

MAGNITUDES. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.

Magnitude	Unidade	Símbolo
Lonxitude	Metro	m
Masa	Quilogramo	kg
Tempo	Segundo	s
Intensidade de corrente eléctrica	Amperio	A
Temperatura termodinámica	kelvin	K
Intensidade da luz	Candela	Cd
Cantidade de substancia	Mol	mol

Magnitude	Unidade	Símbolo
Velocidade	Metro por segundo	m/s
Aceleración	Metro por segundo ó cadrado	m/s ²
Forza	Newton	N
Energía	Xulio	J
Potencia	Vatio	W
Superficie	Metro cadrado	m ²
Presión	Pascal	Pa
Volume	Metro cúbico	m ³
Densidade	Quilogramo por metro cúbico	kg/m ³

2. Magnitudes derivadas

1. Magnitudes fundamentais

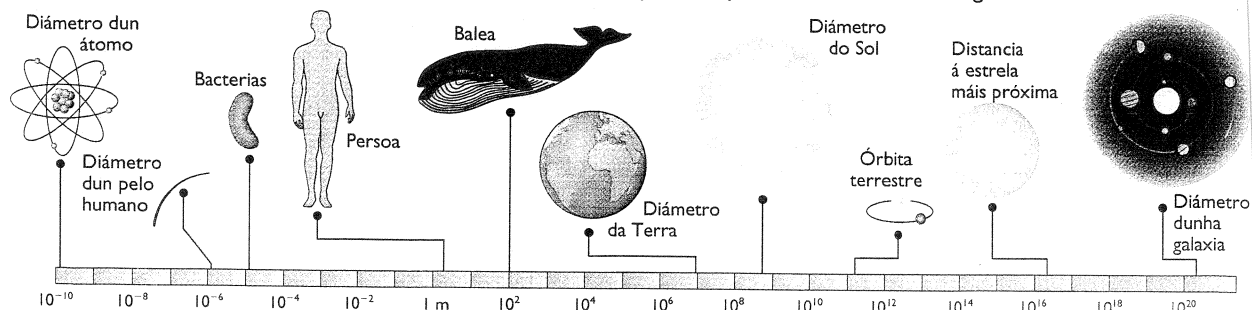
Expresión numérica	Notación científica	Prefixo	Abreviatura
1 000 000 000 000 000 000	10 ¹⁸	exa	E
1 000 000 000 000 000	10 ¹⁵	peta	P
1 000 000 000 000	10 ¹²	tera	T
1 000 000 000	10 ⁹	xiga	G
1 000 000	10 ⁶	mega	M
1 000	10 ³	quilo	k
100	10 ²	hecto	h
10	10 ¹	deca	da
1	10 ⁰	—	—
0,1	10 ⁻¹	deci	d
0,01	10 ⁻²	centi	c
0,001	10 ⁻³	mili	m
0,000 001	10 ⁻⁶	micro	μ
0,000 000 001	10 ⁻⁹	nano	n
0,000 000 000 001	10 ⁻¹²	pico	p
0,000 000 000 000 001	10 ⁻¹⁵	femto	f
0,000 000 000 000 000 001	10 ⁻¹⁸	atto	a

OUTRAS UNIDADES DE LONXITUDE

- 1 ángstrom = 10⁻¹⁰ m.
- 1 milla terrestre = 1.609 m.
- 1 pé = 30,48 cm.

3. Múltiplos e submúltiplos

4 O metro é unha unidade adecuada para medidas no noso mundo ordinario, pero resulta pouco práctico para outras ordes de magnitude.



TEMA 1: VECTORES

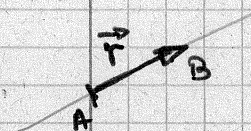
1.1.- INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO VECTORIAL

- Magnitud: propiedad dun corpo que é posíbel cuantificar.

- Magu. escalares: número + unidade

Magu. vectoriais: número + unidade + dirección + sentido + punto de aplicación

↓
vector: ente matemático definido como segmento de recta orientado



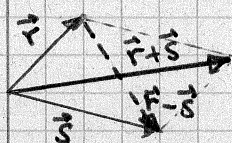
- dirección: recta na que se atopa

- sentido: indicado pola punta da flecha en B

- punto de aplicación (A)

- módulo: proporcional á lonxitude do segmento $\overline{AB}$

- Suma de vectores: diagonal "saínte" do paralelogramo que forman os



- vectores que se suman: $\vec{t} = \vec{r} + \vec{s}$

- Resta: a outra diagonal do mesmo paralelogramo.

