

EMPLO 5

o pulsar unha corda de 2 m de lonxitude suxeita polos dous extremos, vibra formándose 8 nodos, e a amplitude máxima resulta ser de 6 cm. Se a velocidade de propagación da onda é de $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, determina a ecuación da onda estacionaria formada. A corda está o eixe OX e a onda vibra na dirección do eixe OY.

- Datos: corda fixa nos seus extremos; $L = 2 \text{ m}$; 8 nodos; $A_{\text{r máx}} = 6 \text{ cm}$; $v = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- A ecuación terá a forma $y = 2A \cos(kx) \sin(\omega t)$.

amplitude máxima é igual a $2A$:

$$2A = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

ATIVIDADES

a) Enuncia as condicións fundamentais para que se produza unha onda estacionaria; b) di que teñen en común todos os puntos, á parte dos nodos, nunha corda na que se produce unha onda estacionaria.

Na dirección do eixe OX propáganse dúas ondas transversais que vibran no plano XY e as súas ecuacións teñen a forma: $y_1 = A \sin(\omega t + kx)$, $y_2 = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$. a) Determina a ecuación da onda obtida por superposición e comproba que é unha onda estacionaria; b) se en $x = 0$ hai un nodo, demostra que $\varphi = \pi$; c) calcula a elongación máxima dun punto do medio para $x = \frac{\lambda}{4}$ e a velocidade deste punto.

$$\text{Sol.: a) } y_r = 2A \cos\left(kx - \frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right);$$

$$\text{c) } y_{\text{máx}} = 2A; v = -2A\omega \sin \omega t$$

Por unha corda propágase a onda de ecuación $y = 0,3 \cos(0,2x - 100t)$ (SI). Calcula: a) a lonxitude de onda, a frecuencia e a velocidade de propagación; b) a ecuación da onda estacionaria que resulta cando esta onda interfere con outra igual que se propaga en sentido contrario; c) a distancia entre dous nodos consecutivos.

$$\text{Sol.: a) } 10\pi \text{ m}; \frac{50}{\pi} \text{ Hz}; 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$\text{b) } y_r = 0,6 \cos(0,2x) \cos(100t); \text{ c) } 5\pi \text{ m}$$

Existe algunha restrición para a lonxitude de onda das ondas estacionarias que poden formarse nunha corda cos seus dous extremos fixos? E se está fixa por un só extremo?

Nunha corda de 2 m de lonxitude, suxeita polos seus dous extremos, prodúcese ondas estacionarias no modo fundamental. A amplitude desas ondas no punto medio da corda é 0,1 m e a velocidade de propagación das ondas na corda é de $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcula: a) a lonxitude de onda; b) a frecuencia; c) a ecuación da onda.

$$\text{Sol.: a) } 4 \text{ m}; \text{ b) } 1 \text{ Hz}; \text{ c) } y_r = 0,1 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(2\pi t) \text{ (SI)}$$

Como a corda ten os dous extremos fixos, se hai 8 nodos, haberá 7 ventres; é dicir, trátase do sétimo harmónico ($n = 7$).

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = n \frac{2\pi}{2L} = n \frac{\pi}{L}; k = 7 \frac{\pi}{2 \text{ m}} = 3,5\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi n \frac{v}{2L} = \pi n \frac{v}{L}$$

$$\omega = 7\pi \frac{4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \text{ m}} = 14\pi \text{ s}^{-1}$$

A ecuación da onda estacionaria é:

$$y = 0,06 \cos(3,5\pi x) \sin(14\pi t) \text{ (SI)}$$

23. Calcula a frecuencia dos tres primeiros harmónicos dunha corda dun instrumento musical sabendo que aquela mide 1,2 m e a velocidade da onda na corda é $130 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\text{Sol.: } 54,2 \text{ Hz}; 108,3 \text{ Hz}; 162,5 \text{ Hz}$$

24. Unha corda de 1 m está fixa por un dos seus extremos e a súa tensión axustouse de xeito que a frecuencia fundamental é de 430 Hz. Calcula a velocidade das ondas na corda.

$$\text{Sol.: } 1720 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

25. Comenta as semellanzas que observas entre a onda estacionaria producida no tubo aberto polos seus extremos e na corda fixa polos dous extremos. Fai o mesmo coa onda estacionaria no tubo aberto por un só extremo e na corda cun extremo libre.

