

### Por que órbitas elípticas?

Kepler mostrou como se movían os planetas arredor do Sol, pero non puido explicar que clase de forzas causan estes movementos.

En 1684, C. Wren (1632-1723), nobre e arquitecto inglés, interesado polo tema, ofreceu un premio para quen lograra desentrañar o misterio. O problema chegou a oídos do astrónomo inglés E. Halley (1656-1742), amigo íntimo de Newton, que lle formulou a este a pregunta:

Como debe ser a forza que o Sol exerce sobre os planetas para que estes se movan de acordo coas leis de Kepler?

Newton abordou o problema inmediatamente e deduciu que unha forza que diminúe co cadrado da distancia dá lugar a órbitas elípticas. Como resposta á pregunta do seu amigo Halley, enunciou a lei da gravitación universal.

### FÍXATE

Aínda que a lei da gravitación universal foi enunciada para **masas puntuais**, Newton demostrou que a forza gravitacional exercida por un **obxecto esférico** sobre outro do mesmo tipo situado cerca del é a mesma que actuaría se os obxectos tivesen toda a súa masa concentrada no centro da esfera.

As maiores masas que encontramos son as do Sol, os planetas, os satélites como a Lúa... Todos eles teñen forma aproximadamente esférica e gran raio. Non son puntuais, pero a lei de gravitación universal continúa sendo válida.



Comproba os valores da forza da gravidade entre dúas masas en función dos seus valores e da distancia mediante o modelo:

[bama.ua.edu/~rschad/teaching/LABs/CH13%20grav/CH13%20Newton%20gravity%20law.swf](http://bama.ua.edu/~rschad/teaching/LABs/CH13%20grav/CH13%20Newton%20gravity%20law.swf)

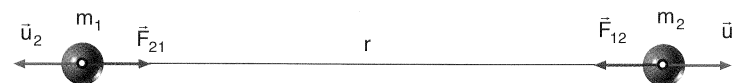
## 2. Forzas gravitacionais

Isaac Newton expuxo a **lei da gravitación universal** no seu célebre libro *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1687). Esta lei deu paso a un novo modelo do Universo.

### 2.1. Lei da gravitación universal

Expresa o valor da forza de atracción entre dúas masas e pode enunciarse deste xeito:

➔ **Dúas partículas materiais atraense mutuamente cunha forza directamente proporcional ao produto das súas masas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que as separa.**



$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_2$$

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_1$$

$\vec{F}_{12}$  = forza exercida pola partícula de masa  $m_1$  sobre a partícula de masa  $m_2$

$\vec{F}_{21}$  = forza exercida pola partícula de masa  $m_2$  sobre a partícula de masa  $m_1$

$G$  = constante de gravitación universal, de valor  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

$m_1$  e  $m_2$  = masas das partículas

$r$  = distancia entre as partículas

$\vec{u}_1$  = vector unitario na dirección da recta que une as dúas partículas, e con sentido da partícula 1 á 2

$\vec{u}_2$  = vector unitario na dirección da recta que une as dúas partículas, e con sentido da partícula 2 á 1

As **forzas gravitacionais** teñen as características seguintes:

- A **dirección** do vector forza é a da **recta** que **une as dúas masas**. O **signo menos** que aparece na expresión da forza indica que os vectores  $\vec{F}_{12}$  e  $\vec{u}_1$ , igual que os vectores  $\vec{F}_{21}$  e  $\vec{u}_2$ , teñen **sentidos contrarios**. É dicir, as forzas gravitacionais sempre son atractivas.
- Son **forzas a distancia**. Non é preciso que exista ningún medio material entre as masas para que estas forzas actúen.
- Sempre se presentan **a pares**. Se a partícula 1 atrae a partícula 2 cunha forza  $\vec{F}_{12}$ , a partícula 2, á vez, atrae a partícula 1 cunha forza  $\vec{F}_{21}$ . Ambas as forzas teñen o **mesmo módulo** e a **mesma dirección**, pero **sentidos contrarios**. Son forzas de **acción e reacción**:  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

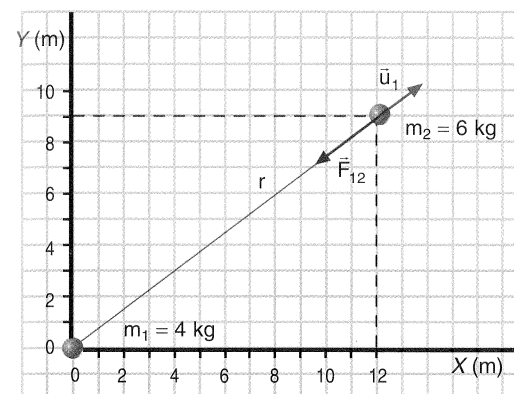
$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- O **valor** da **constante de gravitación** universal,  $G$ , é tan **pequeno** que, a non ser que algunha das masas sexa moi grande, a forza de atracción é **inapreciable**.

