalente en sexagesimal 90° , aínda que non é matematicamente correcto xa que estaríamos a sumar radiáns ($\omega \cdot t$) con graos. Os argumentos das funcións anteriores sempre deben estar expresados en radiáns. Como exemplo, o sinal desfasada da figura 5 ten un atraso de 45° ($\pi/4$).



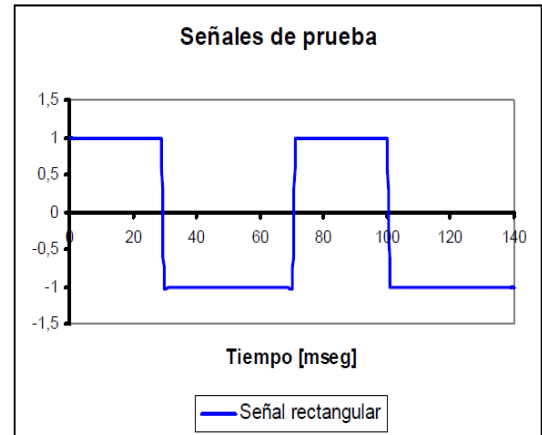
Matematicamente este sinal será representado como: $V(t) = 1 \cdot \sin(\omega \cdot t - \pi/4) V$.

O signo menos dentro do argumento da función seno indica o atraso respecto ao sinal $\sin(\omega \cdot t)$, se o sinal estivese adiantado 45° ($\pi/4$) a súa representación matemática sería: $V(t) = 1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/4) V$.

1.2.2. SINAIS RECTANGULAR E CADRADO

O sinal rectangular é moi empregado en sistemas de medición e control. Caracterízase por ter soamente dous valores posibles. Pódese definir amplitude, período, frecuencia e o desfaseamento entre dous sinais das mesmas características desprazadas no tempo.

O paso dun valor a outro denomínase flanco, ascendente ou descendente segundo corresponda. Aínda que en teoría o cambio debería ser instantáneo, na práctica, por limitación dos circuítos que xeran o sinal, devandito flanco posúe unha leve inclinación.



O semiciclo positivo e o negativo non teñen que ser necesariamente iguais. A relación entre o tempo τ do semiciclo positivo e o período T denomínase ciclo útil, ciclo de actividade ou ciclo de traballo: $CU = \tau/T$ $CU(\%) = 100 \cdot \tau/T$

O valor medio dun sinal rectangular calcúlase como:

$$V_{med} = (V_{max} \cdot \tau + V_{min} (T - \tau)) / T = (V_{max} - V_{min}) \cdot CU + V_{min}$$

Cando o CU é do 50% o sinal rectangular transfórmase nun sinal cadrado. Nun sinal alterno simétrica e cadrada, de igual xeito que sucede coas ondas sinusoidais, o valor medio é nulo.

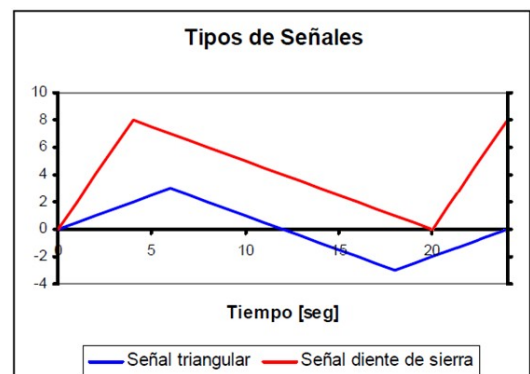
Un caso particularmente importante de sinal rectangular é aquel no que a tensión nos semiciclos negativos valen cero, é dicir, son sinais rectangulares ou cadrados continuos coma o da figura da dereita. Un sinal coma este con período constante pero cun CU que se pode controlar denomínase sinal PWM (Modulación de anchura de pulsos). Estes sinais PWM son moi empregados no control de servomotores e de motores de continua, entre outros sistemas. Para un sinal PWM o valor medio pódese calcular coma $V_{med} = V_{max} \cdot CU$.

1.2.3. SINAIS TRIANGULARES

Son sinais que teñen un crecemento e decrecemento constantes. Ás velocidades de crecemento e decrecemento denomínanse pendentes. Se ambas pendentes son iguais o sinal chamarase triangular; caso contrario chamarase en dentes de serra.

O valor da pendente calculase como:

$$Pend = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}}$$



As súas unidades serán V/s ou A/s segundo se trate de tensións ou intensidades.

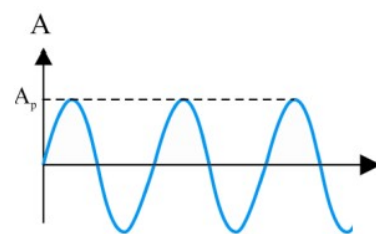
2. ESPECTROS. REPRESENTACIÓN EN FRECUENCIA.

Estamos afeitos a representar os sinais no tempo, é dicir, a debuxar a evolución das magnitudes ao longo do tempo. Sen embargo os sinais admiten outra representación que será de gran utilidade para analizar algúns tipos de circuítos, trátase da representación en frecuencia á que nos referiremos habitualmente como espectro dos sinais.

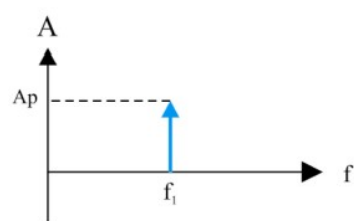
Todos os sinais, por complexos que sexan, poden ser expresados como a suma de unha serie de sinais sinusoidais de frecuencias distintas. A cada un de estes sinais sinusoidais chamámoslle compoñente do sinal. O espectro é a representación da amplitude de cada unha das compoñentes frecuencias que forman un sinal.

O caso máis sinxelo é o dun sinal sinusoidal puro que estará representado no dominio da frecuencia por un único punto, situado na frecuencia do sinal e con amplitude igual á tensión de pico ou á potencia do sinal segundo sexa o caso. Para nos polo de agora serán sempre as tensións de pico. Este caso é o que aparece na figura da dereita.

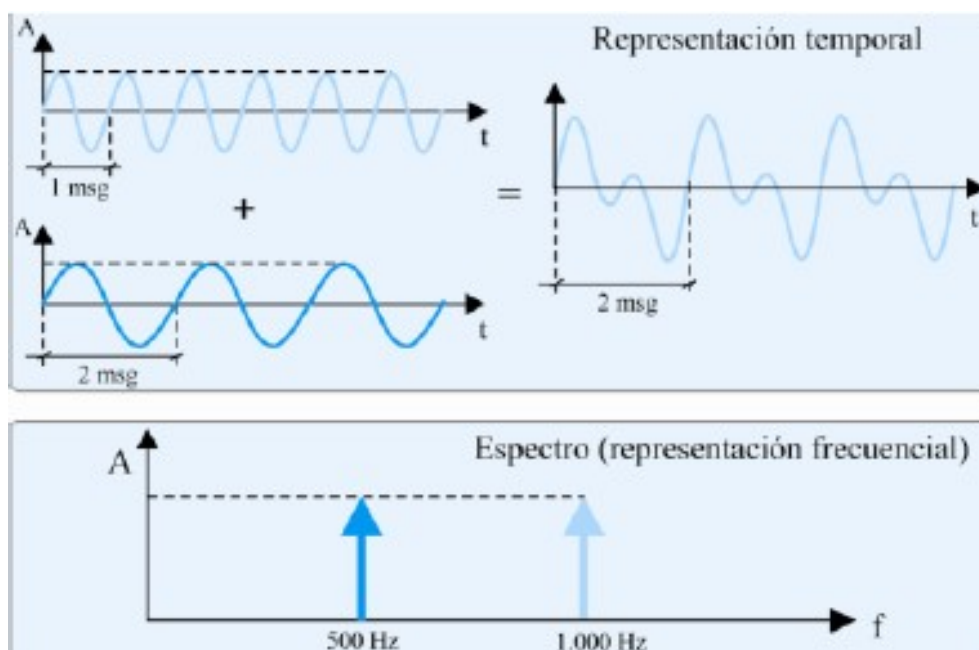
Se sumamos dous sinais sinusoidais o espectro será tamén a suma dos espectros como ilustra a figura embaixo.



a) Representación temporal.



b) Representación frecuencial.

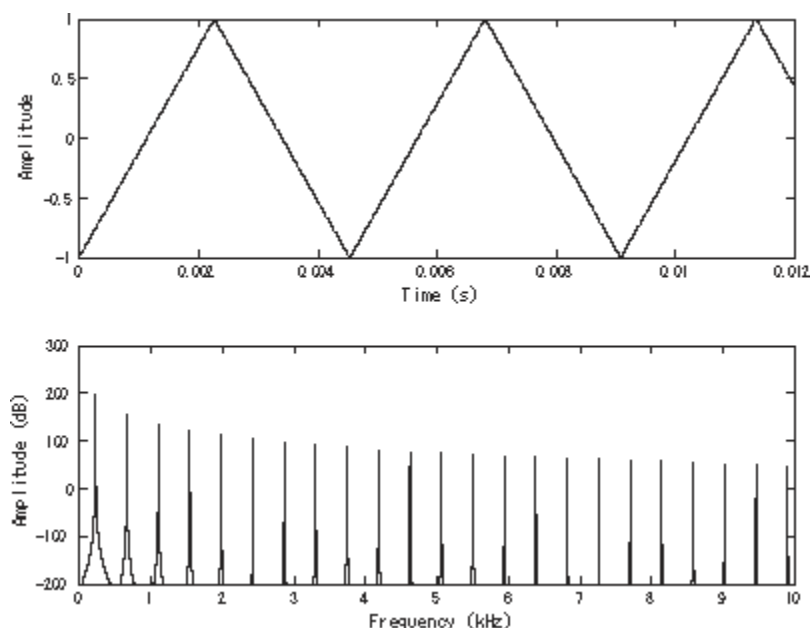


2.1. ESPECTROS DE SINAIS PERIÓDICOS.

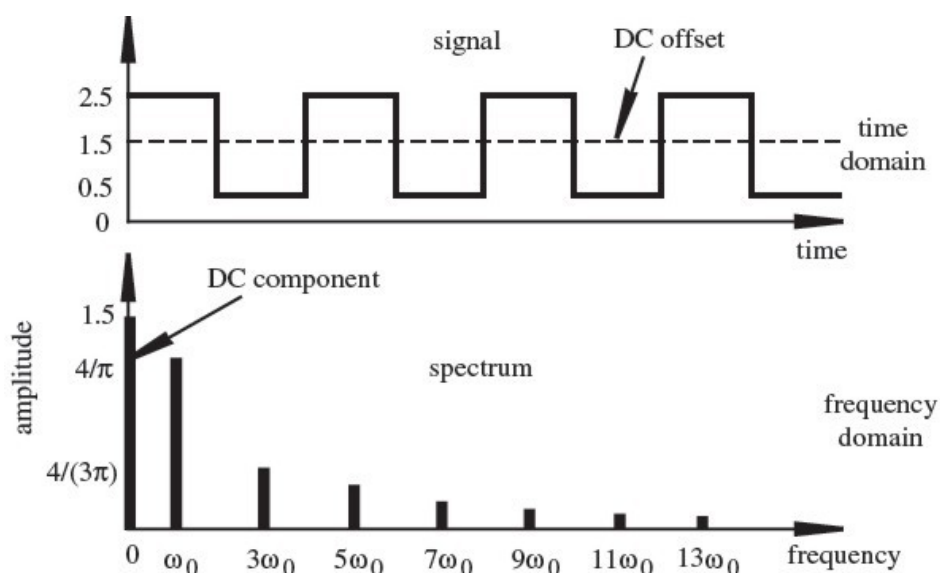
Os sinais periódicos no tempo teñen espectros discretos, e dicir, o seu espectro esta formado por un conxunto de puntos separados entre si no dominio da frecuencia.

