

TEMA 3: CAMPO ELÉCTRICO

3.1. - PROPIEDADES XERAIS DA CARGA ELÉCTRICA. CONSERVACIÓN E CUANTIFICACIÓN.

- eléctrico $\rightarrow$ “elektron” $\leftrightarrow$ ambas $\rightarrow$ cárgase por frotamento
- Experimentalmente, 3 principios básicos para a carga eléctrica:
 - Existen 2 tipos de carga: positivas e negativas:
 - cargas do mesmo signo: repélense.
 - cargas de signos contrarios: atraense.
 - obxecto cargado electricamente $\leftrightarrow$ número de partículas cargadas dun signo excede ao número de cargas de signo contrario.
 - Lei de conservación da carga: A carga eléctrica total dun sistema illado (suma de positivas e negativas) non varía nunca.
Isto é: a carga eléctrica non se crea nin se destrúe: TRANSFÍRESE dun corpo a outro.
 - Cuantización da carga: Calquera valor da carga dun corpo é múltiplo dunha carga elemental, a carga do electrón (ou do protón).

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

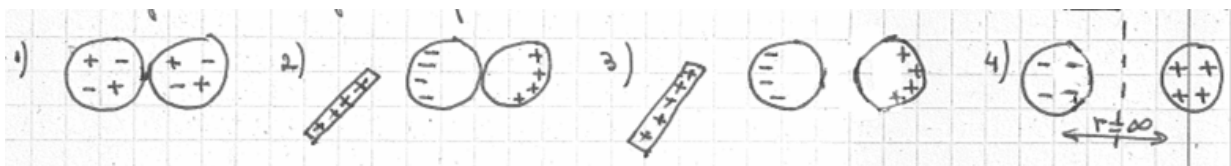
- carga do electrón: $Q_e = -e$ ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)
- carga do protón: $Q_p = +e$ ($m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)
- carga dun obxecto: $Q = N \cdot e = (N_p - N_e) \cdot e$
 - >0 positiva
 - $=0$ neutra
 - <0 negativa

➤ Tipos de materiais atendendo ao seu comportamento eléctrico:

- Condutores: materiais nos que os electróns -en xeral, os portadores da carga- poden moverse libremente.
- Illantes ou dieléctricos: materiais nos que os electróns están ligados aos átomos e non poden moverse libremente.
- Semicondutores: materiais que poden modificar a súa condutividade, comportándose como condutores ou como illantes.

➤ Carga por indución ou indución electrostática:

- Un condutor neutro pode tomar carga neta por adición ou extracción de electróns libres.
- Unha forma simple e práctica: a indución electrostática (sen contacto).



- Terra: - condutor infinitamente grande.

- conexión a Terra :

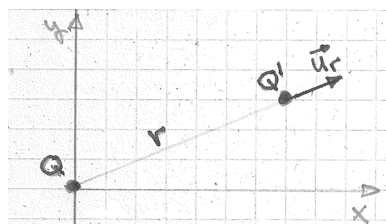


condutor posto en contacto coa toma de terra

3.2. - LEI DE INTERACCIÓN ENTRE CARGAS ELÉCTRICAS: LEI DE COULOMB.

Lei de Coulomb (1784): dá a relación (interacción) que existe entre partículas cargadas inmóviles.

Experimentalmente (balanza de torsión):



$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{r}$$

onde:

- $\vec{F}$: forza eléctrica sobre a carga Q' debido á carga Q separada unha distancia r . Dirixida na recta que une ambas as cargas.

$$\vec{F}_{Q \rightarrow Q'} = -\vec{F}_{Q' \rightarrow Q}$$

- Q, Q' igual signo $\rightarrow$ sentido de $\vec{u}_r \leftrightarrow$ repulsión
- Q, Q' distinto signo $\rightarrow$ sentido oposto ao de $\vec{u}_r \leftrightarrow$ atracción

- **K**: constante que depende do medio no que se encontren as cargas.

Xoga un papel semellante a G na Lei gravitación universal.

- Diferencias:

1. K depende do medio no que estean as cargas.
2. K non se obtén experimentalmente.

- Valor de K : No vacío (valor máximo): $K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

- $K = \frac{1}{4\pi\epsilon}$, onde ϵ é a constante dieléctrica do medio ou permitividade eléctrica.

