

MOVEMENTO ONDULATORIO

1. ONDAS

1.1 Concepto de onda

1.2 Tipos de ondas

1.3 Magnitudes características das ondas

2. ECUACIÓN DE ONDA HARMÓNICA UNIDIMENSIONAL

2.1 Dedución da ecuación de onda harmónica unidimensional

2.2 Propiedades da ecuación de onda harmónica unidimensional

3. PROPIEDADES DAS ONDAS. PRINCIPIO DE HUYGENS

3.1 Reflexión e refracción

3.2 Difracción

3.3 Interferencias

3.4 Polarización

4. TRANSMISIÓN DE ENERXÍA

5. ONDAS ESTACIONARIAS

1. ONDAS.

Se lanzamos unha pedra a un estanque vemos como a perturbación provocada propágase polo medio, dando lugar a unha serie de circunferencias concéntricas, esta propagación recibe o nome xeral de **onda**.

Cando (pasado un tempo) a perturbación alcanza a todos os puntos do medio recibe o nome de **onda viaxeira**, por contra, se a propagación está restrinxida a unha rexión do medio denomínase **onda estacionaria**.

As ondas teñen unha enorme presenza nas nosas vidas, o son e a luz son ondas, a enerxía do sol nos chega por medio de ondas, os sinais de televisión, radio, telefonía móbil... son ondas, nestes casos todas elas son ondas viaxeiras. O comportamento dos átomos e das partículas subatómicas explícase por medio de ondas estacionarias.

1.1. Concepto de onda.

Chamamos onda a unha perturbación que se propaga dun punto do espazo a outros, transportando movemento lineal e enerxía sen transporte de materia.

Falaremos estritamente de onda se a perturbación se repite periodicamente, e chamaremos pulso á propagación dunha perturbación illada. É dicir, unha onda é unha serie de pulsos repetidos con periodicidade.

1.2. Tipos de ondas.

As diferentes ondas existentes poden ser clasificadas facendo uso de diferentes criterios:

a) *Segundo a enerxía que se propaga:*

Ondas mecánicas: Propágase enerxía mecánica, reciben tamén o nome de **ondas materiais**, xa que precisan dun medio material para a súa propagación.

Cando a enerxía mecánica propagada provén dun oscilador harmónico reciben o nome de **ondas harmónicas materiais**, estas ondas dan lugar a que as partículas do medio describan un m.h.s.

Para que exista unha onda mecánica é preciso que teñamos unha fonte que produza a enerxía mecánica, un medio material que poda perturbarse e unha característica compartida polas partículas do medio e que permita a propagación da perturbación (xeralmente a forza elástica que une ás moléculas ou unha masa inerte).

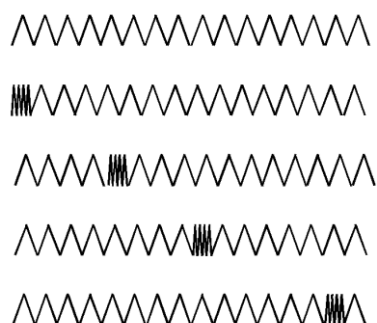
Ondas electromagnéticas: Neste caso propágase enerxía electromagnética producida por cargas eléctricas en movemento; este tipo de ondas non precisa dun medio material para a súa propagación.

A existencia deste tipo de ondas foi predito por J.C Maxwell, anos máis tarde H. Hertz confirmou experimentalmente tales predicións ao xerar e detectar ditas ondas; a día de hoxe este tipo de ondas son as que permiten as comunicacións de televisión, radio, telefonía móbil... ademais de outras aplicacións cotiás como os fornos microondas.

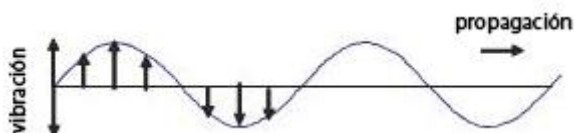
b) Segundo a relación entre a dirección da propagación e da vibración:

Ondas lonxitudinais: A dirección de vibración das partículas coincide coa dirección de propagación. Unha onda lonxitudinal é unha sucesión de contraccións e dilatacións do medio. O son é unha exemplo deste tipo de ondas.