Ademais é posible saber cales son estes puntos que van a aparecer no espectro xa que estarán situados na frecuencia que denominaremos fundamental (f_0), a inversa do período do sinal e os seus múltiplos enteiros $2 \cdot f_0$, $3 \cdot f_0$, $4 \cdot f_0$, $5 \cdot f_0$, $6 \cdot f_0$...

Exemplo 1: Espectro dun sinal triangular.



Exemplo 2: Espectro dun sinal cadrado.



Neste exemplo aparece outro concepto interesante, a compoñente de continua, se un sinal ten un valor medio diferente de cero este aparecerá reflectido no espectro como unha compoñente de frecuencia 0. Senón non sería posible diferenciar a través do seu espectro dous sinais coa mesma forma pero con valores medios diferentes.

Exemplo3: Nesta animación pódese apreciar como unha onda cadrada pode obterse sumando un número suficiente de compoñentes espectrais (sinais sinusoidais puros): https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/af/Fourier_synthesis_square_wave_animated.gif

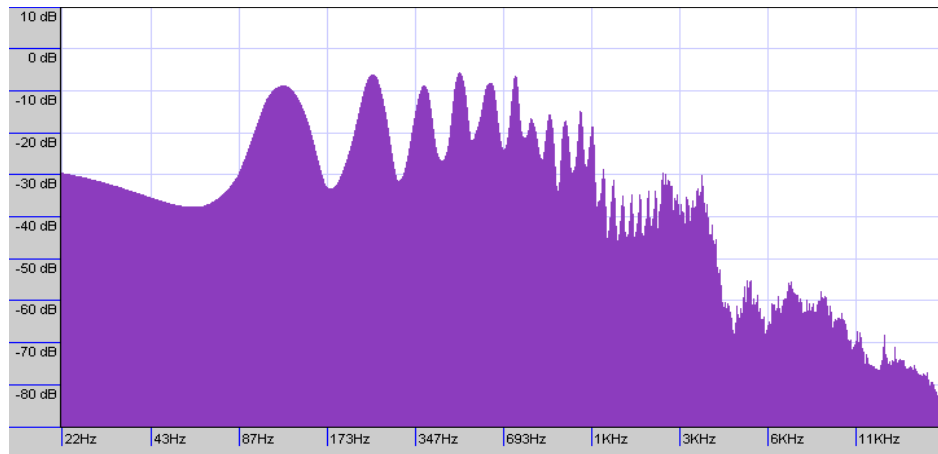
Tamén podedes xogar con este programa no que se pode modificar o sinal no tempo e ver o efecto no espectro e viceversa: <http://www.falstad.com/fourier/index.html>

2.2. ESPECTROS DE SINAIS NON PERIÓDICOS.

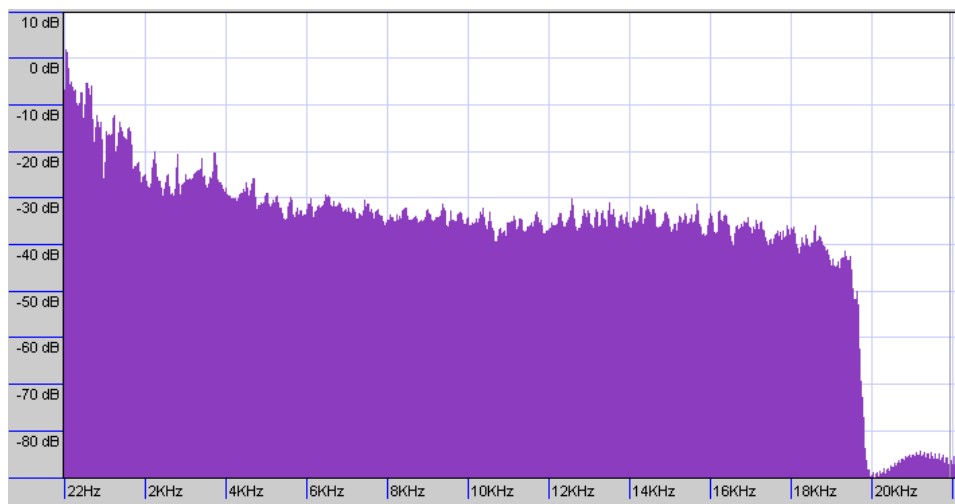
Normalmente os sinais non son periódicos e, ademais, conteñen moitas frecuencias, o que non permite unha representación discreta do espectro. Aínda así, os sinais admiten unha representación de forma continua, que determina o contido en frecuencias do sinal.

Exemplos:

O espectro da voz humana varía nun marxe aproximado de 60Hz a 7 kHz é dicir, durante unha conversa xeramos sinais acústicas comprendidas no marxe anterior. Na seguinte figura pode verse o espectro da voz dun home.



Os sons son as ondas mecánicas audíbles que se atopan entre os 20Hz e os 20 kHz polo que o espectro dunha canción estenderase nesa marxe de frecuencias. Na seguinte figura pode verse o espectro dun fragmento da canción Off the wall de Michael Jackson.



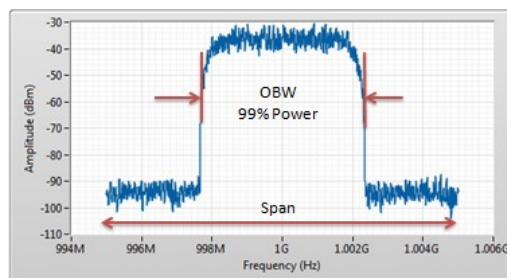
O sinal de vídeo capturada por unha cámara de TV pode variar entre 25 Hz e 5 MHz, dependendo da imaxe explorada.

2.3. ANCHO DE BANDA

Denomínase ancho de banda dun sinal a lonxitude, medida en Hz, do rango de frecuencias no que se concentra a potencia do sinal. Tamén son chamadas frecuencias efectivas as pertencentes a este rango.

Así, por exemplo o ancho de banda dun sinal de son será sempre menor ou igual a 20kHz xa que esta é a maior frecuencia posible dun sinal audible.

Outros sinais teñen espectros con infinitas compoñentes, sen embargo a maior parte da potencia concéntrase nunha zona do seu espectro polo que, se definimos un limiar de potencia, é posible definir tamén un ancho de banda finito para eles. Nestes casos o ancho de banda será a marxe de frecuencias cunha potencia por enriba do limiar definido.



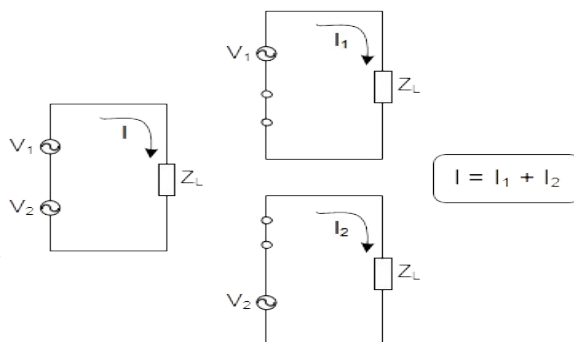
2.4. MEDIDA DE ESPECTROS

Existen aparellos que son capaces de mostrar o espectro dun sinal, son os chamados analizadores de espectro. Os medidores de campo empregados para verificar as instalacións de radio e televisión inclúen xeralmente un modo no que traballan como analizadores de espectro. A maior parte dos osciloscopios dixitais actuais tamén permiten obter o espectro dos sinais mediante unha técnica de procesamento de sinal denominada transformada rápida de fourier (FFT)

Tamén hai programas informáticos que dada unha forma de onda son capaces de debuxar o seu espectro tamén mediante a FFT. Os programas de edición de audio habitualmente inclúen unha ferramenta de análise de espectro, por exemplo o programa de software libre Audacity inclúe unha ferramenta deste tipo coa que se pode facer algunhas probas.

2.5. TEOREMA DE SUPERPOSICIÓN

Este teorema establece que o efecto que dúas ou máis fontes teñen sobre un circuíto é igual á suma dos efectos de cada fonte tomados por separado substituíndo as demais pola súa resistencia interna.



2.6. CONCLUSIÓN

Por unha banda temos que todo sinal pode ser representado como unha suma de sinais sinusoidais puros (compoñentes espectrais), aínda que sexan infinitos.

Por outra banda se lembramos o teorema de superposición di que se temos moitas fontes nun circuíto poderemos analízalo para cada fonte por separado e sumar os resultados parciais.

Xuntando estes dous resultados chegamos á conclusión de que se somos capaces de resolver un circuíto para un sinal sinusoidal puro poderemos facelo para a calquera sinal. Haberá que descompoñer o sinal en compoñentes sinusoidais, resolver o circuíto para cada compoñente e, finalmente, sumar os resultados.

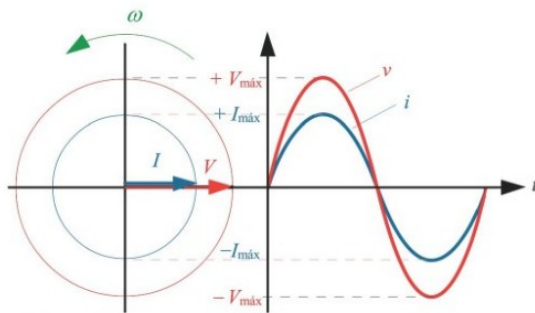
3. COMPORTAMENTO DOS COMPOÑENTES BÁSICOS EN CORRENTE ALTERNA.

3.1. RESISTENCIA (R)

A resistencia (R) dun elemento circuital é a oposición que este presenta ao paso da corrente eléctrica debido a unha perda de enerxía ao atravesalo a devandita corrente.

Nun elemento puramente resistivo cúmprese a lei de Ohm en cada instante e polo tanto a corrente e a tensión están en fase. Como a corrente e a tensión están en fase o seu produto ten sempre signo positivo de xeito que se disipa unha certa cantidade de potencia ao longo de cada período.

A seguinte figura mostra un diagrama da tensión e a corrente en un circuíto puramente resistivo, tamén aparece un diagrama fasorial no que se pode observar como o desfase entre a tensión e a corrente é nulo.



O diagrama fasorial é unha ferramenta moi empregada para á análise de circuítos alimentados con sinais sinusoidais. Cada sinal representase mediante un vector cuxo módulo representa a amplitude do sinal e cuxa dirección representa a fase do mesmo. Os fasores xiran a velocidade $\omega \cdot t$ en sentido antihorario.

Nun resistor esta enerxía é transformada en calor pero en outros casos pode ser transformada en enerxía mecánica nun motor ou en ondas de radio nunha antena. A resistencia mídese en Ohmios(Ω) e maniféstase tanto en corrente continua coma en corrente alterna. A resistencia pode variar coa frecuencia como sucede nas antenas ou non como sucede, en xeral, cos resistores.

3.2. REACTANCIA (X)

A reactancia é a oposición ofrecida ao paso da corrente alterna por elementos nos que non se consume enerxía. Cando circulan sinais sinusoidais por algún destes compoñentes a enerxía é alternativamente almacenada e liberada neles na mesma cantidade, sen consumo neto. Nun elemento puramente reactivo o desfase entre a corrente e a tensión é tal que non se disipa potencia ($\pm 90^\circ$)

Aos compoñentes que se comportan deste xeito chamámoslles compoñentes reactivos. Os compoñentes reactivos máis habituais son os indutores (bobinas) e os condensadores. A reactancia mídese en Ohmios(Ω) ao igual que a resistencia.

O valor da reactancia depende da frecuencia do sinal sinusoidais que a atravesa de xeito que cada sinal sinusoidal verase afectado dun xeito diferente polo mesmo elemento reactivo. Ademais ao contrario que a resistencia a reactancia ten signo de xeito que as reactancias duns elementos poden compensarse coas de outros.