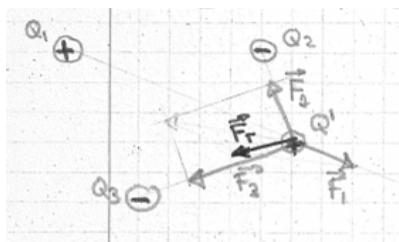
- No vacío: $\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
- En calquera medio: $\epsilon \geq \epsilon_0$
- No aire: $\epsilon \simeq \epsilon_0$

- Unidade de carga eléctrica no SI (MKSC): culombio (C)

1 culombio é a carga que colocada a 1 metro doutra carga igual no vacío experimente unha forza de repulsión de $9 \cdot 10^9$ newtons.

Submúltiplos máis usuais: $1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C}; 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$
 $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}; 1 \text{ pC} = 10^{-12} \text{ C}$

Forza debida a un sistema de cargas puntuais:



Principio de superposición:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= K \frac{Q_1 \cdot Q'}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} + K \frac{Q_2 \cdot Q'}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} + K \frac{Q_3 \cdot Q'}{r_3^2} \vec{u}_{r_3}$$

$$\vec{F}_T = KQ' \left(\frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_{r_1} - \frac{|Q_2|}{r_2^2} \vec{u}_{r_2} - \frac{|Q_3|}{r_3^2} \vec{u}_{r_3} \right)$$

3.3.- INTENSIDADE DO CAMPO ELÉCTRICO

- Nunha rexión do espazo existe un campo eléctrico se ao colocarmos un obxecto de carga Q_0 actúa sobre el unha forza atractiva ou repulsiva de orixe eléctrica:

- Elementos que definen o campo eléctrico:

- Intensidade de C.E.
- Liñas de forza ou de campo.
- Potencial eléctrico.

- Toda carga eléctrica exerce, no seu entorno, forzas de atracción ou repulsión sobre outras cargas.

3.3.1. – Intensidade do campo eléctrico:

A cada punto do espacio onde se acha definido o campo podémoslle asociar un valor:

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{F}(r)}{Q_0}$$

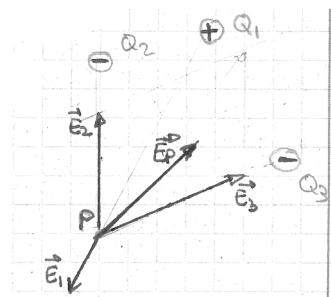
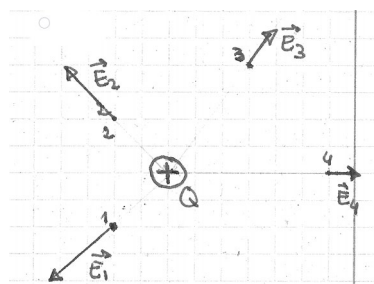
onde Q_0 é a carga de proba, positiva.

- A dirección de $\vec{E}$ coincide co do vector posición $\vec{u}_r$ e o sentido depende da carga ou cargas creadoras do campo.
- Unidades: $\frac{N}{C}, V \cdot m$
- Campo creado por unha soa carga puntual:

$$\vec{E}(r) = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

- Campo creado por unha distribución discreta de cargas (sistema de cargas puntuais): Principio de Superposición: “Se existen varias cargas creadoras de campo nunha mesma rexión do espazo, o campo eléctrico resultante en cada punto será a suma vectorial dos campos $\vec{E}_i$ debidos a cadansúa carga actuando en P individualmente”.

$$\vec{E}_p = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(r_i, Q_i) = \sum_{i=1}^n K \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r_i}$$



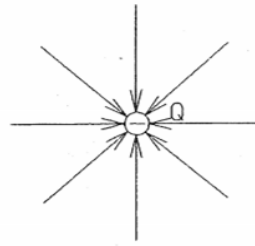
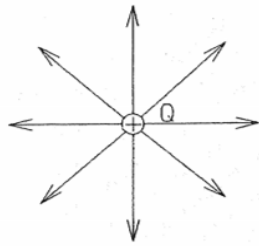
3.3.2. - Liñas de campo ou de forza

- Indican a dirección e sentido do campo en calquera punto.
- O vector campo é tanxente á liña de campo en calquera punto.
- Tamén se chaman liñas de forza porque amosan a dirección e sentido da forza exercida sobre a carga de proba positiva en calquera punto.
- O grao de proximidade das liñas proporciona unha idea comparativa da intensidade do campo:

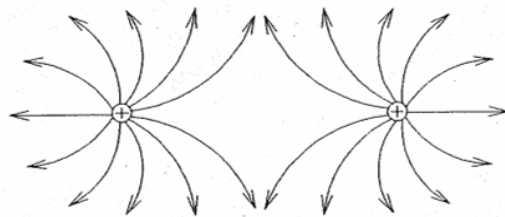
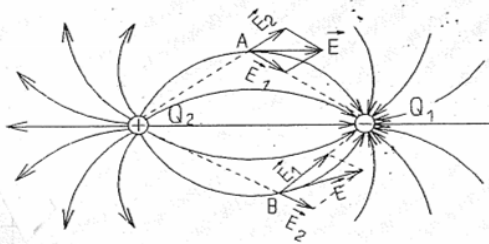
↑ densidade de liñas → ↑ intensidade do campo
↳ “flujo”

- Dúas liñas de campo nunca se poden cortar nun punto.

Por convenio saen das cargas positivas (fontes) ou do infinito e terminan no infinito ou nas cargas negativas (sumidoiros).



Os dous debuxos representan, respectivamente, as liñas de forza creadas por unha carga puntual positiva e por outra negativa. Para o caso de dúas cargas puntuais que sexan iguais, as liñas de forza son as indicadas a continuación⁵, segundo se trate de cargas de distinto ou de igual signo.



3. 4. - ENERXÍA POTENCIAL ELÉCTRICA. POTENCIAL ELÉCTRICO.

3. 4. 1. - Enerxía potencial eléctricas:

C. eléctrico central $\rightarrow$ C.E. conservativo $\rightarrow$ enerxía potencial:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

$$W_{A \rightarrow B} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = KQQ' \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = KQQ' \left[-\frac{1}{r_B} - \left(-\frac{1}{r_A} \right) \right]$$

- Se $E_p(r=\infty)=0$, orixe de potenciais, podemoslle asignar un valor único de E_p a cada punto:

$$E_p = K \frac{Q \cdot Q'}{r} \quad \left| \begin{array}{l} E_p > 0 \text{ se } Q, Q' \text{ igual signo} \\ E_p < 0 \text{ se } Q, Q' \text{ distinto signo} \end{array} \right.$$

- Así: $W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$

- Observacións:

a) Se $\vec{F}$ é repulsiva $\rightarrow$ E_p é positiva en cad punto

a1)	$\begin{array}{l} E_{pA} > 0 \\ E_{pB} > 0 \end{array} \quad \Delta E_p < 0$	$W_{A \rightarrow B} > 0$
a2)	$\begin{array}{l} E_{pA} < 0 \\ E_{pB} > 0 \end{array} \quad \Delta E_p < 0$	

Realizado polo campo. Perde E_p

b) Se $\vec{F}$ é atractiva $\rightarrow$ E_p é negativa en cada punto (igual C. gravitatorio).

b1)	$\begin{array}{l} E_{pA} < 0 \\ E_{pB} < 0 \end{array} \quad \Delta E_p > 0$	$W_{A \rightarrow B} < 0$
b2)	$\begin{array}{l} E_{pA} > 0 \\ E_{pB} > 0 \end{array} \quad \Delta E_p > 0$	

Realizado por nós (“contra” o campo).
Gaña E_p

- Se libramos unha carga nun C.E., esta hase mover de xeito que diminúa a súa E_p :

$$(E_p \rightarrow E_c; v_A=0 \rightarrow v_B \neq 0)$$

3.4.2. - Potencial eléctrico

Forza eléctrica $\rightarrow$ Ep eléctrica (depende de r e Q')

Campo eléctrico $\rightarrow$ Potencial eléctrico (depende só de r, non de Q')

Potencial eléctrico: Enerxía potencial por unidade de carga positiva colocada nese punto.

$$V_p = \frac{Ep_p}{Q'}$$

Representa o traballo necesario para levar a unidade de carga positiva dende o infinito ao punto.