Na seguinte figura representa a propagación dunha onda lonxitudinal nun resorte.

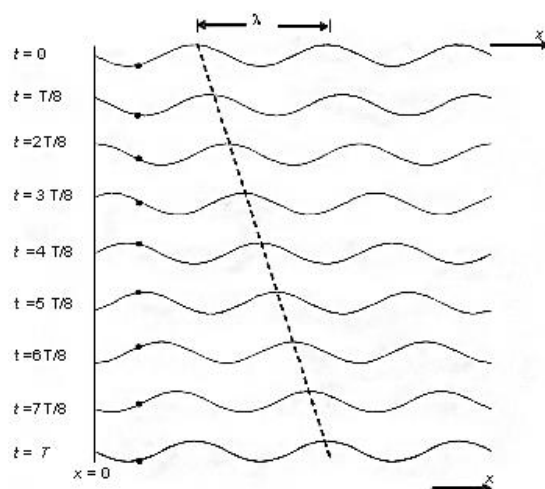


Ondas transversais: A dirección de propagación é perpendicular á dirección de da vibración.



1.3. Magnitudes características dunha onda.

A frecuencia, o período e a frecuencia angular xa foron estudias para o caso do m.h.s. pero agora aparecen novas magnitudes que pasamos a describir:



a) **Lonxitude de onda:** (λ) É a distancia que se propagou a onda nun período, ou sexa, o que se propagou no intervalo de tempo no que o centro emisor realizou unha vibración completa.

Da definición anterior podemos deducir o seguinte: $\lambda = v \cdot T$; onde v é a velocidade de propagación da onda e T o período da perturbación.

b) *Amplitude (A)*: É a máxima elongación coa que vibran as partículas do medio, e unicamente depende da enerxía que propaga a onda.

c) *Velocidade de propagación (v)*: As ondas propáganse cunha velocidade determinada, que depende das características do medio (elasticidade e rixidez), podemos definir a velocidade de propagación dunha onda coma a rapidez coa que se transmite a perturbación.

Esta velocidade relaciónase con dous factores: un que caracteriza a forza recuperadora do medio e outro que fai o propio coa súa masa inercial.

Por exemplo para calcular a velocidade dunha onda transversal nunha corda: $v = \sqrt{\frac{F}{\eta}}$; onde F é a tensión da corda e η a súa densidade lineal (masa dividida entre lonxitude).

Para calcular a velocidade do son nun gas empregaremos a fórmula: $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$; onde γ é o coeficiente adiabático (característico de cada gas), R a constante dos gases, T a temperatura absoluta e M a masa molar do gas.

d) *Número de onda (k)*: Defínese coma o número de lonxitudes de onda que hai nunha distancia 2π ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, aínda que con frecuencia aparece na forma que relaciona a frecuencia angular e a

velocidade de propagación: $k = \frac{\omega}{v}$

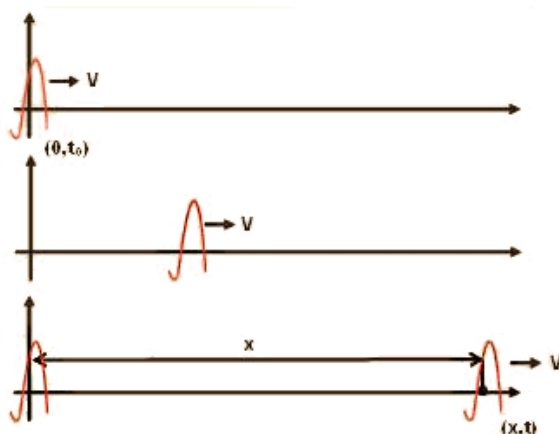
2. Ecuación de onda harmónica unidimensional

Prodúcese este tipo de ondas cando o centro emisor da onda vibra cun movemento harmónico simple. A vibración dunha partícula calquera do medio dependerá da súa posición e do tempo. $y(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$.