26. Dous sons, cunhas frecuencias de 300 Hz e 425 Hz, son harmónicos da mesma frecuencia fundamental. Calcula: a) a frecuencia fundamental; b) a orde destes harmónicos.

$$\text{Sol.: a) } 25 \text{ Hz}; \text{ b) } 12^\circ \text{ e } 17^\circ$$

27. Un tubo mide 1,25 m de lonxitude. Determina a frecuencia dos tres primeiros harmónicos: a) se o tubo está aberto polos seus dous extremos; b) se só o está por un deles. Considera a velocidade do son igual a $342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\text{Sol.: a) } 136,8 \text{ Hz}; 273,6 \text{ Hz}; 410,4 \text{ Hz};$$

$$\text{b) } 68,4 \text{ Hz}; 205,2 \text{ Hz}; 342 \text{ Hz}$$

28. O son amplificado da voz humana mantendo certo ton durante varios segundos é capaz de romper unha copa de cristal, debido a un fenómeno de resonancia. Propón un mecanismo físico que o explique.

3. Fenómenos debidos ao movemento da fonte e do receptor

O son da bucina dun automóbil ou o asubío dunha locomotora de tren son máis agudos ao achegarse cara a nós e baixan de ton conforme se afastan.

Este fenómeno, común a todas as ondas harmónicas, aínda que máis coñecido nas ondas sonoras, chámase **efecto Doppler**, en honor do físico austríaco Ch. J. Doppler (1803-1853), quen o interpretou en 1842.



O efecto Doppler consiste no cambio que experimenta a frecuencia con que percibimos un movemento ondulatorio respecto da frecuencia coa que foi orixinado, a causa do movemento relativo entre a fonte e o receptor.

Vexamos cales son os diferentes casos.

Fonte sonora en movemento e receptor fixo

Supoñamos que unha fonte emisora puntual F , que emite con frecuencia f , se move respecto ao medio de propagación mentres dous receptores R_1 e R_2 están en repouso. Consideremos, ademais, que F se move cara a R_1 con velocidade constante v_F menor ca a velocidade v do son nese medio e que a orixe do sistema de referencia é a posición inicial de F .

A medida que se producen, as fronteiras de onda correspondentes a un mesmo estado de vibración xúntanse cara a R_1 mentres se separan no seu camiño cara a R_2 .

— O número de fronteiras de onda N producidas pola fonte sonora de frecuencia f nun tempo Δt é $N = f\Delta t$.

— A distancia percorrida pola onda nese tempo é $v\Delta t$, e a distancia percorrida pola fonte, $v_F\Delta t$.

— A distancia ocupada polas fronteiras de onda entre F e o receptor R_1 é $(v - v_F)\Delta t$, e a distancia ocupada polas fronteiras de onda entre F e R_2 , $(v + v_F)\Delta t$.

— Aos dous receptores R_1 e R_2 chégalles o mesmo número de fronteiras de onda N , pero a lonxitude de onda

percibida por eles λ_1 e λ_2 (distancia entre dúas fronteiras de onda consecutivas) non é igual:

$$\lambda_1 = \frac{(v - v_F)\Delta t}{N} = \frac{(v - v_F)\Delta t}{f\Delta t} = \frac{v - v_F}{f}; \lambda_2 = \frac{v + v_F}{f}$$

— Polo tanto, as frecuencias percibidas por cada receptor, f_1 e f_2 , son:

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{\frac{v - v_F}{f}} = f \frac{v}{v - v_F}; f_2 = f \frac{v}{v + v_F}$$

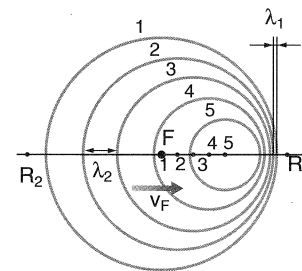
— A frecuencia f_R percibida polos receptores en repouso cando a fonte se move con velocidade constante v_F é:

$$f_R = f \frac{v}{v \mp v_F}$$

(-): a fonte achégase ao receptor

(+): a fonte afástase do receptor

Observa que a frecuencia percibida é maior cando a fonte se achega ao receptor e menor cando se afasta del.