- Se é realizado polo campo eléctrico: $W > 0 \rightarrow Ep < 0 \rightarrow V < 0$
- Se é realizado externamente (por nós): $W < 0 \rightarrow Ep > 0 \rightarrow V > 0$

- Potencial eléctrico nun punto debido a unha carga puntual:

$$V_p = \frac{Ep_p}{Q'} = K \frac{Q}{r_p} \quad (\text{orixe potencial } V_\infty = 0)$$

- Potencial eléctrico nun punto debido a unha distribución de cargas:

Principio de superposición: $V_p = \sum_{i=1}^n V_{ip} = K(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \dots)$

- Diferenza de potencial entre dous puntos (ddp):

$$V_B - V_A = -\frac{W_{A \rightarrow B}}{Q'} \rightarrow W_{A \rightarrow B} = Q' \cdot (V_A - V_B)$$

Desta expresión podemos deducir a relación entre ddp e C.E.:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

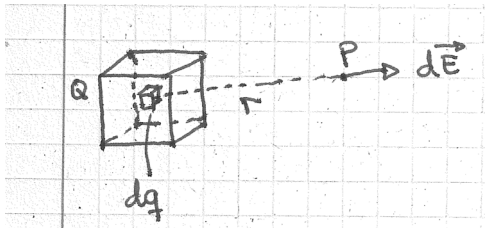
Observacións:

- Coñecer a ddp entre dous puntos $\leftrightarrow$ coñecer $\vec{E}$
- Se existe ddp $\rightarrow$ existe $\vec{E}$
- Unidade habituais de $\vec{E}$: $\frac{V}{m}$

- Superficies equipotenciais: lugar xeométrico de C.E. no que todos os puntos teñen o mesmo valor do potencial eléctrico. Nunca se cortan. As liñas de forza son perpendiculares á superficie equipotencial en cada punto.

3.5. - CAMPO ELÉCTRICO CREADO POR UNHA DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE CARGA. TEOREMA DE GAUSS.

3.5.1. - Campo eléctrico creado por unha distribución continua de cargas.



Carga total: Q

Dividimos o obxecto continuo en pequenos elementos “dq”.

Cada un crea en P un campo eléctrico $d\vec{E}$. Para calcular o campo total en P aplicamos o Principio de superposición:

$$\vec{E}_p = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \rightarrow \vec{E}_p = \int d\vec{E}_p = K \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

- Podemos definir:

$\rho = \frac{dq}{dV}$: densidade volumica de carga eléctrica; $dq = \rho dV$

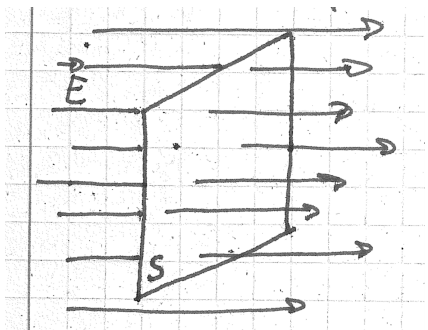
$\sigma = \frac{dq}{dS}$: densidade superficial de carga eléctrica; $dq = \sigma dS$ (Ex. plano)

$\lambda = \frac{dq}{dx}$: densidade linear de carga eléctrica; $dq = \lambda dx$ (Ex. cable)

- En xeral, a integral é difícil de resolver. Cando existe algún tipo de simetría, pódese recorrer ao Teorema de Gauss.

3.5.2. - Fluxo a través dunha superficie

- Permite “cuantificar” a idea de “densidade de liñas de campo”.



$\vec{E}$ uniforme $\rightarrow$ liñas de campo sempre paralelas

S superficie rectangular perpendicular ás liñas de $\vec{E}$

Como o campo é proporcional á “densidade de liñas”, o produto $E \cdot S$ indica o número de liñas que a atravesa. Este índice denomínase fluxo:

$$\Phi = E \cdot S$$

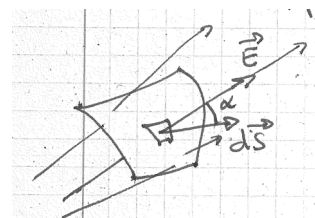
- Se a superficie non é perpendicular: $\Phi = E \cdot S \cdot \cos\alpha$. En xeral:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

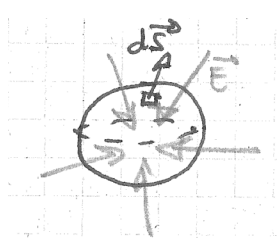
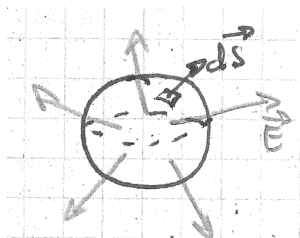
onde $\vec{S}$ é o vector superficie, perpendicular á mesma e de módulo igual á área.