3.2.1. REACTANCIA INDUTIVA. BOBINAS

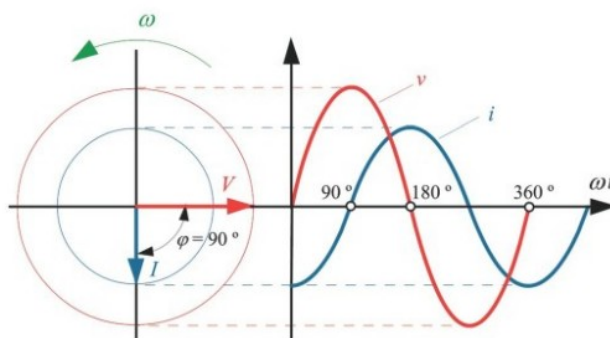
Como xa dixemos antes as bobinas son compoñentes a expresión que relaciona o seu coeficiente de autoindución (L) coa súa reactancia (X_L) é:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Unha bobina presenta o seguinte comportamento ao ser alimentada cunha CA:

- ✓ As bobinas presentan unha oposición ao paso da corrente eléctrica (X_L) que aumenta ao aumentar a frecuencia, “deixan pasar” as frecuencias baixas.
- ✓ As bobinas provocan un retardo na corrente respecto da tensión. Nunha bobina pura este retardo será de 90° .

Na seguinte figura pode verse a tensión e a corrente nunha bobina pura:



Obsérvese que segundo o visto no tema anterior

$$v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \int di_L = \int \frac{v_L}{L} \cdot dt$$

Ao alimentar a bobina cunha tensión sinusoidal $v = V_p \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$$i_L = \int \frac{V_p \cdot \cos(\omega \cdot t)}{L} \cdot dt = \frac{V_p \cdot \sin(\omega \cdot t)}{\omega \cdot L} = \frac{V_p}{\omega \cdot L} \cos(\omega \cdot t - 90^\circ)$$

O que é unha corrente de amplitude $\frac{V_p}{X_L}$ retrasada 90° respecto da tensión como dixemos ao principio de este apartado.

3.2.2. REACTANCIA CAPACITIVA. CONDENSADORES

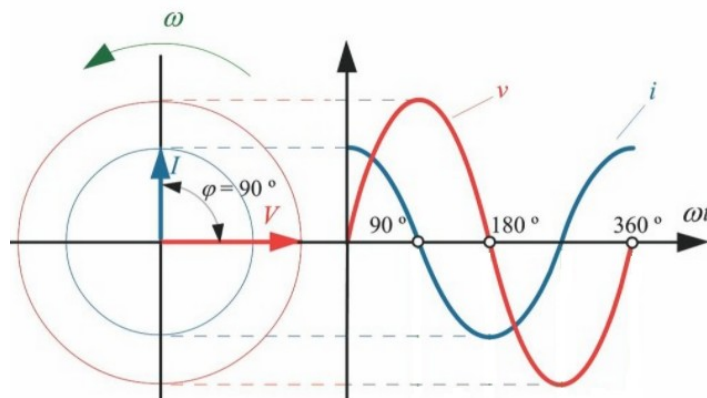
Como xa dixemos antes os condensadores son compoñentes reactivos a expresión que relaciona a súa capacidade (C) coa súa reactancia (X_C) é:

$$X_C = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Un condensador presenta o seguinte comportamento ao ser alimentada cunha CA:

- ✓ Os capacitores presentan unha oposición ao paso da corrente eléctrica (X_C) que diminúe ao aumentar a frecuencia, “deixan pasar” as frecuencias altas.
- ✓ Os capacitores provocan un adianto da corrente respecto da tensión. Nun capacitor puro este adianto será de 90° .

Na seguinte figura pode verse a tensión e a corrente nun condensador puro:



Segundo o visto no tema anterior

$$i_C = C \cdot \frac{dv_C}{dt}$$

Se o condensador se alimenta cunha tensión sinusoidal: $v = V_p \cdot \sin(\omega t)$

$$i_C = C \cdot \frac{d}{dt} [V_p \cdot \sin(\omega t)] = V_p \cdot C \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) = V_p \cdot C \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$

O que é unha corrente de amplitude $\frac{V_p}{|X_C|}$ adiantada 90° respecto da tensión como dixemos ao principio de este apartado.

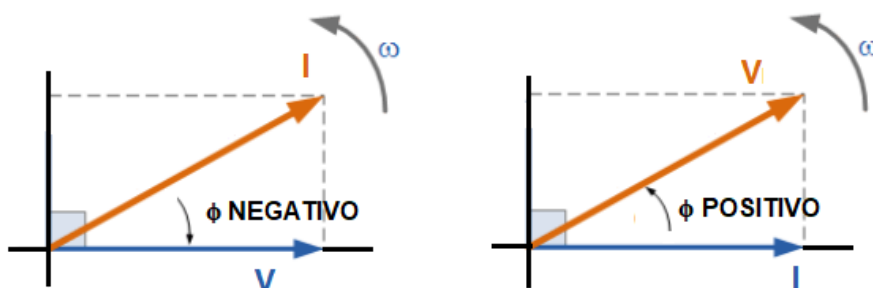
3.3. IMPEDANCIA

A Impedancia da conta da oposición total que ofrece un elemento ou conxunto de elementos ao paso da corrente alterna. É a magnitude que establece a relación entre a tensión e a intensidade de corrente en calquera elemento ou conxunto de elementos dun circuíto. A impedancia ten coma unidade os Ohmios (Ω).

A impedancia (Z) terá dúas partes resistencia (R) e reactancia (X). O módulo da impedancia (Z ou $|Z|$), as veces impropriamente chamado impedancia, establece a relación entre as magnitudes da tensión e da corrente. Calcularemos o módulo da impedancia do seguinte xeito: $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$

Así teremos a lei de Ohm xeneralizada para corrente alterna $I = V/|Z|$ que relaciona as magnitudes características dos sinais eléctricos alternos e que se pode usar tanto para relacionar valores de pico ou de pico a pico coma valores eficaces.

O argumento da impedancia $\varphi(Z) = \text{atan}(X/R)$ representa o ángulo de desfase entre a tensión e da corrente. A tensión presentará un desfase de $\varphi(Z)$ con respecto á corrente. Se o signo de este desfase é negativo a tensión estará retrasada respecto da corrente e se o signo é positivo a tensión estará adiantada como ilustra a figura.



Pódese definir unha lei de Ohm xeneralizada para correntes sinusoidais, $i = \frac{v}{Z}$:

- ✓ O módulo da impedancia, $|Z|$, multiplícase á amplitude do sinal ao multiplícalo por Z ou divídese á mesma ao dividilo por Z .
- ✓ O argumento da impedancia, $\varphi(Z)$, súmase ao argumento do sinal ao multiplícalo por Z ou restase ao mesmo ao dividilo por Z .

Ao alimentar un compoñente de impedancia Z cunha tensión sinusoidal de expresión $v = V_p \cdot \text{sen}(w \cdot t)$, obterase unha intensidade de corrente que virá dada pola expresión

$$i = \frac{V_p}{|Z|} \cdot \text{sen}(w \cdot t - \varphi(Z)).$$

Se o compoñente de impedancia Z fora alimentado cunha intensidade sinusoidal de expresión $i = I_p \cdot \text{sen}(w \cdot t)$, obterase unha tensión que virá dada pola expresión $v = I_p \cdot |Z| \cdot \text{sen}(w \cdot t + \varphi(Z))$.

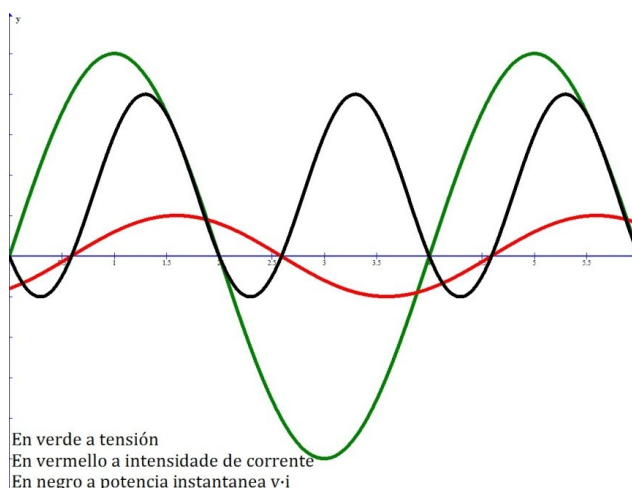
É moi habitual representar a impedancia mediante un número complexo como $Z = R + j \cdot X$ pero nos non imos operar con números complexos. Bástanos con saber que se vemos unha impedancia representada deste xeito a resistencia é o termo que vai “sen j ” (parte real) e a reactancia é o termo que vai “con j ” (parte imaxinaria).

Na seguinte figura aparecen representadas a corrente (vermello) e a tensión (verde) entre extremos dun receptor de impedancia a frecuencia f_0 $Z(f_0) = \{R(f_0) = 3 \Omega ; X(f_0) = 4 \Omega\}$ ao ser alimentado cunha tensión sinusoidal de frecuencia f_0 e amplitude de pico 5V.

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \Omega$$

$$\varphi(Z) = \text{atan}(X/R) = \text{atan}(4/3) = 53,13^\circ$$

A amplitude da corrente é de $1A = 5V/5\Omega$ e a intensidade esta retrasada 53° con respecto



da tensión. Ademais a suma das potencias instantáneas (curva negra) nun ciclo é positiva pero menor que para un elemento resistivo.

Os desfases representámoslos en ángulo por comodidade pero ao medilos facémolo en tempo. Para pasar un desfase angular a un desfase temporal ou viceversa teremos que ter en conta que un ciclo ($2\cdot\pi$) correspóndese cun período completo do sinal.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{2\cdot\pi} \Rightarrow \varphi = 2\cdot\pi \cdot \frac{\Delta t}{T} = 2\cdot\pi \cdot f \cdot \Delta t$$

Ou o que é o mesmo $\Delta t = \frac{\varphi}{2\cdot\pi\cdot f}$

3.4. ASOCIACIÓN DE IMPEDANCIAS

As asociacións de impedancias resólvense do mesmo xeito que as asociacións de resistencias mediante o cálculo de impedancias equivalentes. É importante comprender que o desfase tensión-corrente que se mide nun elemento nunha asociación non é o mesmo para todos eles. Nun resistor o desfase tensión corrente será sempre 0° e nun capacitor 90° aínda que ambos se atopen en serie. Ao calcular a impedancia equivalente o que poderemos obter é o desfase tensión-corrente entre os extremos da asociación completa.

3.4.1. ASOCIACIÓN SERIE

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N$$

Así simplemente teremos que sumar as resistencias por un lado e as reactancias polo outro para obter a impedancia equivalente.

3.4.2. ASOCIACIÓN PARALELO

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_N}$$

O problema é que isto non o podemos aplicar nesta forma sen empregar números complexos, por iso introducimos a seguinte expresión que nos permitira calcular o paralelo de dúas impedancias, Z_1 e Z_2 , sen sabermos nada de números complexos:

$$|Z_{eq}| = \frac{|Z_1| + |Z_2|}{|Z_1 + Z_2|} = \frac{\sqrt{R_1^2 + X_1^2} + \sqrt{R_2^2 + X_2^2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}}$$

$$\varphi(Z_{eq}) = \varphi(Z_1) + \varphi(Z_2) - \operatorname{atan}\left(\frac{X_1 + X_2}{R_1 + R_2}\right)$$

3.5. POTENCIA EN SINAIS SINUSOIDAIS

A definición de potencia, $p = v \cdot i$, é aplicable en cada instante no circuío pero non nos permite facernos unha idea de que potencia promedio se consume no circuío salvo que a debuxemos. Pensemos que os valores de pico de tensión e intensidade so están

presentes nunha serie de instantes. Lembremos que definíamos o valor efectivo dun sinal como o valor de un sinal continuo constante capaz de aportar a mesma potencia que o sinal periódico sobre unha carga resistiva. Así, nun resistor teremos unha potencia

promedio: $P = V_{ef} \cdot I_{ef} = I_{ef}^2 \cdot R = \frac{V_{ef}^2}{R}$

Con todo, se a carga non é resistiva, aparecerá un desfase, para calcular a potencia deberíamos sumar todas as potencias instantáneas ao longo dun período e dividilas pola duración do mesmo. Defínense tres valores da potencia: Aparente, activa e reactiva.