EXEMPLO 6

Un tren móvese á velocidade de $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e a frecuencia do seu pito é de 60 Hz. Calcula a lonxitude de onda que percibe un observador inmóbil situado: a) diante do tren; b) detrás do tren. ($v_{\text{son}} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)

— Datos: $v_F = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f = 60 \text{ Hz}$; $v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

a) Lonxitude de onda percibida polo observador cando o tren se achega:

$$\lambda_R = \frac{v - v_F}{f}; \lambda_R = \frac{(340 - 50) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{60 \text{ Hz}} = \frac{290 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{60 \text{ Hz}} = 4,8 \text{ m}$$

b) Lonxitude de onda percibida polo observador cando o tren se afasta:

$$\lambda_R = \frac{v + v_F}{f}; \lambda_R = \frac{(340 + 50) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{60 \text{ Hz}} = \frac{390 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{60 \text{ Hz}} = 6,5 \text{ m}$$

Aplicacións do efecto Doppler

Os astrofísicos usan o efecto Doppler para determinar o movemento relativo dos diferentes corpos celestes, aplicado á luz que nos chega deles.

A policía de tráfico tamén utiliza o efecto Doppler para medir, mediante un radar, a velocidade dos automóviles na estrada.



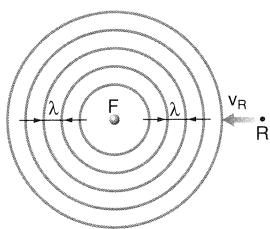
Explica os posibles resultados do efecto Doppler en función da relación entre a velocidade do emisor e a velocidade de propagación da onda, consultando a páxina web:

<http://webphysics.davidson.edu/Applets/Applets.html>

Receptor en movemento e fonte sonora fixa

Imaginemos agora que a fonte emisora está en repouso e que o receptor se move con velocidade constante v_R .

Neste caso, a lonxitude de onda non varía, pero a frecuencia percibida polo receptor é maior se este se achega á fonte F que se se afasta dela, posto que no mesmo intervalo de tempo cruza a través dun maior número de fronteiras de onda.



— Se o receptor se afasta da fonte, o número de fronteiras de onda recibidas será:

$$N = \frac{v \Delta t}{\lambda} - \frac{v_R \Delta t}{\lambda} = \frac{v - v_R}{\lambda} \Delta t$$

— Polo tanto, a frecuencia percibida polo receptor, é dicir, o número de fronteiras de onda por unidade de tempo, é:

$$f_R = \frac{N}{\Delta t} = \frac{(v \pm v_R) \frac{\Delta t}{\lambda}}{\Delta t} = \frac{v \pm v_R}{\lambda} = \frac{v \pm v_R}{v} \cdot \frac{v}{\lambda} = f \cdot \frac{v \pm v_R}{v}$$

$$f_R = f \cdot \frac{v \pm v_R}{v}$$

(+): o receptor achégase á fonte

(-): o receptor afástase da fonte

Observa que a frecuencia percibida é maior cando o receptor se achega á fonte e menor cando se afasta dela.

$$N = \frac{v \Delta t}{\lambda} + \frac{v_R \Delta t}{\lambda} = \frac{v + v_R}{\lambda} \Delta t$$

Fonte sonora e receptor en movemento

Combinando os dous efectos xa estudados, podemos calcular a frecuencia percibida polo receptor cando este e a fonte sonora están en movemento simultaneamente.

Primeiro, consideramos o efecto do movemento da fonte sobre a frecuencia percibida polo receptor:

$$f_R' = f \cdot \frac{v}{v \mp v_F}$$

Despois, consideramos o efecto sobre esta última, f_R , do movemento do receptor:

$$f_R = f_R' \cdot \frac{v \pm v_R}{v}$$

Polo tanto, a frecuencia percibida cando se moven fonte e receptor vale:

$$f_R = f_R' \cdot \frac{v \pm v_R}{v} = f \cdot \frac{v}{v \mp v_F} \cdot \frac{v \pm v_R}{v} = f \cdot \frac{v \pm v_R}{v \mp v_F}$$

$$f_R = f \cdot \frac{v \pm v_R}{v \mp v_F}$$

(+): receptor achégase; (-): afástase

(-): fonte achégase; (+): afástase

En resumo, sempre que a distancia entre a fonte sonora e o receptor diminúe, a frecuencia das ondas que recibe o receptor aumenta e o ton percibido é máis agudo. Se esa distancia aumenta, a frecuencia percibida diminúe e o ton é máis grave.

ACTIVIDADES

Di de que tipo de ondas é propio o efecto Doppler.