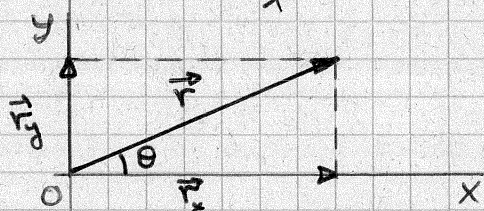
$$\vec{t} = \vec{r} - \vec{s} = \vec{r} + (-\vec{s})$$

$\vec{t} \rightarrow$ resultante; $\vec{r}, \vec{s} \rightarrow$ componentes do vector $\vec{t}$

- Descomposición dun vector. Componentes cartesianas dun vector:

• A descomposición vectorial é o proceso inverso á suma: coñecido un vector, trátase de atopar outros que sumados dean o primeiro:

• Se consideramos o sistema de referencia en coordenadas cartesianas, calquer vector $\vec{r}$ pódese escribir:



$$\text{No plano XY: } \vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y$$

$$\text{En 3D: } \vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y + \vec{r}_z$$

- Vectores unitarios: vectores de módulo unidade que nos definen unha orientación e un sentido positivo:

$$\vec{u}_r = \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \text{ onde } |\vec{r}| = r \text{ é o módulo do vector } \vec{r}$$

An: $\vec{r} = |\vec{r}| \cdot \vec{u}_r$

As componentes cartesianas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r}_x = r_x \cdot \vec{u}_x = r_x \cdot \vec{i} = x \vec{i} \\ \vec{r}_y = r_y \cdot \vec{u}_y = r_y \cdot \vec{j} = y \vec{j} \\ \vec{r}_z = r_z \cdot \vec{u}_z = r_z \cdot \vec{k} = z \cdot \vec{k} \end{array} \right.$$

onde x, y, z são as projeções do vector $\vec{r}$ sobre os 3 eixos coordenados x, y, z : An:

$$\boxed{\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}} \quad \text{ou} \quad \vec{r}(x, y, z)$$

Em 2D (plano xy) podemos comprovar que:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot \cos \theta \\ y = r \cdot \sin \theta \end{array} \right\} \quad \vec{r} = r (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j})$$

- Módulo dum vector: $|\vec{r}| = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$ (ou $= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$)

- Soma: $\vec{t} = \vec{r} + \vec{s} = (r_x + s_x) \vec{i} + (r_y + s_y) \vec{j} + (r_z + s_z) \vec{k}$

1.2 PRODUTO ESCALAR E VECTORIAL:

1.2.1: Produto escalar: $\vec{r} \cdot \vec{s} = |\vec{r}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos \alpha$

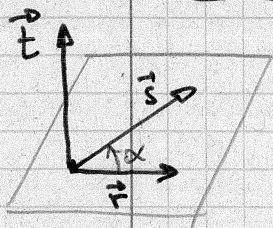
Propriedades: $\vec{r} \cdot \vec{s} = \vec{s} \cdot \vec{r}$

$$\vec{r} \cdot \vec{r} = r^2 = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2 \quad (\vec{i} \cdot \vec{i} = 1, \dots)$$

$$\vec{r} \cdot \vec{s} = 0 \text{ se } r=0, s=0 \text{ ou } \hat{r}\hat{s} = 90^\circ \quad (\vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \dots)$$

Em coord. cartesianas: $\vec{r} \cdot \vec{s} = r_x s_x + r_y s_y + r_z s_z$

1.2.2: Produto vectorial: $\vec{r} \times \vec{s} = \vec{t}$, tal que: $|\vec{t}| = |\vec{r}| |\vec{s}| \sin \alpha$



- direcção: perpend. ao plano que contém a $\vec{r}$ e $\vec{s}$
- sentido: avance sacarroilas (ou parafuso) ao xirar do primeiro ($\vec{r}$) ao segundo ($\vec{s}$) pelo caminho mais curto.

Propriedades: $\vec{r} \times \vec{s} = -\vec{s} \times \vec{r}$

$$|\vec{r} \times \vec{s}| = 0 \text{ se } \vec{r} \text{ e } \vec{s} \text{ são vectores paralelos}$$

$$|\vec{r} \times \vec{s}| = |\vec{r}| |\vec{s}| \text{ se } \alpha = 90^\circ$$

$$|\vec{r} \times \vec{s}| = -|\vec{r}| |\vec{s}| \text{ se } \alpha = -90^\circ$$

$$\text{An: } \vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} ; \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} ; \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

