

VIBRACIÓNS E ONDAS

PROBLEMAS

1. Un sistema cun resorte estirado 0,03 m sóltase en $t=0$ deixándoo oscilar libremente, co resultado dunha oscilación cada 0,2 s. Calcula:
- A velocidade do extremo libre ó cabo de 19 s
 - A aceleración do extremo libre ó cabo de 19 s (Considérase que o amortecemento é desprezable)
 - Representa graficamente a variación da velocidade e aceleración co tempo.

- a) Ao ceibar o resorte describe un MHS, polo tanto correspóndelle unha ecuación para a elongación:

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_0)$$

No instante inicial, a elongación é máxima e $A \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_0) = 1$, e como $t=0 \Rightarrow \theta_0 = (\pi/2)\text{rad}$, quedando

a ecuación : $x = A \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ e do mesmo xeito: $v = A \cdot \omega \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

$$A=0,03 \text{ m} ; \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

substituíndo os datos anteriores e o tempo transcorrido:

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,03 \cdot 10\pi \cdot \cos\left(10\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,03 \cdot 10\pi \cdot \cos\left(10\pi \cdot 19 + \frac{\pi}{2}\right) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} =$$

- b) Os mesmos razoamentos son aplicables neste caso, quedando:

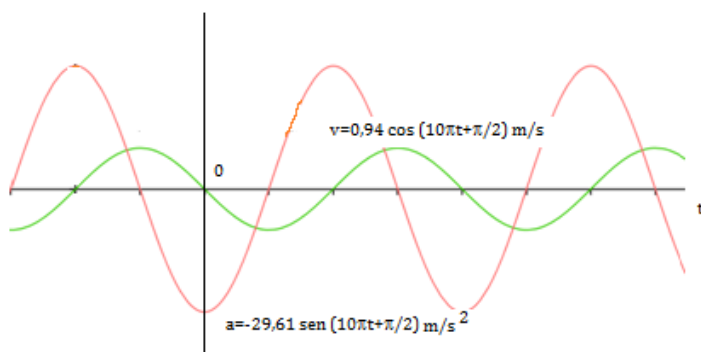
$$a = -A\omega^2 \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -0,03 \cdot (10\pi)^2 \cdot \text{sen}\left(10\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = -0,03 \cdot (10\pi)^2 \cdot \text{sen}\left(10\pi \cdot 19 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -29,61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

A velocidade é mínima e a aceleración máxima (pero negativa), atopándonos na situación inicial, xa que transcorreu un número enteiro de períodos.

NOTA.- Por erros de redondeo na calculadora ou ordenador, pode darse o caso de que o resultado da velocidade non resulte exactamente 0.

- c) As representacións gráficas da velocidade e da aceleración en función do tempo serían como as seguintes:



2. Un corpo de 50 g de masa, sometido a un movemento harmónico simple, realiza 10 oscilacións por segundo. Calcula:

- A aceleración no centro de oscilación.
- A aceleración nun dos seus extremos, sabendo que a amplitude do movemento é de 9 cm.
- A enerxía cinética no centro de oscilación.

a) A ecuación do movemento harmónico simple é: $x = A \sin(\omega t + \theta_0)$

onde A é a amplitude do movemento, θ_0 un desfasamento constante ó longo do tempo, e ω a pulsación.

Sabemos que a velocidade, no movemento harmónico simple, é a derivada da elongación con respecto ó tempo: $v = A \cdot \omega \cos(\omega t + \theta_0)$

E que a aceleración é a derivada da velocidade con respecto ó tempo: $a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$

No centro de oscilación, a elongación é cero, logo: $0 = A \cdot \sin(\omega t + \theta_0)$

É dicir: $\sin(\omega t + \theta_0) = 0$; Logo a aceleración será: $a_0 = 0$

b) Nos extremos da oscilación, a elongación é máxima, $x = \pm A$.