3.5.1. POTENCIA APARENTE(PAP OU S)

É o produto de V_{ef} e I_{ef} . $S = V_{ef} \cdot I_{ef} = \frac{V_p \cdot I_p}{2}$.

Como non é unha potencia real mídese en Voltamperios (VA) en lugar de en Vatios.

3.5.2. POTENCIA ACTIVA(PAC OU P)

É a potencia real que se consume no circuíto. Calculase como $P = S \cdot \cos(\varphi(Z))$.

Como é unha potencia real mídese en Vatios (W)

Ao $\cos(\varphi(Z))$ chamáselle factor de potencia, abreviado FP.

Isto é valido para carga resistiva xa que $\varphi(Z)=0 \Rightarrow FP=\cos(0)=1$, neste caso a potencia activa é igual a aparente $P=S$.

3.5.3. POTENCIA REACTIVA(PRE OU Q)

É a potencia que se intercambia entre o xerador e os elementos reactivos do circuíto. Non da lugar a un consumo neto de potencia pero fai circular corrente extra polo mesmo. Calculase como $Q = S \cdot \sin(\varphi(Z))$.

Mídese en Voltamperios reactivos (VAR).

Nunha carga puramente resistiva e nula xa que $\sin(0)=0$ implica que $Q=0$.

Nunha carga puramente reactiva $\varphi(Z)=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\pi/2)=1 \\ FP=\cos(\pi/2)=0 \end{cases}$, neste caso a potencia reactiva é igual a aparente $Q=S$ e a potencia activa é nula $P=0$

Obsérvese que a potencia reactiva ten signo polo que os efectos de un elemento reactivo poden ser compensados cos de outro de signo oposto conectado de xeito adecuado, a isto chámase compensación do factor de potencia e é moi importante. Estudáremolo ao final de este tema.

No caso máis xeral a carga non será pura e polo tanto parte da potencia será activa e parte reactiva cumpríndose: $S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

3.6. RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS EN CA

Durante este apartado empregarase a seguinte nomenclatura:

Letra minúscula (v , v_L , i , i_R ...) – Valores instantáneos, función do tempo.

Letra maiúscula (V , V_L , I , I_R ...) – Valores efectivos.

3.6.1. CIRCUITOS EN SERIE

Plantexase neste apartado o caso máis complexo, o dun circuíto RLC serie. Para os circuítos máis sinxelos obviarase a contribución do compoñente que non exista.

A reactancia será a suma das reactancias do condensador e da bobina xa que están en serie:

$$X = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Polo tanto o módulo e o argumento da impedancia serán:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2} \quad \varphi(Z) = \operatorname{atan} \left(\frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R} \right)$$

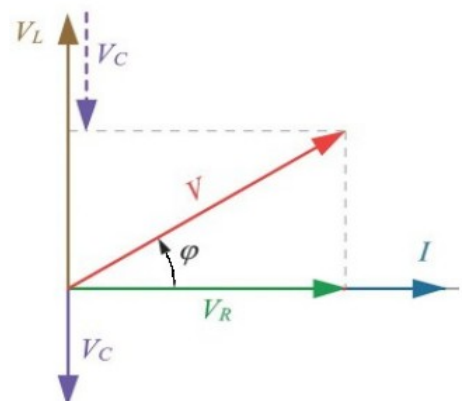
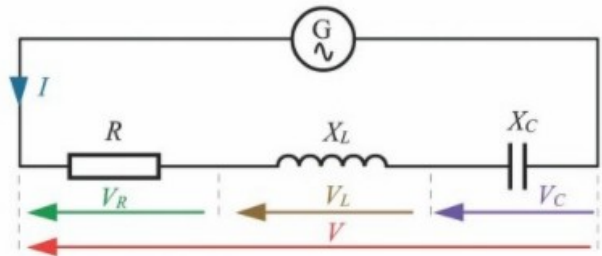
Como é un circuíto serie a intensidade de corrente (i) que circula polos compoñentes é a mesma. A súa amplitude virá dada por $I = V/|Z|$ e estará desfasada con respecto da tensión un valor que dependerá dos valores de L e C e da frecuencia.

A tensión v será a suma das tensións parciais v_L , v_C e v_R , o que pasa é que esta non é unha suma directa de tensións efectivas xa que v_L , v_C e v_R non están en fase entre elas, lembremos que v_R está en fase con i como corresponde a unha R pero v_L estará 90° adiantada respecto a i como corresponde a unha L e v_C estará 90° retrasada respecto a i como corresponde a un C .

- ✓ v_C será unha tensión de valor efectivo $V_C = I \cdot |X_C|$ retrasada 90° respecto de i .
- ✓ v_L será unha tensión de valor efectivo $V_L = I \cdot X_L$ adiantada 90° respecto de i .
- ✓ v_R será unha tensión de valor efectivo $V_R = I \cdot R$ en fase con i .

O resultado será unha suma vectorial de V_L , V_C e V_R tomando as tensións efectivas e tendo en conta o seu desfase. En este exemplo supúxose que X_L é maior que X_C e polo tanto domina o carácter indutivo pero tamén podería ser ao revés. Como se pode ver no diagrama de vectores V , $(V_L - V_C)$ e V_R forman un triángulo rectángulo de xeito que V é a hipotenusa, polo poderemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$V^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$



En canto ás potencias teremos:

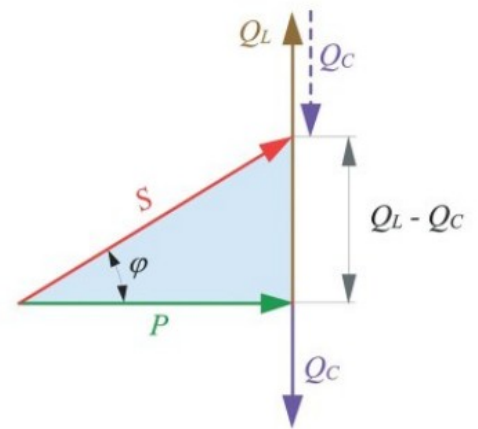
$$S = V \cdot I$$

$$P = S \cdot \cos(\varphi(Z)) = I^2 \cdot R$$

$$Q = S \cdot \sin(\varphi(Z)) = Q_L + Q_C$$

$$Q_L = I^2 \cdot X_L$$

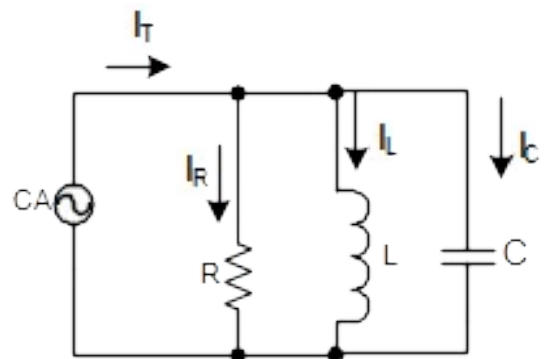
$$Q_C = I^2 \cdot X_C$$



3.6.2. CIRCUÍTOS EN PARALELO

Plantexase neste apartado o caso máis complexo, o dun circuíto RLC serie. Para os circuítos máis sinxelos obviarase a contribución do compoñente que non exista.

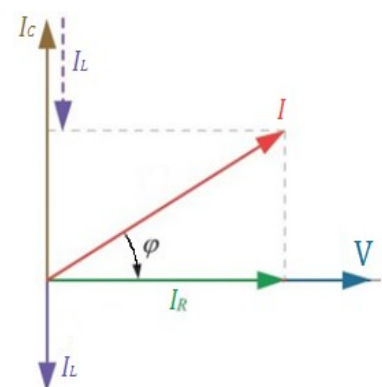
Como é un circuíto paralelo a tensión entre extremos dos compoñentes é a mesma. Pola súa banda a intensidade i será a suma das intensidades parciais i_C , i_L e i_R , o que pasa é que esta non é unha suma directa de intensidades efectivas xa que i_C , i_L e i_R non están en fase. Ao tratarse dunha R i_R estará en fase con v , pola súa parte i_C estará 90° adiantada respecto a v como corresponde a un C e i_L estará 90° retrasada respecto a v como corresponde a unha L .



- ✓ i_C é unha intensidade de valor efectivo $I_C = V/X_C$ adiantada 90° respecto de v .
- ✓ i_L é unha intensidade de valor efectivo $I_L = V/X_L$ retrasada 90° respecto de v .
- ✓ i_R será unha intensidade de valor efectivo $I_R = V/R$ en fase con v .

Polo tanto, haberá que ter en conta este desfase á hora de facer a suma, poderíamos debuxar ambas intensidades e sumalas punto a punto pero o resultado será o mesmo que se facemos unha suma vectorial de I_C , I_L e I_R tomando as intensidades efectivas e tendo en conta o seu desfase.

Neste exemplo supúxose que X_L é maior que X_C e polo tanto domina o carácter capacitivo pero tamén podería ser ao revés. Como se pode ver no diagrama de vectores I , $I_C - I_L$ e I_R forman un triángulo rectángulo polo que se pode aplicar o teorema de Pitágoras:



$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2$$

O módulo da impedancia pode calcularse como: $|Z| = \frac{V}{I}$

O argumento da impedancia, desfase tensión/corrente, será: $\varphi = -\text{atan}\left(\frac{I_C - I_L}{I_R}\right)$

En canto ás potencias teremos:

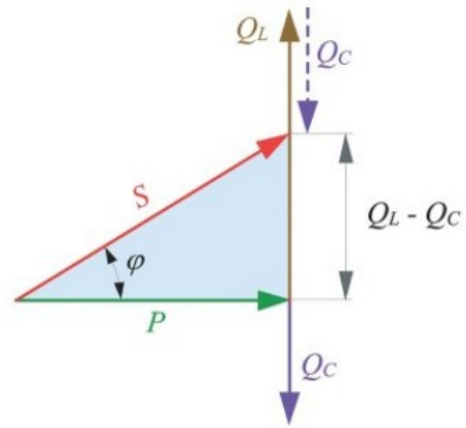
$$S = V \cdot I$$

$$P = S \cdot \cos(\varphi(Z)) = V^2 / R$$

$$Q = S \cdot \sin(\varphi(Z)) = Q_L + Q_C$$

$$Q_L = I_L^2 \cdot X_L = V^2 / X_L$$

$$Q_C = I_C^2 \cdot X_C = V^2 / X_C$$



3.7. RESONANCIA

Todos os circuítos nos que existen elementos reactivos presentan un comportamento que depende da frecuencia. No caso dos circuítos R-L-C tanto en serie como en paralelo temos a particularidade de que o comportamento do circuíto poderá ser indutivo ou capacitivo dependendo da frecuencia xa que X_L aumenta coa frecuencia e X_C diminúe con ela.

Nestes circuítos existira un valor da frecuencia ao que chamaremos frecuencia de resonancia (f_0) no que as reactancias capacitiva e indutiva sexan tales que os seus efectos se compensen. Nun circuíto en resonancia cúmprese:

- ✓ Tensión e corrente están en fase
- ✓ A magnitude da reactancia capacitiva é igual á da indutiva. ($|X_C| = X_L$)
- ✓ $|Z|$ é mínimo (serie) ou máximo (paralelo).