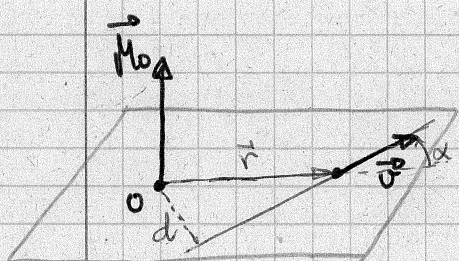
Em comp. cartesianas:

$$\vec{r} \times \vec{s} = (r_y s_z - r_z s_y) \vec{i} + (r_z s_x - r_x s_z) \vec{j} + (r_x s_y - r_y s_x) \vec{k}$$

Ou mediante o determinante:

$$\vec{r} \times \vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ s_x & s_y & s_z \end{vmatrix}$$

1.3 MOMENTO DUN VECTOR RESPECTO A UN PUNTO:



Momento do vector $\vec{r}$ respecto ao punto O:

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{u}$$

O vector $\vec{u}$ é um vector deslizante. O seu momento non depende do punto de aplicación sobre a recta soporte:

sobre a recta soporte:

$$|\vec{M}_O| = r \cdot u \sin \alpha = d \cdot u$$

$\vec{M}_O$ ten dirección perpendicular ao plano que contén a O e $\vec{u}$, sentido o do avance do tiramolas de $\vec{r}$ a $\vec{u}$ polo camiño máis curto.

TEMA 1: MECÁNICA CLÁSICA

H1

1.5.- DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN DE FUNCIONES VECTORIAIS. APLICACIÓN AO MOVIMENTO.

1.5.1.- Función vectoriais.

- As magnitudes vectoriais -ao igual que as escalares- poden ser, en xeral, funcións dependentes dun escalar; en física, este escalar acostuma ser o tempo (t): $\vec{v} = \vec{v}(t)$

$$\vec{v} = v_x(t) \vec{i} + v_y(t) \vec{j} + v_z(t) \vec{k}$$

Aí, ao darlle diferentes valores a t , obtéñense diferentes vectores.

Se as funcións $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ son continuas, o vector $\vec{v}$ describirá unha curva continua no espazo.

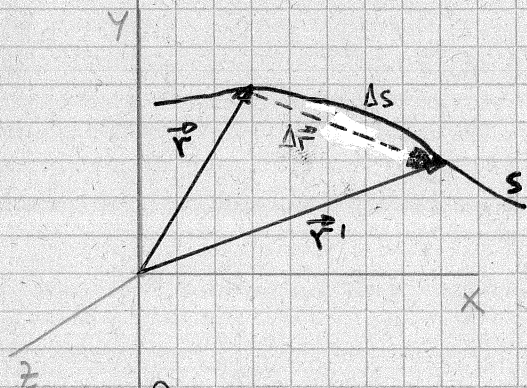
1.5.2.- Derivación e integración de función vectoriais.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$$

$$\int_0^t \vec{v}(t) dt = \int_0^t v_x dt \cdot \vec{i} + \int_0^t v_y dt \cdot \vec{j} + \int_0^t v_z dt \cdot \vec{k}$$

1.6.- CINÉTICA DO PUNTO MATERIAL.

- Estudia o movemento dos corpos independentemente das causas que os producen.
- Punto material: obxecto sen dimensións, que non rota, pero con masa.
- Movemento: cambio de posición dun punto material respecto a un sistema de referencia que consideramos fixo.



- Traectoria: camiño seguido polo móbil no seu desprazamento. $s = s(t)$

- Vector de posición: vector que ten por orixe a do s. de ref. e como extremo a posición do móbil $\vec{r} = \vec{r}(t)$

- O movemento dunha partícula vén completamente definido mediante o vector de posición ou ecuación vectorial do movemento:

$$\vec{r} = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

- Vector desprazamento: É o vector que une o punto de partida e o de chegada do móbil. $\Delta \vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$
- Se o móbil se despraza en liña recta, sen cambiar o sentido do movemento, o módulo do vector desprazamento coincide coa distancia percorrida.

$$|\Delta \vec{r}| = \Delta s \Rightarrow \text{traxectoria rectilínea}$$

$$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s \Rightarrow \text{traxectoria curvilínea}$$

1.6.1.- Velocidade:

- Velocidade media do móbil no intervalo de tempo $(t, t + \Delta t)$:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{r}'(t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

- Velocidade instantánea (ou velocidade) do móbil no intre t :

$$\vec{v} = \vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

É a velocidade en cada punto da traxectoria do móbil. É un vector tanxente á traxectoria no punto considerado