É dicir: $\sin(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

Logo o módulo da aceleración será $|a| = A \omega^2$

$A = 9 \text{ cm} = 0,09 \text{ m}$; Sabemos, polos datos do problema que $f = 10 \text{ osc} \cdot \text{s}^{-1} = 10 \text{ Hz}$;

$\omega = 2\pi/T = 2\pi f = 62,83 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

substituíndo, obtemos: $|a| = 0,09 \cdot 3947,61 = 3,5 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c) Para o cálculo da enerxía cinética no centro de oscilación temos en conta que o módulo da velocidade nese punto é máximo: $|v_{\max}| = |A \cdot \omega| = 0,09 \cdot 62,83 = 5,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$E_{\text{cinética}} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{0,050 \cdot 5,65^2}{2} = 0,80 \text{ J}$$

3. Un corpo de 10 g de masa desprázase cun movemento harmónico simple de 80 Hz de frecuencia e de 1 m de amplitude. Acha:

- A enerxía potencial cando a elongación é igual a 70 cm.
- O módulo da velocidade cando se atopa nesa posición.
- O módulo da aceleración nesa posición.

a) A enerxía potencial dun corpo sometido a movemento harmónico simple é:

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x^2}{2}$$

$m = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$, $x = 70 \text{ cm} = 0,7 \text{ m}$; $f = 80 \text{ Hz}$;

$\omega = 2\pi/T = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3'14 \cdot 80 = 502,65 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$$E_p = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot x^2}{2} = \frac{0,01 \cdot 502,65^2 \cdot 0,7^2}{2} = 6,2 \cdot 10^2 \text{ J}$$

- b) Como sabemos, a enerxía mecánica é a suma da enerxía cinética e da enerxía potencial e, como a forza causante do movemento vibratorio harmónico é unha forza conservativa, permanecerá constante ó longo de todo o percorrido, de xeito que na posición de equilibrio atoparíase totalmente en forma de enerxía cinética e nos extremos en forma de enerxía potencial.

$$\text{Polo tanto } E_{\text{mecánica}} = E_{\text{pmáx}} = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

$$\text{Substituíndo } E_m = \frac{1}{2} 0,01 \cdot 502,65^2 \cdot 1^2 = 1263,29 \text{ J}$$

Calculamos agora a enerxía cinética nese punto como diferenza entre a enerxía mecánica e a enerxía potencial nese punto

$$E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c = 1263,29 - 619,02 = 644,27 \text{ J} = \frac{1}{2} 0,01 \cdot v^2$$

de onde resolvendo obtemos a velocidade

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 644,27}{0,01}} = 3,6 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c) O módulo da aceleración podemos calculalo a partir de:

$$|a| = |\omega^2 \cdot x| = 502,65^2 \cdot 0,7 = 1,77 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

4. Un resorte mide 22,86 cm cando se lle colga unha masa de 70 g e 19,92 cm cando se lle colga unha masa de 40 g. Acha:

- A constante do resorte.
- A frecuencia das oscilacións se se lle colga unha masa de 80 g
- A lonxitude do resorte ó colgarlle unha masa de 100 g.

Dato: $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$.

- a) Pola lei de Hooke sabemos que o alongamento do resorte é directamente proporcional á forza aplicada

$F = -k \cdot x$; sendo $x = (l - l_0)$ o alongamento e k a constante do resorte

$$F_1 = kx_1; 0,07 \cdot 9,8 = k \cdot (0,2286 - l_0)$$

$$F_2 = kx_2; 0,04 \cdot 9,8 = k \cdot (0,1992 - l_0)$$

Resolvendo, obtemos: $l_0 = 0,16 \text{ m}$; $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

- b) A forza recuperadora do resorte é a causante da oscilación e polo tanto temos

$$kx = m\omega^2 x \Rightarrow k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Ó pendurarlle a masa de 80 g: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,08}} = 11,18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Como $f = \omega/2\pi = 1,78 \text{ Hz}$

c) A elongación producida por unha masa de 100 g será:

$$x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{10} = 0,098 \text{ m} = 9,8 \text{ cm}$$

Polo que a lonxitude do resorte será: $l_0 + x = 0,16 + 0,098 = 0,258 \text{ m} = 25,8 \text{ cm}$

5. Un péndulo eléctrico está formado por unha esfera metálica de 1 g colgada dun fío moi fino de 1'5 m. Faise oscilar nunha rexión na que existe un campo eléctrico uniforme vertical e cárgase a esfera con $+1,3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Cando o campo é vertical de abaixo arriba, a esfera efectúa 100 oscilacións en 314 s e se o campo está dirixido de arriba abaixo, tarda 207 s en dar 100 oscilacións. Calcular:

- Intensidade do campo eléctrico.
- Valor de "g" no lugar da experiencia.
- O período do péndulo se a experiencia se fai na Lúa, en ausencia de campo electrostático.