### EXEMPLO 1

Unha masa puntual  $m_1 = 4 \text{ kg}$  está situada na orixe de coordenadas e outra masa puntual  $m_2 = 6 \text{ kg}$  está situada no punto  $(12, 9) \text{ m}$ . Calcula o vector forza con que a masa  $m_1$  atrae a masa  $m_2$ .

— Datos:



$$\vec{r}_1 = (0\vec{i} + 0\vec{j}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = (12\vec{i} + 9\vec{j}) \text{ m}$$

— Calculamos a distancia entre as masas:

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (12\vec{i} + 9\vec{j}) \text{ m} ; r = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ m}$$

Calculamos o vector unitario  $\vec{u}$ :

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{(12\vec{i} + 9\vec{j})}{15 \text{ m}} = 0,8\vec{i} + 0,6\vec{j}$$

Aplicamos a lei da gravitación universal para calcular  $\vec{F}_{12}$ :

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_1$$

$$\vec{F}_{12} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{4 \text{ kg} \cdot 6 \text{ kg}}{(15 \text{ m})^2} (0,8\vec{i} + 0,6\vec{j})$$

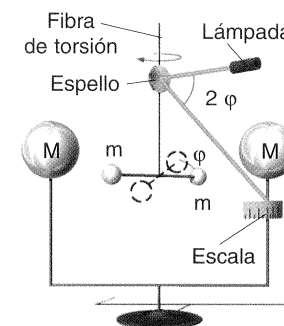
$$\vec{F}_{12} = (-0,57\vec{i} - 0,43\vec{j}) \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

### ACTIVIDADES

- Deduce as unidades de  $G$  a partir da lei da gravitación universal. Reflexiona sobre as consecuencias que ten o seu pequeno valor na manifestación das forzas gravitacionais.
- Calcula o módulo da forza de atracción entre dúas masas puntuais de 250 g cada unha, separadas por unha distancia de 10 cm.  
Sol.:  $4,2 \cdot 10^{-10} \text{ N}$
- Calcula a masa de dous obxectos puntuais e iguais que se atraen cunha forza de  $10^{-10} \text{ N}$  cando están separados por unha distancia de 0,5 m.  
Sol.: 0,6 kg
- Calcula a que distancia deben colocarse dúas pedras de 2 kg de masa cada unha, supostas puntuais, para que se atraian cunha forza de  $10^{-7} \text{ N}$ .  
Sol.:  $5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
- Unha masa puntual  $m_1 = 3 \text{ kg}$  está situada no punto  $(-2, 4) \text{ m}$  e outra masa puntual  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$  está situada no punto  $(5, -1) \text{ m}$ . Calcula: a) o vector forza con que  $m_1$  atrae a  $m_2$ ; b) o vector forza con que  $m_2$  atrae a  $m_1$ ; c) o módulo das forzas anteriores e xustifica por que deben ser iguais.  
Sol.: a)  $(-0,33\vec{i} + 0,23\vec{j}) \cdot 10^{-11} \text{ N}$ ;  
b)  $(0,33\vec{i} - 0,23\vec{j}) \cdot 10^{-11} \text{ N}$ ; c)  $4,0 \cdot 10^{-12} \text{ N}$

### Experimento de Cavendish

A constante de gravitación universal,  $G$ , foi determinada por primeira vez en 1798 por Henry Cavendish (1731-1810). Para iso utilizou unha balanza de torsión, instrumento para medir forzas con gran precisión.



A causa da forza de atracción entre as esferas de masa  $m$  e  $M$  a vara sofre un momento que a fai xirar un ángulo  $\phi$ . Este xiro produce unha torsión no fío que, á vez, fai que o raio de luz que se reflicte no espello cambie a súa dirección nun ángulo dobre do que xirou a vara.

O momento de torsión é proporcional ao ángulo  $\phi$ . A partir da medida deste ángulo, Cavendish obtivo un valor de  $G$  que difire nun 1% do aceptado actualmente.

O valor de  $G$ ,  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ , non varía dun lugar a outro nin depende do medio en que estean as masas, por iso se di que  $G$  é unha constante universal.

Realiza o experimento de Cavendish na páxina: [www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/constante/constante.htm#La experiencia de Cavendish](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/constante/constante.htm#La%20experiencia%20de%20Cavendish). La masa de la Tierra