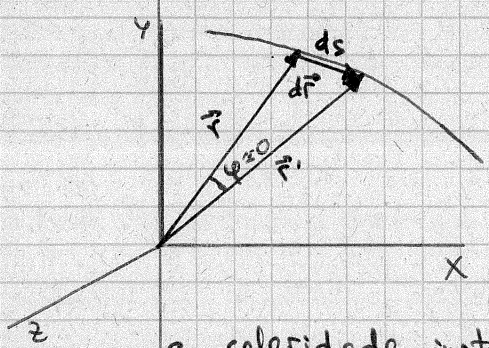
- Se coñecemos a traxectoria do móbil, defínense:

• celeridade (ou rapidez) media: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

• celeridade (ou rapidez) instantánea:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

- Relación entre velocidade e celeridade:



Os termos desprazamentos infinitesimais: $|d\vec{r}| = ds$,

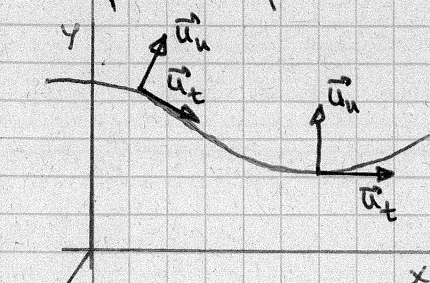
co que: $|\vec{v}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} = v$

Xa que logo, o módulo da velocidade instantánea é a celeridade instantánea. En xeral, isto non se cumpre para a velocidade e celeridade medias. An:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{|d\vec{r}| \cdot \vec{u}_t}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \vec{u}_t = v \cdot \vec{u}_t$$

Comp. intrínsecos da velocidade

- Nota: As coord. intrínsecas: É um sistema de eixos ligado ao ponto móvel formado pela tangente e a normal à trajectória em cada ponto. É intrínseco ao próprio movimento da partícula:



- comp. tangencial, definido pelo vector unitário $\vec{u}_t$
- comp. normal, definido por $\vec{u}_n$

- Componentes cartesianas da velocidade:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dz(t)}{dt} \vec{k} = v_x(t) \vec{i} + v_y(t) \vec{j} + v_z(t) \vec{k}$$

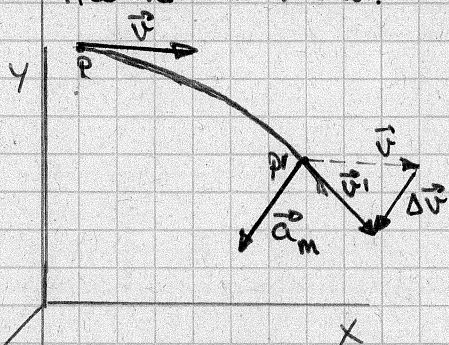
O módulo da velocidade:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

1.6.2.- Aceleração

- Se o módulo do vector velocidade ou a direcção do móvel variam com o tempo, o movimento é acelerado.

- Aceleração média:



$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t}$$

- Aceleração instantânea (ou aceleração) do móvel no instante t :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

É a rapidez de cambio da velocidade em respectu do tempo.

- Componentes cartesianas da aceleração:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z(t)}{dt} \vec{k} = a_x(t) \vec{i} + a_y(t) \vec{j} + a_z(t) \vec{k}$$

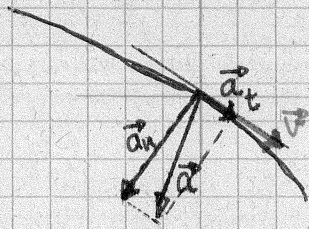
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} ; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} ; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

Módulo da aceleração:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- Componentes intrínsecas da aceleración. Acel. tangencial e acel. normal:

$$\vec{a}(t) = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \cdot \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n$$



Como $\vec{v} = v \cdot \vec{u}_t$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + v \frac{d\vec{u}_t}{dt}$$

obs.: Se o mov. é retilíneo, o 2º termo é nulo.

Se o mov. é curvilíneo, a direcção de $\vec{u}_t$ cambia continuamente;

$$v \frac{d\vec{u}_t}{dt} = v \cdot \frac{d\vec{u}_t}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v^2 \frac{d\vec{u}_t}{ds} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$$

onde R é o radio de curvatura.