- Se é unha superficie calquera e un campo variábel:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



- Se consideramos unha superficie pechada, por exemplo unha esfera:



$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Fluxo neto

$\Phi > 0 \rightarrow$ as liñas saen

$\Phi < 0 \rightarrow$ as liñas entran

- Superficie gaussiana: É unha superficie pechada imaxinaria para a que se calcula o fluxo. Normalmente procurase elixir perpendicular ás liñas de campo.
- Fluxo neto: fluxo total a través dunha superficie pechada. É indicativo do n.º de liñas de campo que entran ou saen da superficie.
- Exemplo: Cálculo do fluxo neto que atravesa unha superficie esférica de radio R que rodea unha carga eléctrica positiva Q:

$$\Phi = 4\pi K Q = \frac{Q}{\epsilon}$$

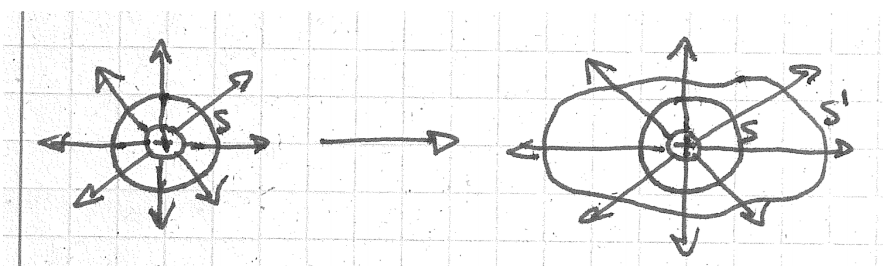
3.5.3. - Teorema de Gauss

“O fluxo do campo eléctrico a través dunha superficie pechada arbitraria é igual á carga encerrada pola superficie dividida por ϵ ”

$$\Phi_\epsilon = 4\pi K Q_{\text{int}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

- É unha xeneralización do exemplo anterior

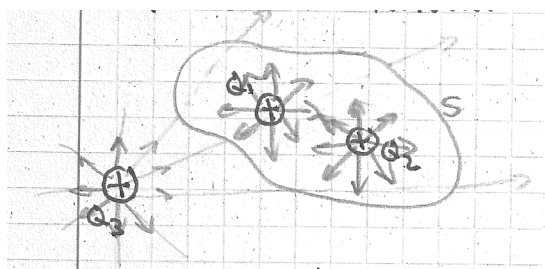
- “Demostración”:



· O n.º de liñas que atravesa S' é o mesmo que atravesa S. Entón:

$$\Phi_S = \Phi_{S'}$$

- Se no interior da superficie temos varias cargas, o campo eléctrico en cada punto será a suma dos campos creados por cada unha e o fluxo será a suma: se, por exemplo, houboese dúas cargas Q_1 e Q_2 no interior e unha Q_3 no exterior:



$$\Phi_S = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

Pero $\Phi_3 = 0$, pois entran en S tantas liñas como saen.

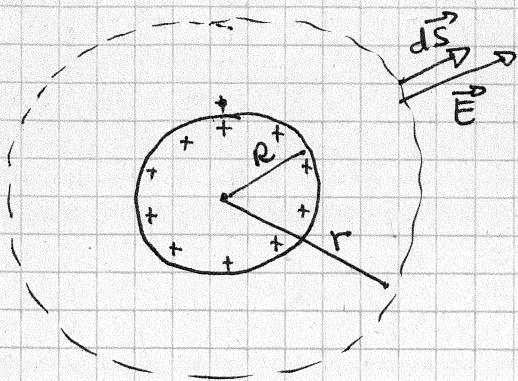
$$\Phi_S = 4\pi K (Q_1 + Q_2) = 4\pi K Q_{\text{int}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

3. 5. 4. - Exemplos importantes de aplicación da Lei de Gauss

Pasos:

- i. Definir a simetría do C. Eléctrico producido pola distribución de cargada.
- ii. Elixir a superficie gaussiana, procurando que o C.E. sexa perpendicular ou paralelo en cada punto á mesma.
- iii. Aplicar o Teorema de Gauss ás diferentes rexións do espazo nas que Q_{int} varía.