A ecuación de onda é a expresión matemática que permite obter a elongación y dunha partícula calquera do medio nun instante t.

2.1. Dedución da ecuación de onda harmónica unidimensional

Supoñamos un pulso ondulatorio que viaxa cara a dereita cunha velocidade v, supoñamos tamén que no instante $t_0=0$, o pulso atópase na posición $x=0$ e que nese instante a elongación é máxima ($y=A$): $y(0,0) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = A \Rightarrow \varphi = 0$



Se continuamos a xerar a perturbación, a elongación da partícula en $x=0$ para un instante t será:
 $y(0,t) = A \cdot \cos(\omega t)$

Outra partícula situada a unha distancia x comezará a vibrar cun retardo $t' = \frac{x}{v}$ de forma que esa partícula terá no tempo t o estado de vibración que tivo a situada en $x=0$ hai un tempo t' :

$$y(x,t) = A \cdot \cos[\omega(t - t')] = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = A \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right)$$

Recordando que $k = \frac{\omega}{v}$, nos leva a:

$$y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - k \cdot x)$$

Esta ecuación é a que nos permite calcular o estado de vibración de calquera punto do medio nun instante dado.

Se a onda se propagase no sentido negativo do eixo a velocidade é negativa co que chegaremos a expresión $y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t + k \cdot x)$ polo que se soe escribir:

$$y(x,t) = A \cdot \cos(\omega t \pm k \cdot x)$$

Se consideramos que $\omega = 2\pi f$, onde f é a frecuencia:

$$y(x,t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t \pm k \cdot x)$$

2.2. Propiedades da ecuación de onda harmónica unidimensional.

A ecuación de onda harmónica é dobremente periódica, respecto ao tempo (t) e respecto a posición (x).

a) Periódica no tempo cun período T : A elongación dunha partícula determinada x toma valores iguais nos tempos t , $t+T$, $t+2 \cdot T$,...

$y(x,t+T) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t+T) - k \cdot x) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + 2\pi \cdot f \cdot T - k \cdot x)$; como $f \cdot T = 1$ o único que facemos é irlle engadindo múltiplos de 2π . Cómprese que $y(x,t+n \cdot T) = y(x,t)$ para $n = 1, 2, 3, \dots$

b) Periódica no espazo: O estado de vibración dunha partícula x repítese a distancias que sexan múltiplos enteiros da lonxitude de onda (λ).

$y(x+n \cdot \lambda, t) = A \cdot \cos[\omega t - k \cdot (x+n \cdot \lambda)] = A \cdot \cos(\omega t - k \cdot x - n \cdot k \cdot \lambda)$; como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, volvemos a estar na mesma situación que no caso anterior co cal: $y(x+n \cdot \lambda, t) = y(x,t)$ para $n = 1, 2, 3, \dots$

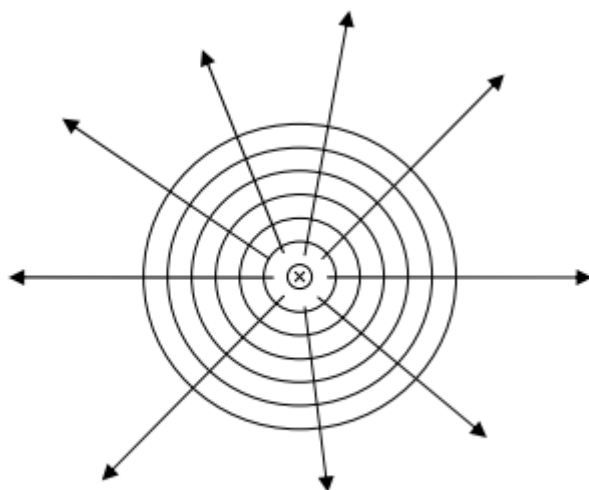
Resumindo:

Os puntos que distan entre si $n \cdot \lambda$ (na mesma dirección) están en fase, é dicir, teñen o mesmo estado de vibración.