3.7.1. RESONANCIA SERIE. CIRCUÍTO R-L-C

Nun circuíto RLC serie temos

$$X = w \cdot L - \frac{1}{w \cdot C}$$

Para a pulsación de resonancia (w_0) teremos que a reactancia é nula $X = 0$:

$$X = w_0 \cdot L - \frac{1}{w_0 \cdot C} = 0 \Rightarrow w_0 \cdot L = \frac{1}{w_0 \cdot C} \Rightarrow w_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow w_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Nestas condicións ($w = w_0$) teremos para o módulo da impedancia:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(w_0 \cdot L - \frac{1}{w_0 \cdot C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (0)^2} = \sqrt{R^2} = R$$

E o argumento:

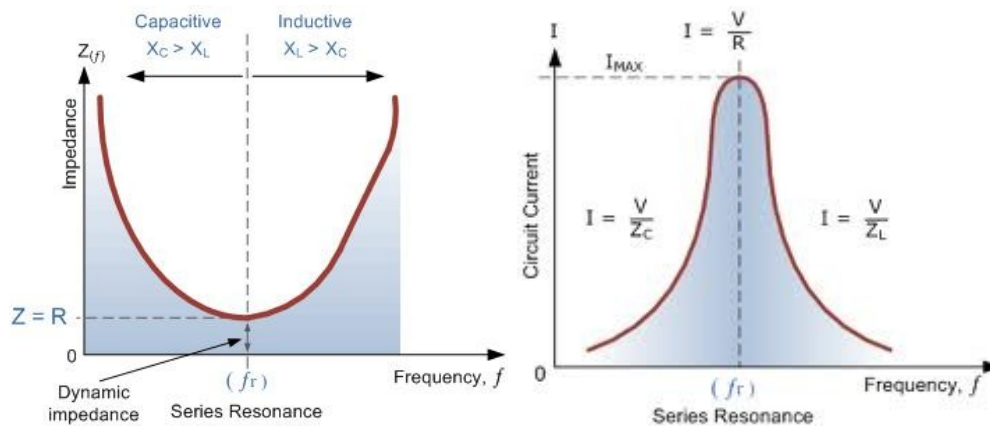
$$\varphi(Z) = \operatorname{atan}\left(\frac{w_0 \cdot L - \frac{1}{w_0 \cdot C}}{R} \right) = \operatorname{atan}\left(\frac{0}{R} \right) = 0^\circ$$

Na frecuencia de resoancia ($\omega = \omega_0$) cumprírase:

- ✓ $i = v/R$ – i e v estarán en fase.
- ✓ $V_C = I \cdot |X_C| = V_L = I \cdot X_L$ en oposición de fase (cáncélanse).
- ✓ A potencia reactiva é nula xa que en cada instante a enerxía absorbida por un elemento reactivo é proporcionada polo outro.
- ✓ A impedancia é mínima.

Ancho de banda e factor de calidade

A impedancia e a intensidade que percorre o circuíto terán un comportamento coa frecuencia coma o que mostran os seguintes gráficos.



Denomínase frecuencias de corte aos puntos nos que a intensidade toma o valor $\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$ o que equivale a unha caída de 3dB. Teremos dúas frecuencias de corte una por enriba (f_{cs}) da frecuencia de resonancia e outra por debaixo (f_{ci}).

O ancho de banda (BW) é a diferenza entre as frecuencias de corte e da unha idea do selectivo que é o circuíto coa frecuencia, $BW = f_{cs} - f_{ci}$.

O factor de calidade (Q) é a razón entre a potencia reactiva almacenada en un dos elementos reactivos e a potencia activa consumida polo circuíto:

$$Q = \frac{I^2 \cdot X_L}{I^2 \cdot R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 \cdot L}{R}$$

Q permitiranos calcular o BW dun circuíto xa que é posible demostrar que:

$$BW = \frac{f_0}{Q}$$

3.7.2. RESONANCIA PARALELO. CIRCUÍTO L-C

Suporemos que a bobina ten asociado un pequeno valor de resistencia R_B . Para a pulsación de resonancia (ω_0) teremos que o módulo da reactancia capacitiva debe ser igual ao da indutiva:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Nestas condicións ($\omega = \omega_0$) teremos para o módulo da impedancia:

$$|Z_{eq}| = \frac{|Z_C| + |Z_L|}{|Z_C + Z_L|} = \frac{\sqrt{X_C^2} + \sqrt{R_B^2 + X_L^2}}{\sqrt{R_B^2 + (X_C + X_L)^2}} = \frac{\sqrt{X_C^2} + \sqrt{R_B^2 + X_L^2}}{\sqrt{R_B^2}}$$

Debido a que $X_L + X_C = 0$ e que ademais R_B ten un valor moi pequeno, o módulo da impedancia será enorme para a frecuencia de resonancia f_0 .

E o argumento:

$$\varphi(Z_{eq}) = \varphi(Z_L) + \varphi(Z_C) - \text{atan}\left(\frac{X_L + X_C}{R_B}\right) = 90^\circ - 90^\circ - \text{atan}\left(\frac{0}{R_B}\right) = 0^\circ$$

Polo tanto para ($\omega = \omega_0$) cumprírase:

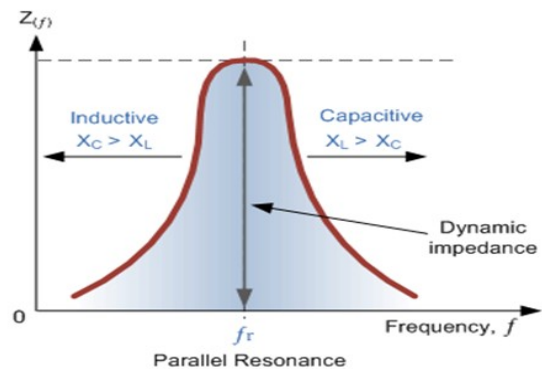
- ✓ $I = V/R$ – I e V estarán en fase.
- ✓ A impedancia é máxima para f_0 .

O módulo da impedancia do circuíto terá un comportamento coa frecuencia coma o que mostra o seguinte gráfico.

O factor de calidade dun circuíto resoante LC paralelo será igual ao factor de calidade da bobina e virá dada pola expresión:

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot L}{R_B}$$

Para un circuíto RLC sería: $Q = \frac{R}{\omega_0 \cdot L}$



3.7.3. APLICACIÓNS DOS CIRCUÍTOS RESOANTES

As maior parte das aplicacións dos circuítos resoantes débense á súa capacidade para seleccionar frecuencias. Empréganse como filtros de banda estreita ou coma bloques no deseño de filtros máis complexos. Así segundo os conectemos:

- ✓ Un circuíto resoante paralelo en serie cunha carga evitará que cheguen á carga os sinais de frecuencias próximas á súa frecuencia de resonancia.
- ✓ Un circuíto resoante paralelo en paralelo cunha carga evitará que cheguen á carga os sinais de frecuencias diferentes á súa frecuencia de resonancia.
- ✓ Un circuíto resoante serie en paralelo cunha carga evitará que cheguen á carga os sinais de frecuencias próximas á súa frecuencia de resonancia.
- ✓ Un circuíto resoante serie en serie cunha carga evitará que cheguen á carga os sinais de frecuencias diferentes á súa frecuencia de resonancia.

Ademais o circuíto resoante paralelo L-C empregase a miúdo para seleccionar a frecuencia de operación en osciladores de radiofrecuencia. Nesta aplicación é chamado circuíto tanque resoante.

3.8. COMPENSACIÓN DO FACTOR DE POTENCIA

As instalacións industriais adoitan empregar receptores de tipo indutivo, por exemplo, motores, lámpadas de descarga (fluorescentes, vapor de mercurio, vapor de sodio...), transformadores, electroimáns... Para compensar a enerxía reactiva producida por estes elementos utilizaremos un condensador (ou varios) conectados de xeito que o desfase entre a tensión e a corrente sexa pequeno e, polo tanto, o factor de potencia sexa próximo á unidade.

Aínda que tamén podería facerse en serie a compensación do factor de potencia faise sempre en paralelo coa carga. O motivo é que así a corrente pola carga é a mesma compensado o factor de potencia ou non, ademais deste xeito os requirimentos sobre as características do condensador son moito menores.

3.8.1. CALCULO DO CONDENSADOR DE COMPENSACIÓN

Imos ilustrar o proceso de cálculo da capacidade do condensador empregando un exemplo. Pensemos no exemplo da figura, un motor industrial de 1kW de potencia que traballa con un factor de potencia de 0,6. Mediante o condensador trataremos de aumentar este factor de potencia ata 0,95.

O condensador deberá aportar unha potencia reactiva Q_C que reduza a potencia reactiva Q ata o valor desexado Q' .

$$|Q_C| = Q - Q'$$

Podemos obter os valores de S e S' como:

$$S = \frac{P}{\cos(\varphi)} = 1667 \text{ VA}$$

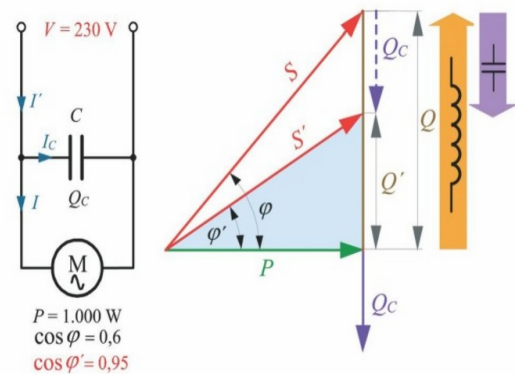
$$S' = \frac{P}{\cos(\varphi')} = 1053 \text{ VA}$$

Aplicando o teorema de Pitágoras nos triángulos de potencias dedúcese que:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{S^2 - P^2} = 1334 \text{ VAR} \\ Q' &= \sqrt{S'^2 - P^2} = 330 \text{ VAR} \end{aligned} \Rightarrow |Q_C| = Q - Q' = 1.004 \text{ VAR}$$

Precisamos un condensador que aporte 1.004 VAR de potencia reactiva, lembrando que a potencia reactiva dun condensador pode ser escrita, empregando a definición de potencia, como:

$$|Q_C| = V \cdot I_C$$



A intensidade de corrente a través do condensador valera:

$$I_c = \frac{|Q_c|}{V} = \frac{1.004 \text{ VAR}}{230 \text{ V}} = 4,37 \text{ A.}$$

A intensidade que percorre un capacitor conectado a unha fonte de tensión depende da súa reactancia segundo a expresión:

$$I_c = \frac{V}{|X_c|} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V$$

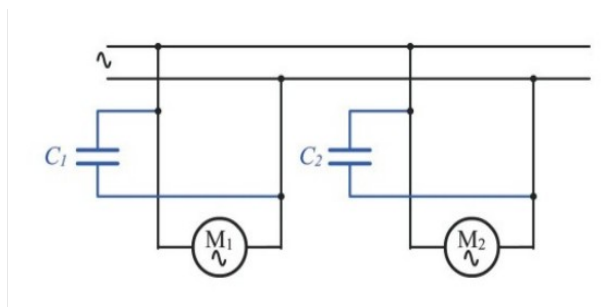
E de esta expresión pódese despegar C:

$$C = \frac{I_c}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot V} = 60 \mu\text{F}$$

4.1.1 TIPOS DE COMPENSACIÓN

A compensación do factor de potencia levase a cabo mediante a conexión de condensadores en paralelo coa carga a compensar. Nunha instalación eléctrica con moitas cargas de carácter indutivo pódese levar esta compensación de dúas formas diferentes:

- ✓ Compensación individual: Conéctase un condensador en paralelo con cada carga indutiva a compensar. A compensación individual resulta moi custosa, utilízase fundamentalmente para lámpadas de descarga ou en instalacións de poucos receptores.



- ✓ Compensación centralizada: Conéctase unha gran batería de condensadores en paralelo coa liña xeral para compensar a potencia reactiva de todo o conxunto da instalación eléctrica. Como a potencia reactiva a compensar da instalación depende das cargas que estean conectadas en cada momento, faise necesaria a utilización de un sistema capaz de conectar e desconectar grupos de condensadores segundo a situación instantánea. En instalacións trifásicas industriais con moitos receptores e cantidades potencia reactiva moi cambiantes resulta moito máis vantaxosa a compensación central.



4. FILTROS

En electrónica un filtro é un circuío capaz de seleccionar as frecuencias que son capaces de atravesalo. Nos sistemas de comunicacións empréganse filtros para deixar pasar só as frecuencias que conteñan a información desexada e eliminar as restantes e, con elas, calquera tipo de interferencia ou ruído alleo á información.