① C.E. creado por unha esfera condutora cargada, carga Q



a) Nun punto exterior á esfera.

Se o punto está a unha distancia r do centro da esfera

i) A distrib. de carga indica unha simetría esférica.

ii) Sup. gaussiana = Sup. esférica de radio r concéntrica coa esfera.

En todos os puntos dese superficie, o módulo de $\vec{E}$ vale o mesmo.

iii) Teo de Gauss:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

$$\Phi = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_s E \cdot dS = E \cdot \int_s dS = E \cdot 4\pi r^2 \quad \left. \begin{array}{l} \vec{E} \parallel d\vec{S} \\ \text{Este na} \\ \text{Sup. gauss.} \\ S_{\text{esf}} = 4\pi r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$Q_{\text{int}} = Q$$

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon r^2} \Rightarrow \boxed{E = k \cdot \frac{Q}{r^2}}$$

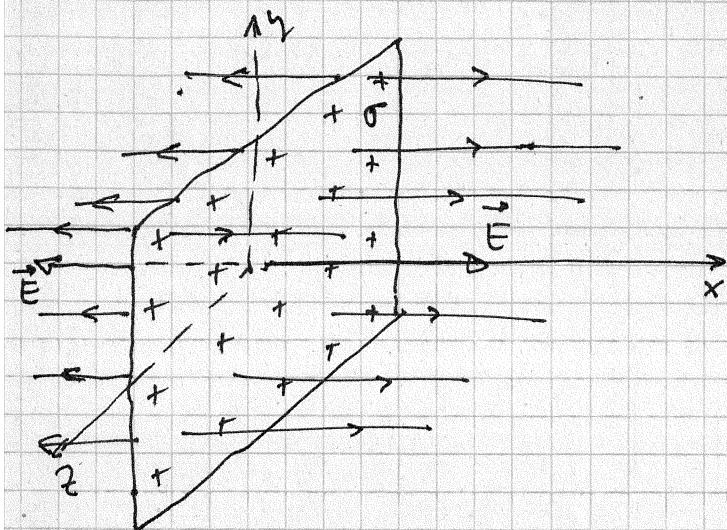
Isto é, o campo $\vec{E}$ creado por unha esfera condutora en equilibrio nun punto exterior é igual ao campo creado por unha carga puntual Q situada no centro da esfera

b) Nun punto interior á esfera:

¡olho! Condutor $\Rightarrow$ portadores de carga (positivos ou negativos) libres $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ repulsión electrostática $\Rightarrow$ atopan o equilibrio distribuíndose pola
 Superficie do condutor:

$$\text{Ani: } Q_{\text{int}} = 0 \Rightarrow \boxed{E = 0} \text{ no interior dun condutor}$$

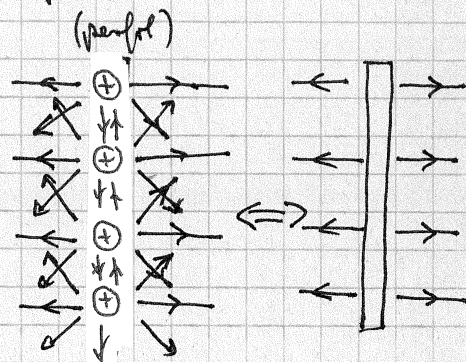
② C.E. em pontos próximos a um plano carregado



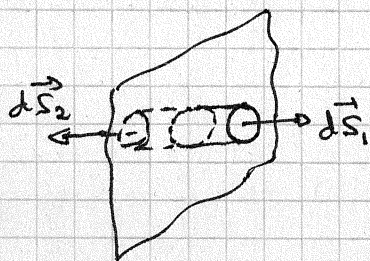
lamela plana infinita, carregada uniformemente, densidade superficial de carga σ

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}$$

x) O campo $\vec{E}$ é perpendicular em todos os pontos ao plano:



ii) Superf. gaussiana: Superfície cilíndrica com bases paralelas ao plano:



iii) Thm Gauss: Calculamos o fluxo a través das três Superfícies do cilindro:

$$\phi_1 = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}_1 = E \cdot S_1 \quad (\vec{E} \parallel d\vec{S}_1)$$

$$\phi_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}_2 = E \cdot S_2 \quad (\vec{E} \parallel d\vec{S}_2)$$

$$\phi_{\text{superf. lateral}} = 0, \text{ pois } \vec{E} \perp \vec{S}_{\text{lateral}}$$