- aceleração tangencial: tem a direcção de $\vec{u}_t$. $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$
 - É tangente à trajectória em cada punto.
 - Coincide co vector velocidade em direcção.
 - mesmo sentido se mov. é acelerado
 - sentidos opostos se mov. decelerado (ou retardado)
 - Se $a_t = 0 \Rightarrow v = cte$, mov. uniforme
 - Se $a_t = cte \Rightarrow$ mov. uniformemente acelerado (ou decelerado)
- aceleração normal: tem a direcção de $\vec{u}_n$: $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$
 - Devida aos cambios na direcção do móbil
 - Perpendicular à trajectória em cada punto.
 - Sentido cara o centro da curva; também chamada centrípeta
 - Se $a_n = 0 \Rightarrow R = \infty \Rightarrow$ mov. retilíneo
 - Se $a_n = cte \Rightarrow R = cte \Rightarrow$ mov. circular

Resumo:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = a_t \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_n|^2}$$

1.6.3.- Cálculo da velocidade e da ec. de movimento a partir da aceleração. Estudo dos vários movimentos.

$$\vec{r}(t) \xrightarrow[\int dt]{\frac{d}{dt}} \vec{v}(t) \xrightarrow[\int dt]{\frac{d}{dt}} \vec{a}(t)$$

- Velocidade: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 = \int_{t_0}^t \vec{a} dt$

onde $\vec{v}_0$ é o valor da velocidade em $t = t_0$. (Em geral, $t_0 = 0$)

- Vector posição: $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v}(t) dt \Rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt$

→ Mov. Retilíneo Uniforme (MRU)

$a = 0 \Rightarrow v = \text{cte}$ • veloc.: $\vec{v} = \vec{v}_0 = \text{cte}$

• posição: $\vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v} \cdot t \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t$

→ Mov. Retilíneo Unif. Acelerado (MRUA)

$a_u = 0, a_t = \text{cte} \Rightarrow$ • veloc.: $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a} \cdot t \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t$

• posição: $\vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$

• relação $\vec{v}$ e $\vec{r}$: $v^2 - v_0^2 = 2 \vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$

→ Composição de mov. retilíneos: mov. parabólico.

Sempre decompor o mov. em 1 eixo horizontal e 1 eixo vertical.

Eixo X: MRU, $a_x = 0$

Eixo Y: MRUA, $a_y = -10 \frac{m}{s^2}$

$$\vec{a} = -10 \vec{j} \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

→ Movimentos circulares:

• Relação entre magnitudes lineares e angulares: $\Delta s = \Delta \theta \cdot r$; $v = \omega \cdot r$; $a_t = \alpha \cdot r$

• Mov. circular uniforme: $a_t = 0, a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$, sendo $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Vectorialmente: $\vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{r}$, pois $\vec{a}_n$ tem igual direcção pero sentido oposto a $\vec{r}$

$\theta_0 = \int_{\theta_0}^{\theta} \omega dt \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega \cdot t$

1.2- LEIS DE NEWTON. A SUA VALIDEZ NA MECÂNICA CLÁSICA.

- **Interacción:** Acción recíproca que exercen entre si dous ou máis partículas
- **Forza:** Medida cuantitativa da intensidade dunha interacción
- **Mecánica clásica:** Teoría do movemento baseada nas ideas de masa e forza e as leis que relacionan estes conceptos coas magnitudes cinemáticas, nomeadamente, posición, velocidade e aceleración. Estas leis son as leis de Newton (1687):

1ª lei: Lei da inercia:

- "Un corpo fica no seu estado inicial de repouso ou de movemento rectilíneo e uniforme mentres non actúe unha forza resultante non nula sobre el"
- A natureza non é quen de modificar de seu o estado de repouso ou de MRU. A tendencia a ficar nuncha destas situacións chámase inercia.

2ª lei: Principio fundamental da dinámica:

- "Cando unha forza resultante non nula actúa sobre un corpo de masa m , esta produce unha aceleración a directamente proporcional á forza e inversamente proporcional á masa do corpo:

$$\vec{F}_{\text{neto}} = \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

A aceleración terá a mesma dirección e sentido que a forza neta aplicada"

- **masa inerte:** $m = \frac{F}{a}$: representa a oposición que un corpo ofrece a adquirir unha aceleración cando se lle aplica unha forza.

3ª lei: Principio de acción e reacción:

- "As forzas actúan sempre por parellas. Se un corpo A exerce unha forza sobre outro B (acción), este responde sobre o primeiro cunha outra forza de igual módulo e dirección pero de sentido contrario (reacción)."

Características das parellas de forzas acción-reacción:

- a) Son simultáneas.
- b) Têñen puntos de aplicación diferentes (¡diferentes corpos!), xa que logo non se anulan nunca.
- c) Os efectos dinámicos son diferentes, pois producente en cada un dos corpos, dependendo das súas características.