A análise dos filtros esixe analizar os circuíos dende un punto de vista diferente ao empregado ate o de agora. Tomaremos a entrada de sinal en un extremo do circuío (V_{IN}) e a saída en outro (V_{OUT}). A análise do circuío consistirá en achar a relación entre as tensións na entrada e na saída do mesmo para os diferentes valores da frecuencia.

Ganancia

No estudo destes sistemas é fundamental o concepto de ganancia, que en función das magnitudes que relaciona permite falar de ganancia en potencia ou ganancia en tensión ou ganancia de corrente:

- ✓ Ganancia de potencia. A ganancia de potencia (G_P) ven definida como a relación entre a potencia dispoñible a saída do sistema e a potencia de entrada

$$G_P = P_o / P_i$$

- ✓ Ganancia de tensión. A ganancia de tensión (G_V) ven definida como a relación entre a tensión dispoñible a saída do sistema e a tensión de entrada

$$G_V = V_o / V_i$$

Definición de decibelio

O decibelio(dB) é unha forma de expresar a relación entre dúas magnitudes, a ganancia é unha relación entre magnitudes e polo tanto pode expresarse en decibelios. O decibelio empregase moitísimo no campo das telecomunicacións e da electrónica en xeral.

O ganancia en decibelios (G_{dB}) calculase a partir da ganancia (G) como:

$$G_{dB} = 10 \log(G)$$

Do mesmo xeito, pódese expresar unha magnitude expresada en dB en unidades lineais utilizando as propiedades dos logaritmos:

$$G = 10^{(G_{dB}/10)}$$

Ganancia en potencia en decibelios.

A ganancia en potencia expresada en decibelios definirase entón como:

$$G = 10 \cdot \log\left(\frac{P_o}{P_i}\right)$$

Ganancia en tensión en decibelios.

As ganancias en dB sempre son ganancias de potencia, o que sucede e que se poden calcular a partir das tensións ou correntes xa que estas están relacionadas coa potencia. Supoñendo que os sinais de entrada e saída están aplicados á mesma resistencia,

aplicando a definición de potencia $P=V \cdot I$ e a lei de Ohm $I=\frac{V}{R}$ chegamos á expresións:

$P=\frac{V^2}{R}$. Se aplicamos esta formula para calcular a ganancia:

$$G=10 \cdot \log\left(\frac{P_o}{P_i}\right)=10 \cdot \log\left(\frac{\frac{V_o^2}{R}}{\frac{V_i^2}{R}}\right)=10 \cdot \log\left(\frac{V_o^2}{V_i^2}\right)=10 \cdot \log\left(\frac{V_o}{V_i}\right)^2$$

O que, aplicando as propiedades dos logaritmos queda:

$$G=20 \cdot \log\left(\frac{V_o}{V_i}\right)$$

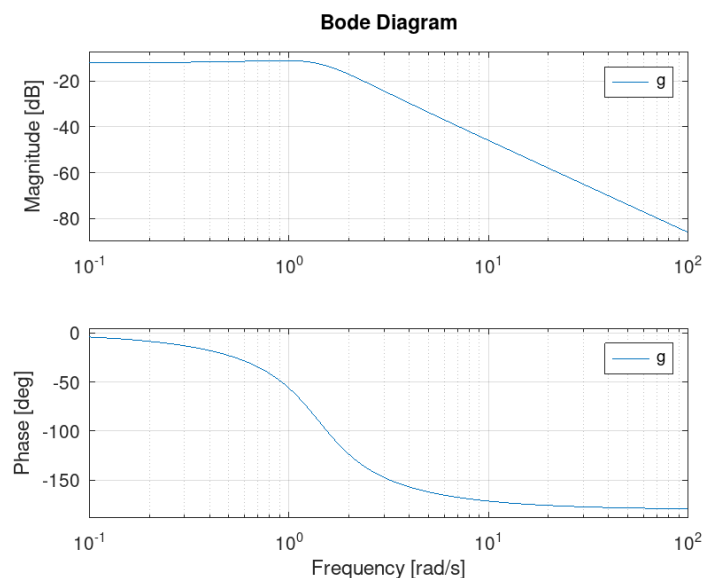
Pódese inverter esta expresión obtendo:

$$G_V=10^{(G_{dB}/20)}$$

Resposta en frecuencia ou diagrama de Bode

A resposta en frecuencia é a curva que caracteriza o filtro. No eixo vertical representase a ganancia do mesmo, xeralmente en dB. Pola súa parte no eixo horizontal representase a frecuencia, as máis das veces en escala logarítmica.

Un circuío ademais de modificar a amplitude dos sinais que o atravesan introduce tamén un desfase entre o sinal na entrada e na saída que dependerá tamén da frecuencia do sinal. É usual que en certos sistemas onde este desfase é relevante á curva de resposta en amplitude acompaña unha curva de resposta en fase.



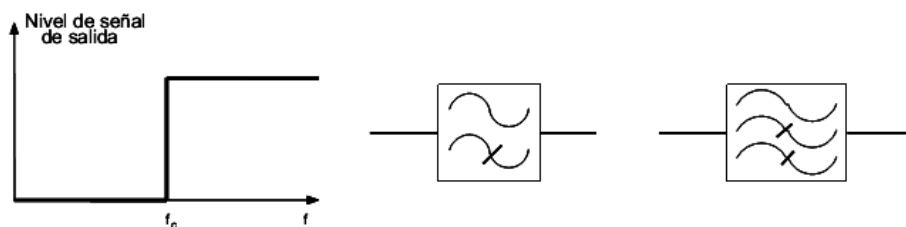
4.1. TIPOS DE FILTROS SEGUNDO A SITUACIÓN DAS BANDAS

Para un filtro existen dous tipos de zonas principais as cales son chamadas bandas de paso e a bandas de atenuación. Unha banda de paso é unha marxe de frecuencias para a que os sinais que aparecen na entrada atravesan o filtro e aparecen na saída. Por contra unha banda eliminada é unha marxe de frecuencias que o filtro elimina e, polo tanto, non aparecen na súa saída. As frecuencias de corte son os valores da frecuencia que separan unha banda pasante dunha eliminada. Estas frecuencias determínanse como as frecuencias nas que o sinal na saída cae 3dB respecto do valor na banda pasante. Isto en potencia correspóndese con un 50% do valor e en tensión a un 70.71%.

Segundo a cantidade de bandas dos filtros e a súa situación téñense os seguintes tipos de filtros:

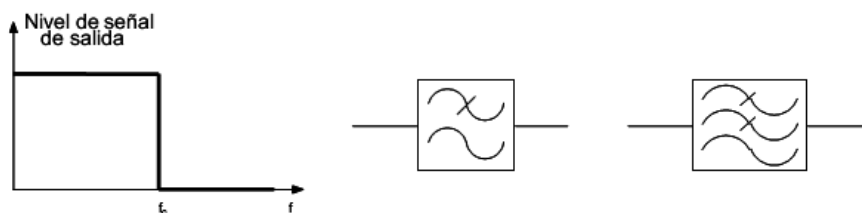
Pasa altas

Deixan pasar so as frecuencias por enriba dun determinado valor. Na seguinte figura poden verse a súa resposta en frecuencia ideal e o seu símbolo.



Pasa baixas

Deixan pasar so as frecuencias por debaixo dun determinado valor. Na seguinte figura poden verse a súa resposta en frecuencia ideal e o seu símbolo.



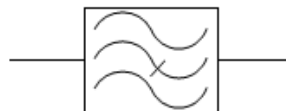
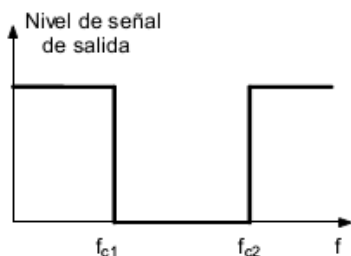
Pasa banda

Un filtro pasa banda é un circuítio que deixa pasar só un intervalo de frecuencias. Pode construírse conectando en serie un filtro pasa baixas e un pasa altas. Loxicamente a frecuencia de corte do filtro pasa altas ten que ser menor que a do filtro pasa baixas. Na seguinte figura poden verse a súa resposta en frecuencia ideal e o seu símbolo.



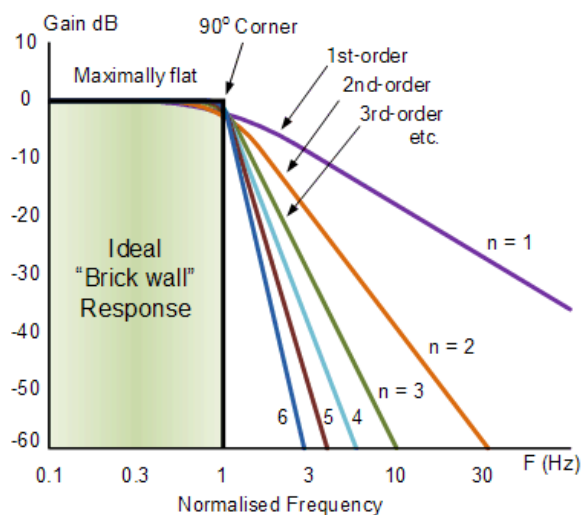
Banda eliminada

Un filtro banda eliminada é un circuito que deixa pasar todas as frecuencias excepto un intervalo. Pode construírse conectando en paralelo un filtro pasa baixas e un pasa altas. Neste caso a frecuencia de corte do filtro pasa altas ten que ser maior que a do filtro pasa baixas. Na seguinte figura poden verse a súa resposta en frecuencia ideal e o seu símbolo.



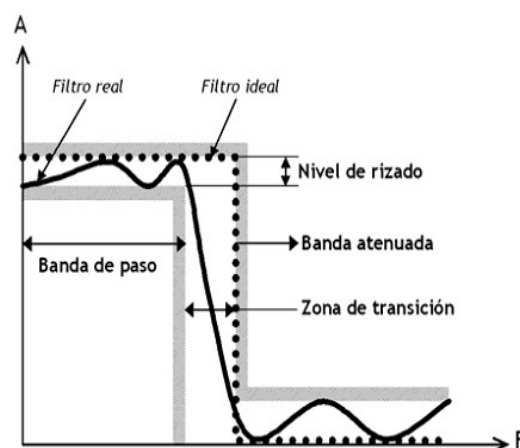
4.1.2 TIPOS DE FILTROS SEGUNDO O TIPO DE RESPUESTA

Para deseñar os filtros empréganse aproximacións matemáticas, dependendo da aproximación empregada a resposta do filtro terá diferentes características. Ademais a calidade acadada pola implementación dependerá da orde do filtro que é un parámetro que da conta da complexidade do mesmo. Para unha mesma aproximación o filtro parecerase máis ao filtro ideal canto maior sexa a súa orde. Por contra o circuito será máis complexo e terá máis compoñentes canto maior sexa a súa orde. Na figura da dereita poden verse un conxunto de filtros do mesmo tipo (Butterworth) e frecuencia de corte para diferentes ordes.



Os parámetros que teremos en conta para describir os diferentes tipos de filtros son os que se poden ver na figura da dereita. As maiores diferenzas entre as aproximacións débense á aparición de rizado nas bandas pasante e eliminada, ao abrupto da zona de transición e á resposta en fase do filtro.

As aproximacións máis típicas e as súas características fundamentais son:



Filtro de Butterworth

O primeiro, e probablemente filtro máis coñecido é a aproximación de Butterworth ou filtro de resposta maximamente plana. Exhibe unha banda pasante practicamente sen ondulación. A zona de transición é plana e monótona.

Filtro de Chebyshev

Outra aproximación ao filtro ideal é a de Chebyshev. Esta clase de filtro terá unha ondulación na banda pasante. A cantidade de ondulación na banda pasante é un dos parámetros de deseño nun filtro de Chebyshev. A zona de transición é máis empinada preto da frecuencia de corte que a do Butterworth.