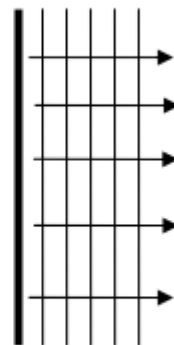
Os puntos equidistantes do centro emisor están en fase entre si, formando o que se chama **fronte de onda**.

A forma do fronte de onda permite facer unha nova clasificación das ondas en planas, circulares ou esféricas.

Nun medio homoxéneo e isotrópico, a dirección de propagación é perpendicular ao fronte de onda e recibe o nome de **raio**.



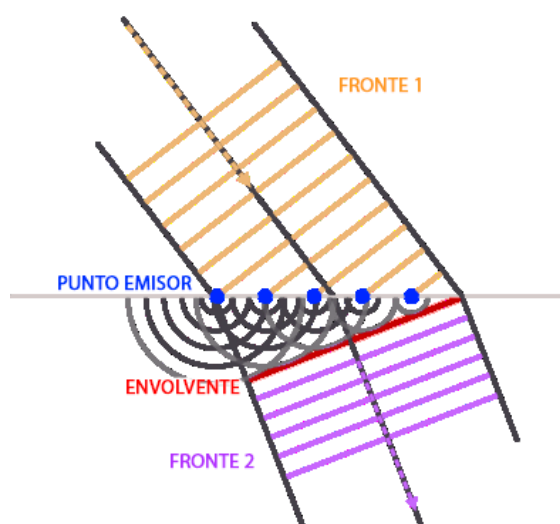
Fronte circular e raios



Fronte plana e raios

3. Propiedades das ondas. Principio de Huygens

O Principio de Huygens explica a propagación das ondas, o seu enunciado é: *Todo punto dun fronte de onda é un emisor de novas ondas elementais cuxa envolvente é o novo fronte de onda.*

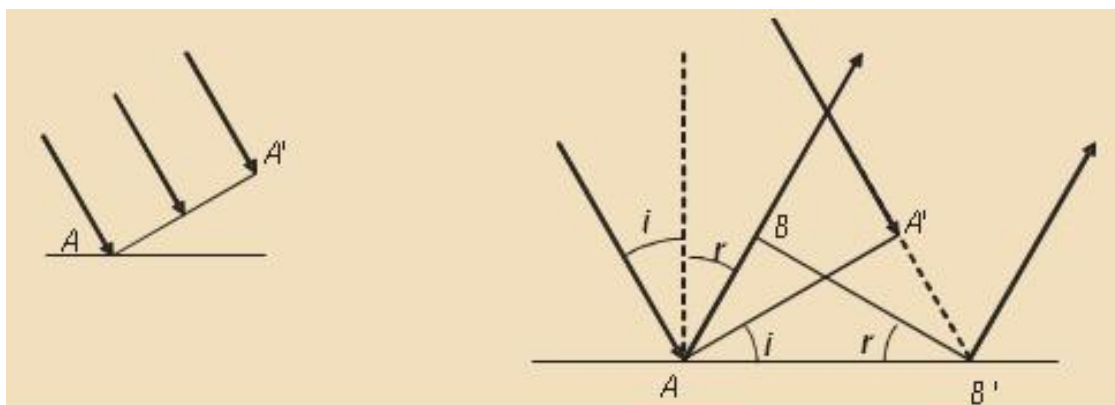


Este principio permite explicar as propiedades das ondas que de seguido abordaremos.

3.1. Reflexión e refracción.

Cando unha onda incide cun ángulo nunha superficie que separa dous medios onde a velocidade da onda sexa diferente, parte da onda reflíctese (volve polo medio en que viña, Reflexión) saíndo nunha dirección determinada respecto á normal (no punto de incidencia) e parte da onda refráctase (Refracción) ao entrar no segundo medio e cambia a dirección de propagación, de modo que o ángulo de chegada á superficie e o ángulo de saída están relacionados co cociente das velocidades de propagación da onda en ambos os dous medios.