Supón que unha fonte sonora e un observador se moven coa mesma velocidade, dirección e sentido. Razoa se haberá efecto Doppler.

A bucina dun coche que se move a $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ soa a 600 Hz. Calcula as frecuencias que percibe un observador en repouso xunto á estrada cando o automóbil: a) se aproxima; b) se afasta.

Sol.: a) 658,1 Hz; b) 551,4 Hz

A frecuencia do son dunha sirena é de 1000 Hz. Calcula a frecuencia que oirás cando o condutor dun automóbil que se despraza a $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: a) se se aproxima á sirena; b) se se afasta dela.

Sol.: a) 1044,1 Hz; b) 955,9 Hz

33. Unha ambulancia desprázase pola estrada a unha velocidade de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ mentres fai soar a súa sirena cunha frecuencia de 980 Hz. Calcula a frecuencia que percibirá o condutor dun automóbil que circula en sentido contrario a unha velocidade de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: a) cando se aproxima á ambulancia; b) cando se afasta dela.

Sol.: a) 1176 Hz; b) 825,3 Hz

34. Calcula a velocidade dun tren e a frecuencia dos seus asubíos sabendo que unha persoa en repouso xunto á vía percibe un son de frecuencia 704 Hz cando o tren se achega e de 619 Hz cando o tren se afasta.

Sol.: $21,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 659 Hz

Acústica de locais

O coñecemento dos fenómenos ondulatorios pode servir para comprender moitas cuestións prácticas e para resolver certos problemas que aparecen frecuentemente na vida cotiá. Un deles consiste en lograr unhas boas condicións acústicas nos locais destinados a audición de concertos, salas de conferencias, cines, teatros, igrexas, aulas de ensino...



A acústica de locais, unha ciencia relativamente moderna, investiga a propagación do son en recintos pechados e as condicións que estes deben reunir para lograr unha boa percepción do son.

Dous fenómenos débense ter especialmente en conta no deseño dun local para que a audición sexa a mellor posible en calquera punto: o eco e a reverberación.

Ambos os fenómenos son debidos ás reflexións do son nas paredes, o teito, os mobles e as persoas presentes no local, polo que oímos non só o son directo procedente da fonte sonora senón tamén o reflectido.

Sabemos que a condición para a produción do eco é que a distancia percorrida polo son desde o foco emisor á superficie reflectora e desde esta ao receptor sexa, polo menos, de 34 m. Así, nunha sala suficientemente grande é posible que haxa reflexións que reproduzan integramente o son dando lugar ao eco.

O fenómeno do eco pódese evitar facilmente dispoñendo convenientemente as superficies para que non poida producirse, orientándoas de forma que as ondas reflectidas se propaguen cara ás zonas en que non hai oíntes ou recubrindoas con

substancias absorbentes do son, como cortinas, moquetas...

O fenómeno chamado **reverberación** consiste en que os sons percibidos por un receptor se alongan un pouco debido á percepción das ondas reflectidas que chegan como sons subseguintes desde moitos puntos do local.

Denomínase *tempo de reverberación* o intervalo de tempo que transcorre entre o instante en que deixa de emitirse un son e aquel en que a súa intensidade é 10^6 veces menor. Este tempo é directamente proporcional ao volume do local e inversamente proporcional á absorción total deste.

Se a reverberación se elimina ou se se diminúe excesivamente, o son chega demasiado seco e non é agradable. Se a reverberación é excesiva, é dicir, se os sons se alongan demasiado, estes defórmanse e a audición é confusa. O tempo óptimo de reverberación dun local depende do uso concreto a que se destine e adoita oscilar entre un e dous segundos, valor suficiente para alongar o tempo de excitación do oído sen chegar a ser confuso.

As solucións para a boa acústica dun local conducen, como se ve, por unha banda, a revestir as paredes de materiais absorbentes do son e, outra, a darlles unha forma xeométrica adecuada ás paredes e ao teito do local de modo que se atenúen os sons reflectidos.

Reflexiona

- Fíxate nas características dos locais que visites e na calidade do son no seu interior. Relaciona as dúas. Algún dos locais destaca polas súas boas ou malas condicións acústicas?
- Enumera as modificacións que introducirías no teu cuarto se o adaptases especialmente para a audición de música.
- Nas salas de cine, as condicións acústicas son moi importantes. Cita algunhas medidas concretas adoptadas para melloralas en canto á construción, á ornamentación, aos materiais...