1.3.1.- Sistemas de referencia inerciais e non inerciais. Forzas de inercia

- s.r. inercial: s.r. fixo ou con movemento rectilíneo e uniforme. $\Leftrightarrow$ se un corpo se move con veloc. constante ~~re~~ respecto dun s.r. e sobre el non actúa forza ningunha, diremos que o s.r. é inercial (1ª lei de Newton)
- Os s.r. ligados á Terra considerámoslos inerciais debido ao pequeno valor da aceleración nos movementos de rotación e traslación.
- As leis de Newton só se verifican nos s.r. inerciais. A aceleración dun obxecto é a mesma cando se mide a respecto de calquera s.r. inercial (Prin. relatividade de Galileo)
- Nos s.r. non inerciais (s.r. con aceleración) as leis de Newton non se verifican. Para poder aplicar as leis de Newton recórrase a moitas forzas ficticias chamadas forzas de inercia ou pseudoforzas. Estas forzas de inercia teñen as seguintes características:
 - a) Aparecen exclusivamente desde a perspectiva do observador non inercial, mais este non as pode xustificar. A súa causa é "misteriosa".
 - b) Son ficticias ou irreais desde a perspectiva do observador inercial.
 - c) Son proporcionais á masa do corpo e actúan en sentido contrario á aceleración do sistema non inercial:

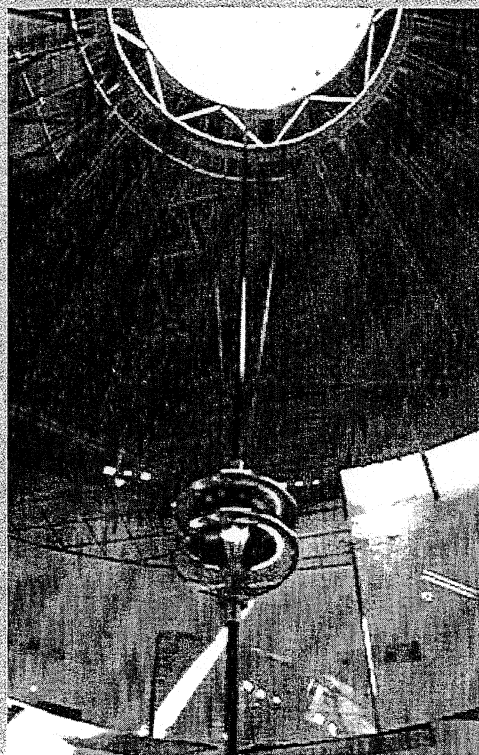
$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}$$
 onde $\vec{a}$ é a aceleración do s.r. non inercial a respecto do inercial.

REALMENTE, A TERRA NON É UN SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL.

Aínda que para a maioría das situacións, desde un punto de vista práctico pódese considerar o contrario, a Terra non é un SRI. Isto débese fundamentalmente ao xiro sobre o seu propio eixe. Como consecuencia de non ser un SRI, unha partícula sobre a que non actúan forzas non se move con respecto á Terra cun MRU, senón que experimenta unha aceleración, chamada aceleración de Coriolis, en honra a Gaspard de Coriolis (1792 - 1843), físico francés que estudiou esta situación.

Pódense atopar moitos feitos relacionados coa aceleración de Coriolis, entre eles:

- A forma arremuiñada de borrascas, anticiclóns e furacán.
- Os afloramentos de auga fría das profundidades do océano, que explican a riqueza das rías galegas.
- As desviacións que sofren as traxectorias de foguetes portadores de satélites e proxectos de longo alcance.
- Se baleiramos con moito coidado* un lavabo, no Hemisferio Norte, a auga ao saír vira no sentido contrario ás agullas do reloxo (no Hemisferio Sur faríao no sentido contrario).



O Péndulo de Foucault foi unha das primeiras probas experimentais do movemento de rotación terrestre e, conseguintemente, de que a Terra non é un SRI.

101

Foucault utilizou a aceleración de Coriolis para demostrar o xiro da Terra, un feito xa aceptado con anterioridade. Nun experimento espectacular, pendurou unha bóla de ferro de 28 kg dunha corda de 67 m nunha grande igrexa en París. A bóla remataba unha peza que deixaba marcas na area que se espallara polo chan. Cando o péndulo se puxo a oscilar, observouse como co paso do tempo, as marcas na area se desprazaban segundo o plano de oscilación do péndulo ía cambiando. Na actualidade, pódense ver péndulos de Foucault en funcionamento, en moitas institucións e museos como, por exemplo, na Casa das Ciencias da Coruña.

Analicemos o comportamento do péndulo de Foucault imaxinando que situamos un no Polo Norte. Se unha parella de esquimós observan o péndulo, dirán que, inexplicabelmente, segundo as leis de Newton, o plano de oscilación do péndulo xira 360° nun día. Un astronauta, desde a súa cápsula en repouso con respecto ao Sol, ao ver o péndulo dirá que o plano de oscilación non cambia, senón que é a Terra a que xira 3600 debaixo do péndulo. O SR dos esquimós é a Terra, que se comporta, neste caso, como un SRNI. O astronauta explica perfectamente o que ocorre xa que realiza a súa observación desde un SRI.