Cando empregamos un espello para peitearnos, cando escoitamos o eco dun son, ou cando un radar detecta un corpo estamos diante de fenómenos de reflexión. A reflexión é un fenómeno consistente no cambio de dirección dentro dun mesmo medio que experimenta unha onda ao incidir sobre a superficie de separación existente entre dous medios.

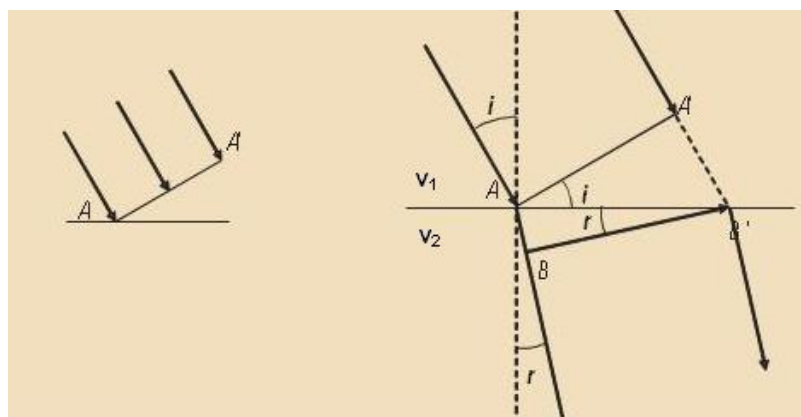


A reflexión de ondas comprende as chamadas **Leis de Snell**:

- 1.- O ángulo de incidencia (i) e o de reflexión (r) son iguais.
- 2.- Os raios incidentes e reflexados están no mesmo plano (A no mesmo plano que B e A' no mesmo plano que B').

Nunha reflexión contra unha superficie perpendicular o avance (como comprobaremos máis adiante no punto de ondas estacionarias) prodúcese unha inversión do pulso, é dicir, a onda incidente e a reflexada están desfasadas 180° .

A refracción prodúcese cando unha onda chega á superficie de separación de dous medios, e consiste no cambio na dirección de propagación e no valor da velocidade.



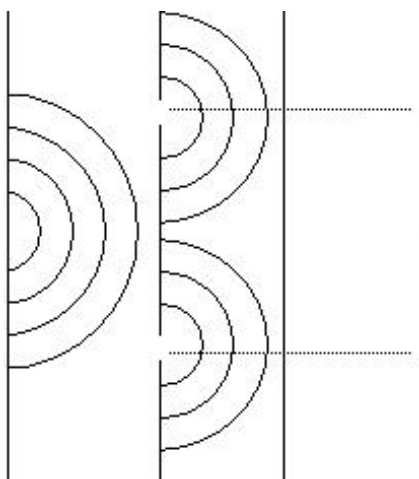
A **Lei de Snell** da refracción nos di que o cociente entre os senos dos ángulos de incidencia (i) e refracción (r) é igual ó cociente entre as velocidades de propagación neses medios.

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2}$$

É importante sinalar que ao producirse o cambio de medio a frecuencia da onda non se ve alterada, non ocorre o mesmo coa súa velocidade e lonxitude de onda.

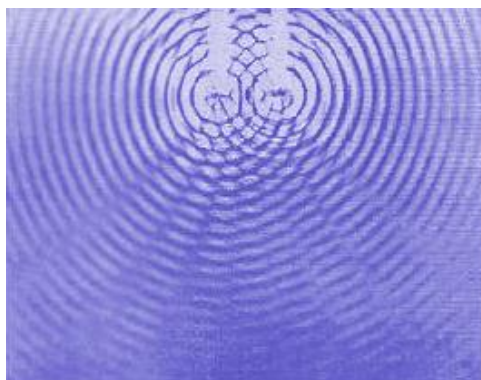
3.2. Difracción.

É un fenómeno producido cando o fronte de onda atopa un obstáculo que impide o seu avance, os puntos do fronte de onda que non se atopan tapados actúan coma centros emisores (Principio de Huygens) de forma que a onda propágase detrás do obstáculo.