Filtros de Bessel

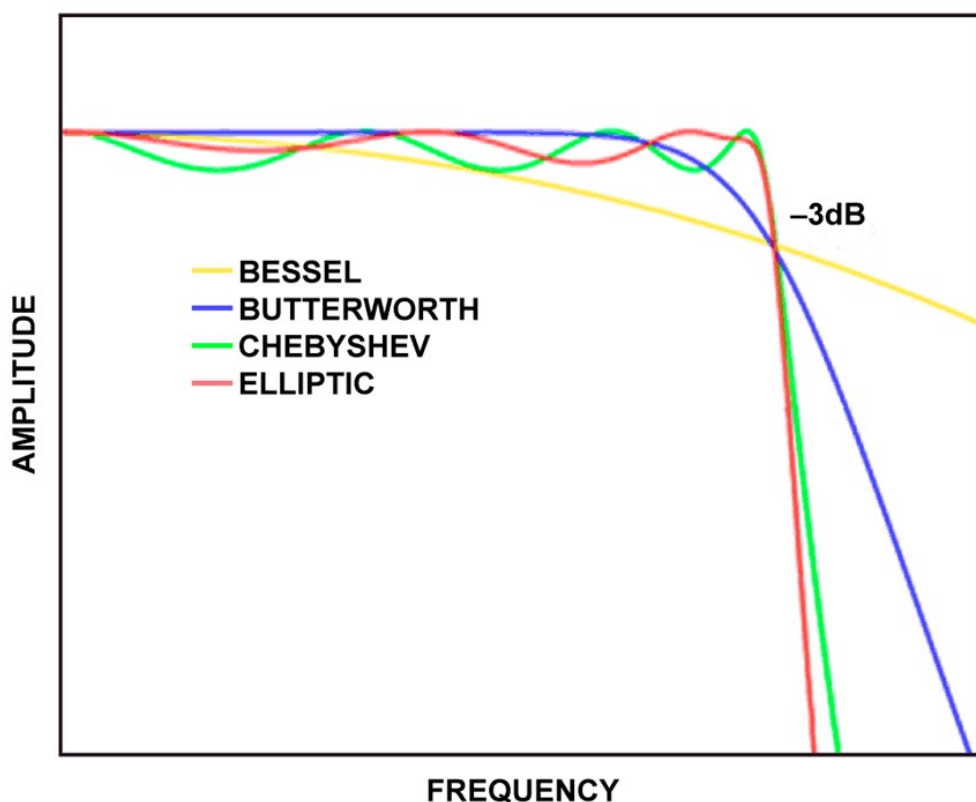
Ademais do cambio de amplitude, os sinais experimentan unha variación de fase ao atravesar un filtro. Este desfase que aparece nos sinais ao atravesar o filtro varia coa frecuencia. Isto, en algúns casos, pode dar lugar a problemas. Se as variacións de fase son lineares coa frecuencia, o seu efecto é sinxelamente desprazar o sinal completo un tempo constante.

O filtro de Bessel presenta unha variación de fase linear coa frecuencia. A resposta de amplitude dun filtro de Bessel o filtro é monótona e plana, mais a zona de transición é menos abrupta que a do Butterworth.

Filtros elípticos

A pendente da zona de transición dun filtro elíptico é máis empinada que a dos Chebyshev mais tanto a a banda pasante como a eliminada presentan ondulación e a resposta de fase é moi non linear.

Na seguinte figura pode verse a resposta de cada un dos tipos de filtros a igual orde e coa mesma frecuencia de corte.



4.2. TIPOS DE FILTROS SEGUNDO OS COMPOÑENTES EMPREGADOS.

Filtros pasivos

Os filtros pasivos son aqueles que se constrúen unicamente a base de compoñentes pasivos: resistores, capacitores, e indutores. Un filtro pasivo non emprega compoñentes coa capacidade de amplificar (transistores, amplificadores operacionais, etc.). Neste aspecto, é o máis sinxelo en canto ao número de compoñentes necesarios para a implementación dun filtro.

As vantaxes deste tipo de filtros débense precisamente a que non teñen ningún compoñente activo xa que non requiren de ningunha fonte de alimentación e non están limitados en canto a ancho de banda ou niveles máximos de traballo polas características do amplificador. Ademais xeran pouco ruído comparados cos activos xa que o ruído que producen é sinxelamente o ruído térmico dos resistores.

Os filtros pasivos teñen algunhas desvantaxes. Xa que non utilizan ningún elemento activo, non poden proporcionar ganancia de sinal. Ademais as impedancias de entrada e saída destes filtros non poden ser axustadas a vontade como sucede cos activos. O uso de bobinas complica enormemente o problema do deseño e implementación destes filtros xa que as bobinas de precisión son moi caras e, caso de precisar traballar con frecuencias baixas, moi voluminosas.

Filtros activos

Nos filtros activos empréganse compoñentes activos, xeralmente amplificadores operacionais, xunto con resistores e capacitores, para sintetizar os filtros.

En canto as súas vantaxes os filtros activos son máis fáciles de deseñar que os filtros pasivos; as súas impedancias de entrada e saída son facilmente axustables; non precisan de indutores na súa implementación e, por último, a súa ganancia pode axustarse tamén a vontade.

As desvantaxes fundamentais dos filtros activos débense a que están limitados polas características do amplificador empregado, fundamentalmente en termos de anchura de banda e xeración de ruído. Ademais requiren de fontes de alimentación para polarizar o elemento activo.

Filtros de capacidades conmutadas

Outro tipo de filtro, chamado de capacidades conmutadas, ven gañando terreo con forza durante os últimos anos. O filtro de capacidades conmutadas supera algúns dos problemas inherentes en filtros activos, engadindo ademais, algunhas capacidades novas interesantes. Nos filtros de capacidades conmutadas as frecuencias de corte son axustadas cunha gran precisión por unha frecuencia de reloxo externa. Isto permite ademais modificalas durante o funcionamento de xeito sinxelo.

Os filtros de capacidades conmutadas son sistemas que fan unha mostraxe dos sinais, por iso se chamáselles de tempo discreto. Isto é unha diferenza fundamental entre os filtros de capacidades conmutadas e os activos e pasivos convencionais, os cales son

referidos como de tempo continuo en contraposición a estes.

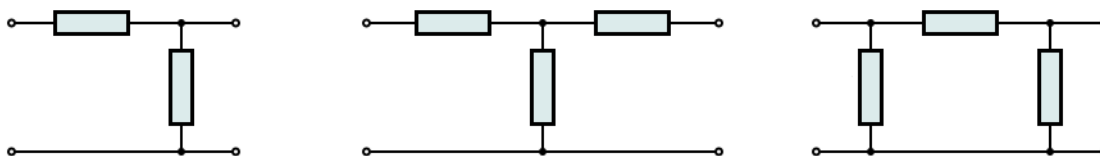
A operación dos filtros de capacidades conmutadas basease na capacidade dos capacitores integrados e transistores MOS para simular resistores. Os deseños de estes filtros están baseados nos filtros activos convencionais substituíndo os resistores por agrupacións de transistores e condensadores MOS.

As vantaxes fundamentais destes filtros teñen que ver co seu pequeno tamaño e ao seu baixo custo para deseños relativamente complexos. As maior debilidade dos mesmos é que xeran máis ruído que os filtros activos estándar.

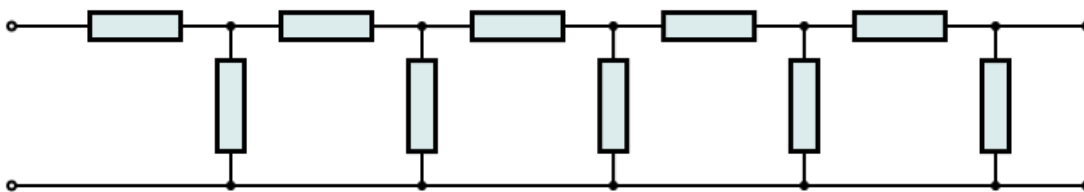
4.3. ESTRUCTURAS DE FILTROS PASIVOS.

Os filtros activos estudarémolos cando introduzamos os amplificadores operacionais. Neste tema trataremos unicamente os filtros pasivos.

Hai tempo empregábanse táboas de coeficientes normalizados para o deseño de filtros pasivos de orde elevada, hoxe en día os filtros pasivos deséñanse mediante programas CAD xa que a complexidade do deseño pode resultar elevada. Con todo, existen algunhas estruturas sinxelas que resulta interesante coñecer e analizar. As estruturas máis elementais de filtros pasivos para ordes baixas son os filtros en L, en T ou en π . Estas estruturas poden verse na seguinte figura:



Para filtros de maior orde a estrutura máis típica é a de escaleira (ladder) formada por múltiples seccións en L conectadas en cascada como mostra a seguinte figura:



A orde dun filtro pasivo depende do numero de compoñentes reactivos que hai na súa estrutura, para ordes baixas polo xeral coincide co numero de compoñentes reactivos.

Nos seguintes apartados móstranse algunhas implementacións de filtros pasivos. Unha análise cuantitativa para obter as frecuencias de corte de estes filtros queda fora dos obxectivos de esta materia. Con todo, é sinxelo facer unha análise cualitativa de este tipo de filtros razoando cal será a resposta do circuíto para frecuencias moi altas e moi baixas. Nesta análise identificarase os condensadores como circuitos abertos en baixas frecuencias e como cortocircuitos en altas. De xeito similar identificarase as bobinas como cortocircuitos en baixas frecuencias e como circuitos abertos en altas. Mediante este tipo de análise resulta sinxela a identificación de filtros pasa baixas e pasa altas mentres que cando se trate de pasa bandas ou de bandas eliminadas pode resultar máis complexa.

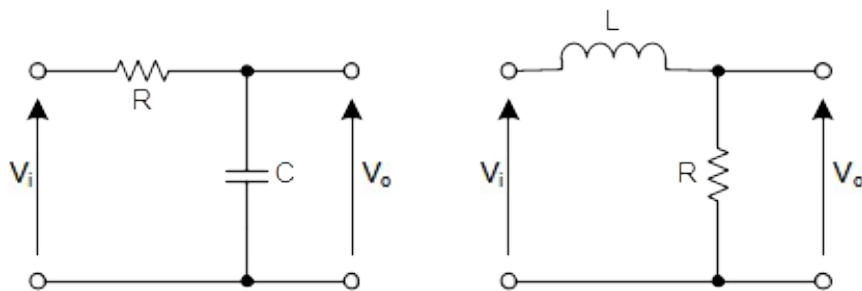
No seguinte esquema resúmesse como obter o comportamento en altas e baixas frecuencias mediante a análise cualitativa explicada no parágrafo anterior.

$$f \text{ altas } (f \rightarrow \infty) \Rightarrow \begin{cases} X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \rightarrow \infty \Rightarrow \text{Bobina} = \text{Circuíto aberto} \\ X_C = \frac{-1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \rightarrow 0 \Rightarrow \text{Condensador} = \text{Circuíto pechado} \end{cases}$$

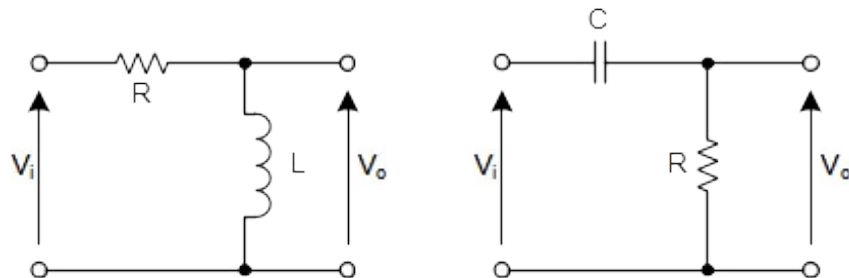
$$f \text{ baixas } (f \rightarrow 0) \Rightarrow \begin{cases} X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \rightarrow 0 \Rightarrow \text{Bobina} = \text{Circuíto pechado} \\ X_C = \frac{-1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \rightarrow \infty \Rightarrow \text{Condensador} = \text{Circuíto aberto} \end{cases}$$