(*) O efecto é difícil de observar realmente xa que hai que amortiguar todo tipo de vibracións e correntes na auga, entre outras dificultades.

1.8.- MOMENTO LINEAR E MOMENTO ANGULAR DUMA PARTÍCULA. A SUA CONSERVAÇÃO.

1.8.1.- Quantidade de movimento ou momento linear, $\vec{p}$

- Custa mais frear ou pôr em marcha um camião que uma bicicleta. À hora de analisar o movimento dum objecto, cumpre ter em conta, ademais da velocidade, a massa do objecto:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

- A cant. de mov. é um vector de igual direcção e sentido que $\vec{v}$
- Unidades: $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- A cant. de mov. é uma medida da dificuldade de levar uma partícula ao repouso.

1.8.2.- Reformulação da lei da inércia

"Se uma partícula não interacciona com ninguém (força neta sobre ela é nula) a sua quantidade de movimento mantém-se constante, isto é, conserva-se"

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte}$$

1.8.3.- Reformulação da 2ª lei de Newton

- Força: magnitude que mide a rapidez com que varia a quantidade de movimento:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{se } m \text{ cte})$$

Assi, a 2ª lei: $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

É uma expressão mais geral que $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, pois também contempla uma possível variação de massa do objecto no tempo. (p.ex., na Dinâmica Relativista de Einstein.)

Obs.: Se a interacção (força) transcorre durante um tempo Δt : $\Delta \vec{p} = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta t$, i.e., a variação da cant. de mov. depende do tempo que se aplique a força (Impulso mecânico)

1.8.4. - Reformulação da 3ª lei: Princípio de conservação da quantidade de movimento em sistemas ilados.

- Sistema ilado de partículas: aquele no que as partículas interaccionam entre si mais non com partículas exteriores ao sistema. ($\sum \vec{F}_{ext} = 0$)

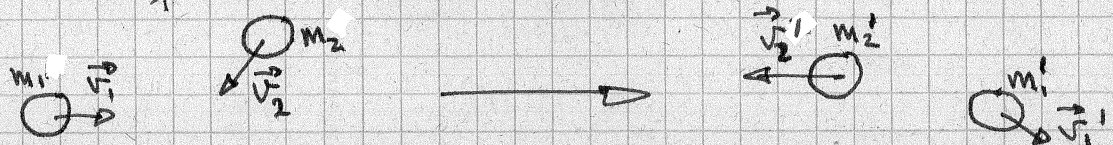
- Princ. de conservação:

"Num sistema ilado, a quantidade de mov. total fica constante:

$$\vec{P} = \sum \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{p}_3' + \dots = \text{cte}$$

onde $\vec{p}_i$ é a cant. de mov. de cada partícula do sistema num determinado instante."

- Caso mais simple: sistema ilado formado por 2 partículas de massas m_1 e m_2 que colisionam:



justo antes da interacção

justo depois da interacção

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{P} = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' = m_1' \vec{v}_1' + m_2' \vec{v}_2' \quad (1)$$

- choque elástico $\Rightarrow m_1 = m_1' , m_2 = m_2'$

- " inelástico $\Rightarrow$ pode variar m_i na colisão

- 3ª lei Newton:

$$\text{Podemos reescrever (1): } \vec{p}_1' - \vec{p}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_2' \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$$

Vemos que a interacção consiste num intercâmbio de quantidade de mov.

Dividindo pelo tempo transcorrido durante a interacção e passando ao

limite:

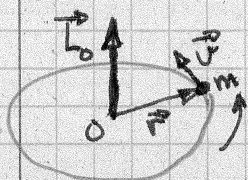
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t} \Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} = - \frac{d\vec{p}_2}{dt} \Rightarrow \underline{\underline{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2}}$$

onde $\vec{F}_1 \rightarrow$ força que exerce a partícula 2 sobre 1

$\vec{F}_2 \rightarrow$ " " " " " 1 sobre 2

1.8.5.- Momento angular dunha partícula, $\vec{L}$

- Xoga nos movementos circulares e de rotación o mesmo papel que a cantidade de movemento nos movementos rectilíneos.
- Sexa unha partícula de masa m que se move cunha velocidade $\vec{v}$ describindo unha traxectoria circular de centro O :



$$\vec{L}_O = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

$\rightarrow$ O momento angular da partícula respecto ao punto O é o momento do vector cantidade de movemento.