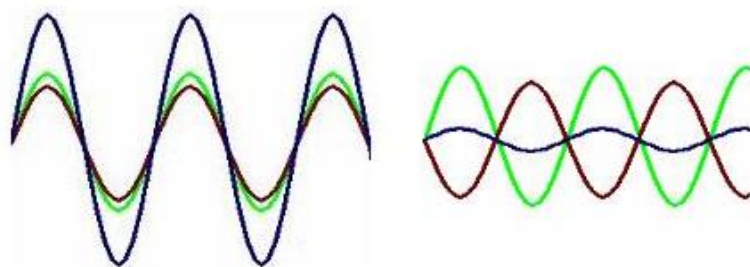
3.3 Interferencias.

Unha interferencia é un fenómeno que ocorre cando dúas ondas, producidas por focos diferentes, e que propáganse polo mesmo medio, se superpoñen nun mesmo punto.

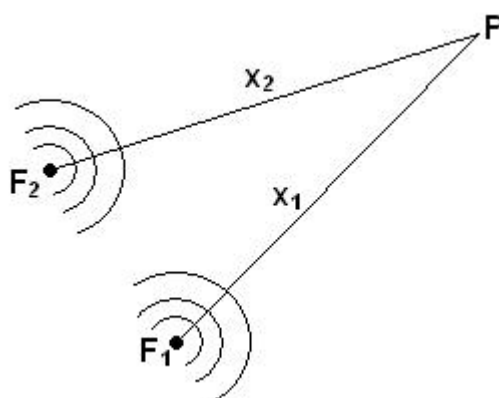


Cando estas ondas teñen a mesma amplitude, frecuencia e lonxitude de onda denomínanse **coherentes**.

A onda resultante dunha interferencia obtense aplicando o **principio de superposición**: *cando dúas ou máis ondas concorren nun punto a perturbación resultante é igual á suma das perturbacións provocadas por cada unha das ondas.*



Supoñamos dous focos (F_1 e F_2) emisores de ondas harmónicas coherentes, que interfieren no punto P.



Teremos: $y_1 = A \cdot \cos(\omega t - kx_1)$ e $y_2 = A \cdot \cos(\omega t - kx_2)$, se sumamos estas dúas expresións obtemos: $y = y_1 + y_2 = A \cdot \cos(\omega t - kx_1) + A \cdot \cos(\omega t - kx_2)$, aplicando propiedades dos cosenos e sacando factor común chegamos a: $y = A_r \cdot \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$ onde a amplitude resultante é

$$A_r = 2 \cdot A \cdot \cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right).$$

Podemos concluír que a onda resultante é a da mesma frecuencia e lonxitude de onda que as ondas que interfieren.

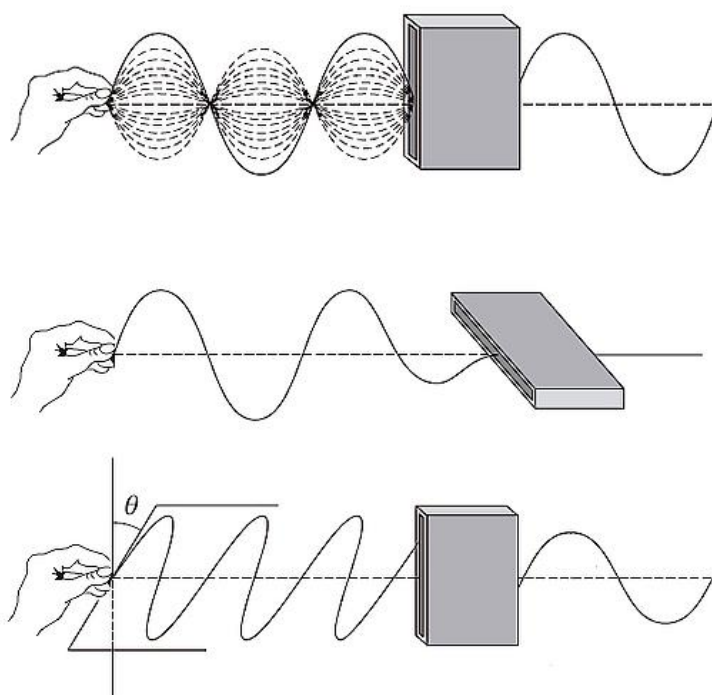
O valor máximo da amplitude resultante será cando $\cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right) = 1$, isto cómprese cando a diferenza de camiños é un múltiplo enteiro de λ : $x_2 - x_1 = n \cdot \lambda$; por contra os valores mínimos serán nos casos nos que $\cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right) = 0$, o que se compré cando a diferenza de camiños é un múltiplo impar de $\lambda/2$: $x_2 - x_1 = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