Filtros de 1ª orde

Estruturas pasa baixas en L

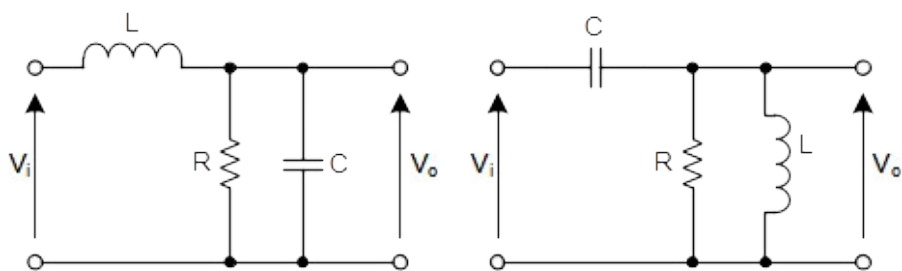


Estruturas pasa altas en L

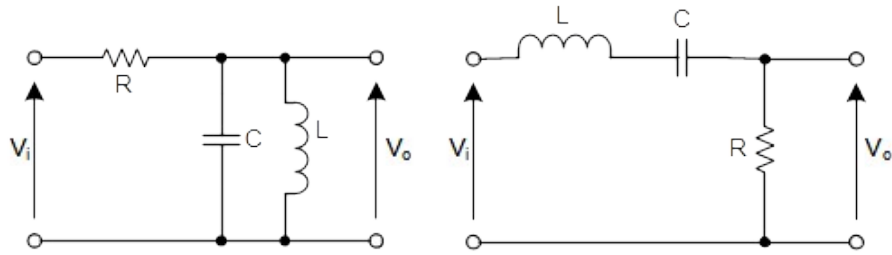


Filtros de 2ª orde

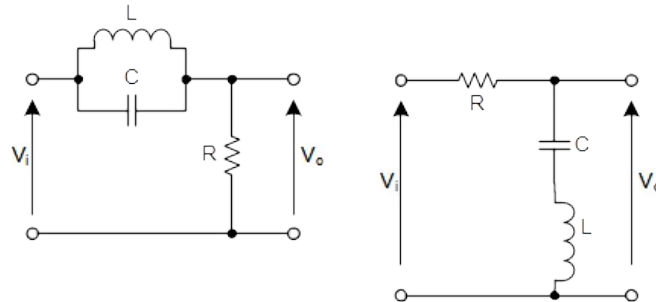
Estruturas pasa baixas e pasa altas en L



Estruturas pasa banda en L

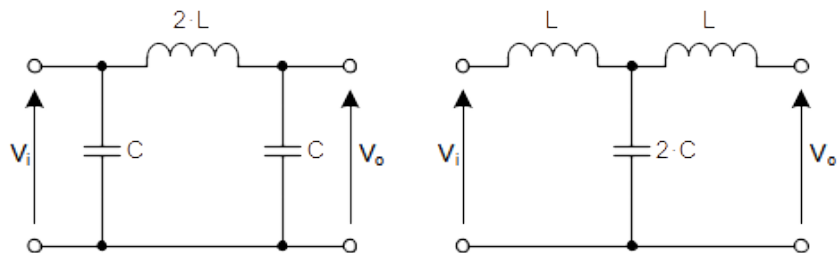


Estruturas banda eliminada en L

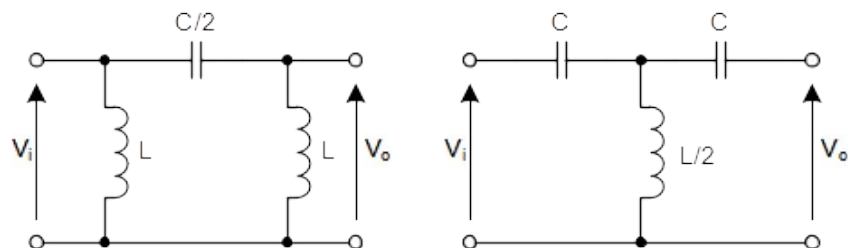


Filtros de 3ª orde

Filtros pasa baixas en Π e en T .



Filtros pasa altas en Π e en T .

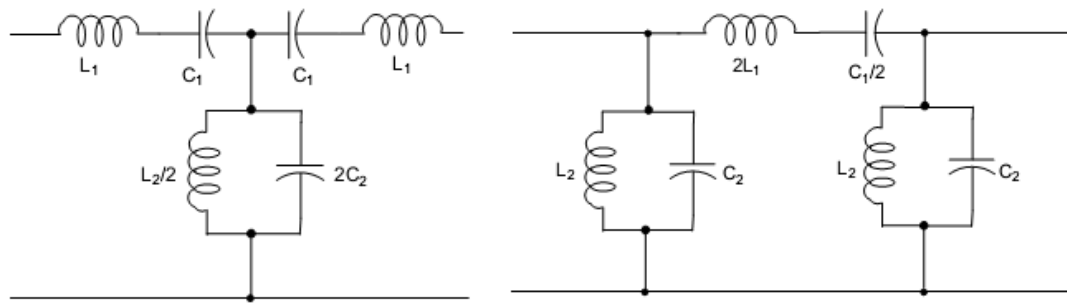


Estes filtros, tanto os pasa baixas como os pasa altas poden deseñarse mediante as expresións:

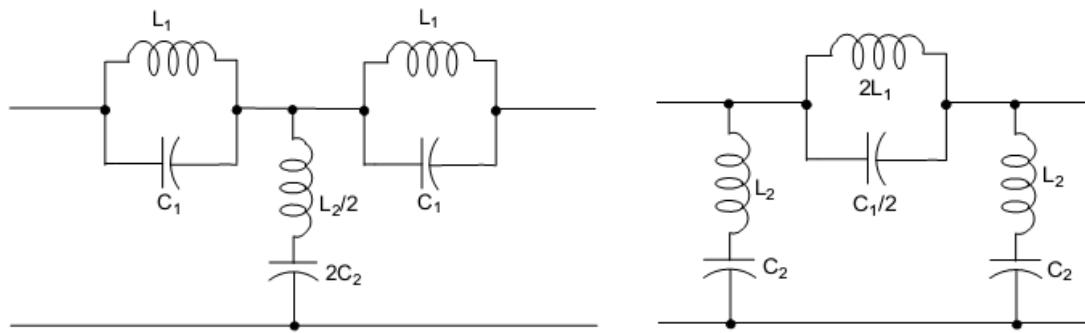
$$L = \frac{R}{w_c} \quad C = \frac{1}{R \cdot w_c}$$

Onde R é igual ás resistencias conectadas á entrada e á saída do filtro.

Filtros pasa banda en T e en Π

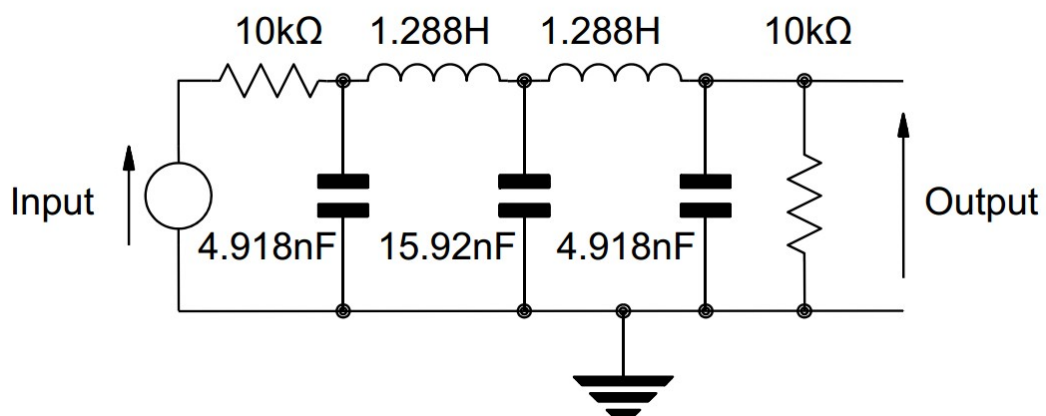


Filtros banda eliminada en T e en Π

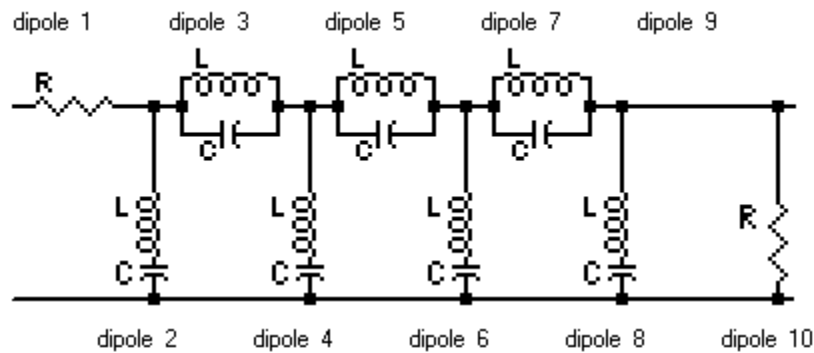


Filtros en escaleira de ordens superiores

Filtro en escaleira, pasa baixo de Butterworth, 5ª orde, frecuencia de corte 2kHz

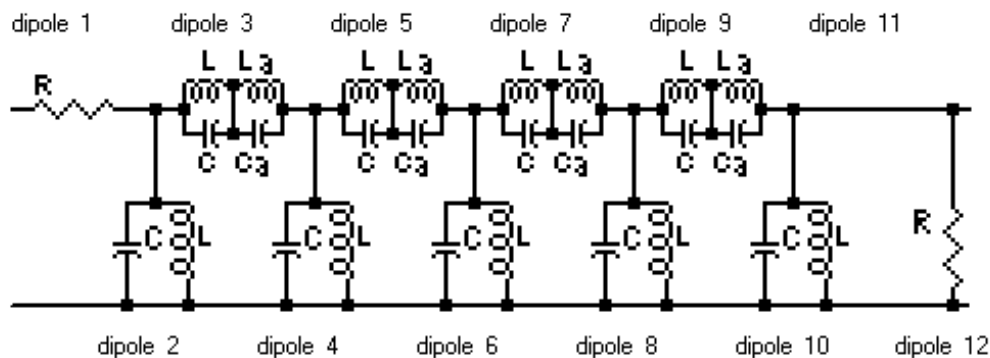


Filtro banda eliminada, de Bessel, 7ª orde, frecuencias de corte 9kHz e 11kHz



DIPOLE 1 R 1=50,	DIPOLE 3 C 3=4,884uF L 3=52,393uHy	DIPOLE 5 C 5=2,267uF L 5=112,855uHy	DIPOLE 7 C 7=1,44uF L 7=177,675uHy	DIPOLE 10 R 10=50,
DIPOLE 2 C 2=.007112uF L 2=35,975mHy	DIPOLE 4 C 4=.033754uF L 4=7,58mHy	DIPOLE 6 C 6=.055881uF L 6=4,579mHy	DIPOLE 8 C 8=.145709uF L 8=1,756mHy	

Filtro pasa banda, elíptico, 9ª orde, frecuencias de corte 80kHz e 120kHz



DIPOLE 1 R 1=50,	DIPOLE 4 C 4=.731335uF L 4=3,499uHy	DIPOLE 7 C 7=.020137uF L 7=59,665uHy Ca 7=.042883uF La 7=127,058uHy	Ca 9=.024748uF La 9=315,415uHy
DIPOLE 2 C 2=.560858uF L 2=4,562uHy	DIPOLE 5 C 5=.015118uF L 5=72,278uHy Ca 5=.0354uF La 5=169,248uHy	DIPOLE 8 C 8=.724381uF L 8=3,532uHy	DIPOLE 10 C 10=.532708uF L 10=4,803uHy
DIPOLE 3 C 3=.001987uF L 3=193,161uHy Ca 3=.013246uF La 3=1,288mHy	DIPOLE 6 C 6=.728999uF L 6=3,51uHy	DIPOLE 9 C 9=.008112uF L 9=103,387uHy	DIPOLE 12 R 12=50,