1.8.6.- Teorema do momento angular

- Calculamos a derivado do momento angular respecto ao tempo:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{\vec{v} \times m\vec{v}}_{\vec{0}} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}_O$$

Atí:

$$\vec{M}_O = \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Torc. do momento angular

onde $\vec{M}_O$ é o momento da forza neta exercida sobre a partícula respecto a O .

1.8.7.- Conservación do momento angular dunha partícula

- Para que $\vec{L}_O$ sexa constante, cómpre que $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = 0$, que pode darse en 2 situacións:

- 1) Se a forza neta resultante que actúa sobre a partícula é cero.
- 2) Se a forza ten unha dirección que pase constantemente polo punto O (forzas centrais)

En calquera dos casos, consérvase o momento angular da partícula no tempo.

SUMA DE FUERZAS

6. Sobre un cuerpo actúan tres fuerzas situadas en un mismo plano F_A , F_B y F_C . Sus módulos son respectivamente 500 N, 1 000 N y 800 N y sus direcciones y sentidos los indicados en la figura. Halla gráficamente la intensidad, dirección y sentido de su resultante.

7. El viento ejerce una fuerza $\vec{F}$ contra la vela de la embarcación de la figura. Descomponerla en dos fuerzas: una en la dirección de la quilla (recta a) y la otra perpendicular a ella (recta b). Deducir del dibujo la intensidad de la primera de dichas componentes, que es la que hace avanzar a la embarcación.

8. Una lámpara, que pesa 200 N, está colgada de dos cables, cada uno de los cables tiene una inclinación de 45° . ¿Qué fuerza ejerce cada cable?

9. Un saco de arena, que pesa 600 N, está colgado de una cuerda. Mediante otra cuerda se estira horizontalmente de él con una fuerza de 250 N (véase la figura). Si el saco se mantiene así en reposo, ¿qué fuerza ejerce sobre él la primera cuerda?

10. El hombre de la figura estira de la cuerda con una fuerza de 300 N. Si el conjunto está en reposo, ¿qué fuerza hace la rama de la cuerda sujeta a la pared y cuánto pesa el saco? Resolverlo gráficamente.

11. Sobre un cuerpo actúan tres fuerzas: una de intensidad 20 N hacia el norte, otra de 40 N hacia el noreste y la tercera de 40 N hacia el sudeste. Hallar gráficamente una fuerza que las equilibre y calcular su intensidad.

Resultados:

6. 980 N

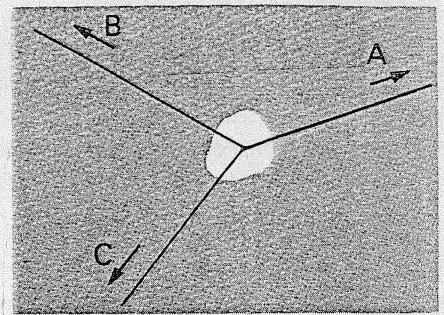
7. 107,5 N

8. 141,4 N

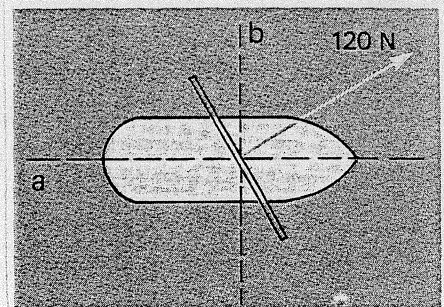
9. 650 N

10. 440 N, 480 N

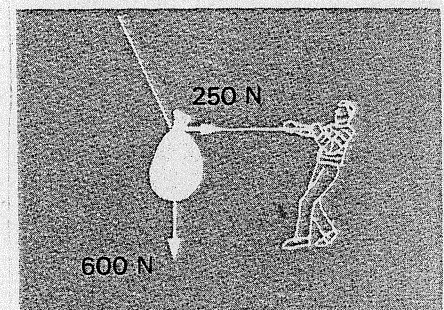
11. 60 N



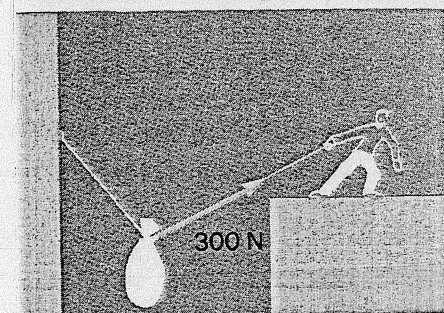
Problema 6.



Problema 7.



Problema 9.



Problema 10.