3.4 Polarización

É un fenómeno propio das ondas transversais. Supoñamos que estamos a producir nun cordón de goma unha onda transversal de tal forma que as oscilacións cambien de dirección no espazo. Facendo pasar o cordón a través dunha caixa estreita, como se indica na figura, de todas as oscilacións posibles en calquera dirección, a caixa selecciona as oscilacións nun só plano, polo que dela sae unha onda polarizada que oscila nun único plano.

Se agora supoñemos que a onda incidente está xa polarizada e colocamos unha caixa idéntica á anterior pero perpendicular á dirección de polarización, as oscilacións non poderán pasar por ela.

No caso de que a dirección da onda polarizada incidente forme un ángulo coa apertura da caixa, a amplitude da onda transmitida non é nula coma no caso anterior, pero é menor que a amplitude da onda incidente.

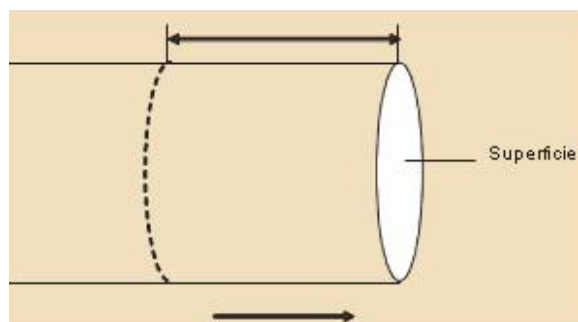


4. Transmisión de enerxía

No seu avance as ondas transportan enerxía na dirección da súa propagación. Unha onda harmónica transmite a enerxía do oscilador harmónico que constitúe o seu centro emisor.

Supoñamos unha masa m oscilante cunha amplitude A , a súa enerxía mecánica virá dada pola expresión: $E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = 2 \cdot m \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$ (recordemos que $k = m \cdot \omega^2$ e que $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$).

Esta enerxía propágase en todas direccións e pasado un tempo t_1 terase repartido entre as partículas do fronte de onda esférico situado a unha distancia $r_1 = v \cdot t_1$ do centro emisor, pasado un tempo t_2 ocorrerá o mesmo sendo agora a distancia $r_2 = v \cdot t_2$.



Supoñendo nulas as perdas de enerxía: $E_1=E_2$ (onde E_1 e E_2 representan as enerxías das partículas que forman as fronte de onda); $2 \cdot m_1 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A_1^2 = 2 \cdot m_2 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A_2^2$, supoñendo un grosor diferencial dr para os fronte de onda e unha densidade ρ do medio temos:

$m_1 = 4 \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \rho \cdot dr$ e $m_2 = 4 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \rho \cdot dr$; substituíndo na expresión anterior e igualando as enerxías chegaremos a $r_1^2 \cdot A_1^2 = r_2^2 \cdot A_2^2$, é dicir $r_1 \cdot A_1 = r_2 \cdot A_2 = cte$.