A carga encerrada na Sup. cilíndrica: $Q_{\text{int}} = \sigma \cdot S$, onde $S = S_1 = S_2$

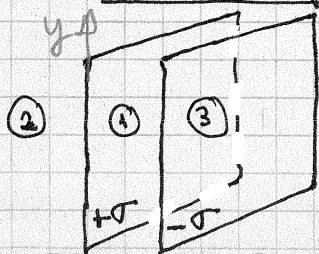
Thm Gauss:

$$\phi_E = \phi_1 + \phi_2 = 2ES = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

$$2ES = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon}}$$

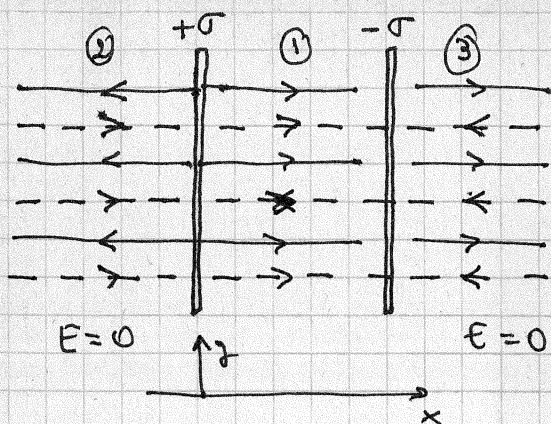
O C.E. nos pto próx. é constante e independe da posição.

③ C.E. creado por dois planos carregados com mesma carga pero de signos opostos:



3 regiões: se o eixo y coincide com placa positiva:

$$\begin{array}{l|l|l} \textcircled{2} \vec{E}_+ = -\frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} & \textcircled{1} \vec{E}_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} & \textcircled{3} \vec{E}_+ = \frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} \\ \vec{E}_- = \frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} & \vec{E}_- = \frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} & \vec{E}_- = -\frac{\sigma}{2\epsilon} \vec{u} \end{array}$$

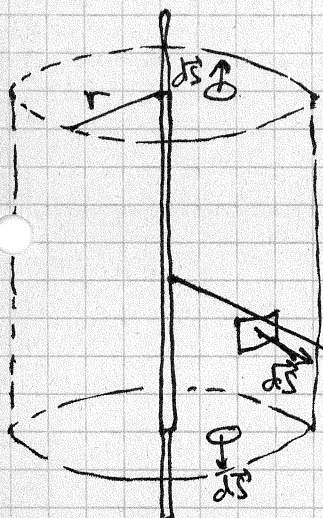


$$\vec{E}_2 = E_+ \vec{z} + E_- \vec{z} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{z}$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E_2 = E_3 = 0$$

④ C.E. creado por um fio retilíneo uniformemente carregado



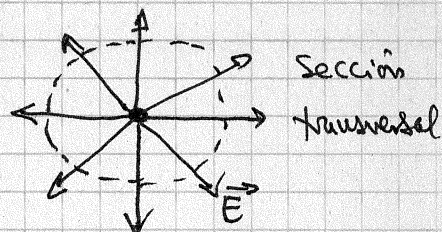
Fio infinito, densidade linear de carga λ

$$\lambda = \frac{dQ}{dl}$$

i) O campo $\vec{E}$ é radial:

ii) Sup. gaussiana:

Superfície cilíndrica coaxial com a linha carregada



iii) Tm de Gauss: 3 Superfícies: | 2 bases, nas que $d\vec{S} \perp \vec{E} \Rightarrow \phi = 0$
| 1 Sup. lateral, na que $d\vec{S} \parallel \vec{E}$

$$\phi_E = \phi_{\text{base}} + \phi_{\text{base}} + \phi_{\text{superf lateral}} = \phi_{\text{superf lateral}}$$

$$\phi_{\text{superf lateral}} = \int \vec{E} d\vec{S} = E \cdot S = E \cdot 2\pi r \cdot L, \text{ sendo: } L \text{ altura do cilindro}$$

r radio, distancia
ao pto.

$$Q_{\text{int}} = \lambda \cdot L$$

$$\text{An: } E \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r}$$

O CE depende da distancia do fio ao ponto.