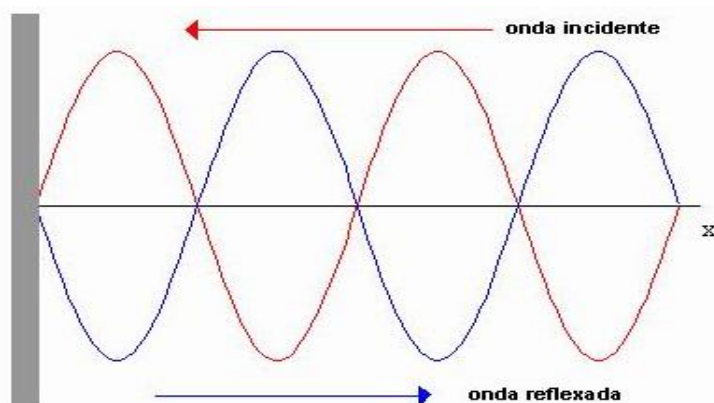
Por outra banda, chamamos **Intensidade dun movemento ondulatorio** nun punto a cantidade de enerxía que atravesa perpendicularmente a unidade de superficie colocada en dito punto. Mídese en W/m^2 . $I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$ sendo P a potencia.

Mediante unha dedución matemática sinxela (na que empregaríamos a expresión da enerxía obtida con anterioridade) chegamos a que para un punto tomado dun fronte de onda, a intensidade do seu movemento ondulatorio é inversamente proporcional ó cadrado da distancia ó centro emisor:

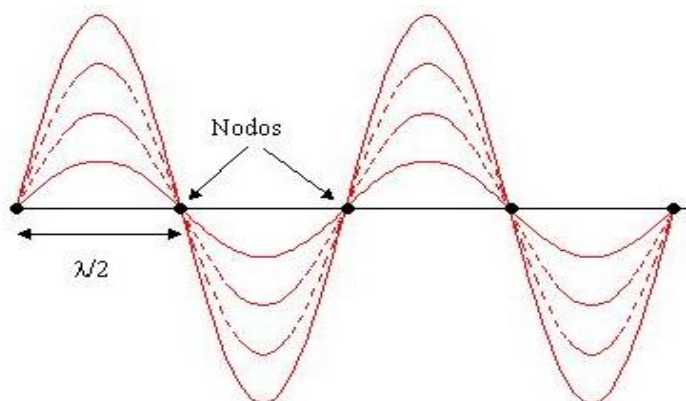
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

5. Ondas estacionarias

Cando unha onda é reflectida, a parte reflectida interfere coa incidente do tren de ondas, dando lugar a **ondas estacionarias**. Polo tanto, denomínase onda estacionaria á formada pola interferencia de dúas ondas idénticas propagadas na mesma dirección pero sentido contrario.



O nome de estacionarias débese a que o perfil da onda non se despraza debido a existencia de puntos fixos nos que a amplitude é cero (chamados **nodos**) e outros nos que a amplitude é máxima (**ventres**).



Supoñamos que temos unha onda $y_1(x,t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot t - k \cdot x)$, ao chegar a un obstáculo reflíctese, producíndose un cambio de fase de 180° (π radiáns), a onda reflectida terá como ecuación: $y_2(x,t) = -A \cdot \cos(2\pi \cdot t + k \cdot x)$. Sumando estas dúas ondas obteremos a ecuación da onda estacionaria:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot t - k \cdot x) - A \cdot \cos(2\pi \cdot t + k \cdot x) = \\ = -2 \cdot A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \cdot \sin(-k \cdot x) = A_r \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

Onde se tivo en conta que $\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \pm \sin(a) \cdot \sin(b)$ e que $A_r = 2 \cdot A \cdot \sin(k \cdot x)$

Se estudamos esta onda veremos que:

- $y(x,t)$ se anulará (nodos) cando $A_r = 0 \Rightarrow \sin(k \cdot x) = 0 \Rightarrow k \cdot x = n \cdot \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = n \cdot \pi$ e $x = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ para $n = 0, 1, 2, \dots$ A distancia entre dous nodos consecutivos será $\frac{\lambda}{2}$
- $y(x,t)$ será máxima (ou mínima) nos ventres, $A_r = 2A \Rightarrow \sin(k \cdot x) = 1 \Rightarrow k \cdot x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2}$ entón $\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$ para $n = 0, 1, 2, \dots$ A distancia entre dous ventres consecutivos será tamén $\frac{\lambda}{2}$

Na seguinte figura vemos como a combinación das dúas ondas orixinan a estacionaria (en negro):