(Dato: $g_L = 1,63 \text{ ms}^{-2}$)

- Aplicando consideracións derivadas da dinámica do péndulo simple poderemos deducir a dependencia do período do mesmo coa F_t responsable de dito movemento harmónico, que debe cumprir as condicións de forza elástica derivadas da lei de Hooke.

Suporemos as habituais consideracións de oscilacións pequenas para chegar ó cumprimento de M.H.S. ($\sin \theta \cong \theta = x/l$)

$$F_t = -(P - F_e) \sin \phi = -(P - F_e) \phi = -(P - F_e) \frac{x}{l}$$

Para o caso 1:

$$F_t = -kx; k = \frac{P - F_e}{l}$$

$$k = m\omega^2 = \frac{P - F_e}{l}$$

$$m \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 = \frac{P - F_e}{l} \Rightarrow$$

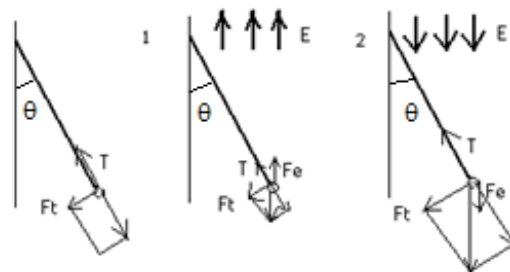
$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{P - F_e}}$$

Para o caso 2 resulta:

$$F_t = -kx; k = \frac{P + F_e}{l}$$

$$k = m\omega^2 = \frac{P + F_e}{l}$$

$$m \left(\frac{2\pi}{T_2} \right)^2 = \frac{P + F_e}{l} \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{P + F_e}}$$



Tendo en conta que $F_e = E \cdot q$, resulta un sistema de 2 ecuacións con 2 incógnitas: g e E .

$$T_1 = \frac{314 \text{ s}}{100 \text{ osc}} = 3,14 \text{ s}; T_1 = \frac{207 \text{ s}}{100 \text{ osc}} = 2,07 \text{ s}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{P - F_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 1,5}{10^{-3} \cdot g - E \cdot 1,3 \cdot 10^{-8}}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{P + F_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 1,5}{10^{-3} \cdot g + E \cdot 1,3 \cdot 10^{-8}}}$$

$$E = 3 \cdot 10^5 \text{ N / C}$$

$$g = 9,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) Por resolución derivada do apartado anterior obtense $g = 9,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c) Se o experimento se fai na Lúa en ausencia de campo eléctrico, calculamos o período, tendo en conta que $g_L = 1,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{1,63}} = 6,02 \text{ s}$$

6. Un punto material de 20 g de masa oscila cun M.H.S de amplitude 2 cm e frecuencia 10 osc/s, coincidindo o inicio dos tempos co punto onde a velocidade é nula. Calcular:

- A velocidade e aceleración máximas.
- A velocidade e aceleración no instante $t = 1/120 \text{ s}$
- A enerxía mecánica nese instante.

a) Por iniciarse a contar o tempo no punto onde a velocidade é nula, no punto no que $x = \pm A$.

A ecuación do movemento será: $x = A \cdot \sin(\omega t \pm \theta_0) = A \cdot \sin(\omega t \pm \pi/2) = \pm A \cdot \cos \omega t$

A ecuación da velocidade será: $v = \pm A \omega \sin(\omega t)$ e a velocidade será máxima cando o valor absoluto de $\cos(\omega t) = 1$, é dicir cando pasa pola orixe.

O modulo da velocidade máxima será $v_{m\acute{a}x} = |\pm A \cdot \omega|$

Como $f = \omega / 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f = 20\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Entón substitúese e acadamos o módulo da velocidade máxima: $v_{m\acute{a}x} = 1,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

Ó derivar a velocidade obtemos a aceleración $a = \pm A \omega^2 \cdot \cos(\omega t)$ e terá o seu máximo valor cando $\cos(\omega t) = 1$; é dicir, ó pasar polos extremos, sendo o seu valor en módulo $a_{m\acute{a}x} = |\pm A \cdot \omega^2|$

$a_{m\acute{a}x} = 78,96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) Unha vez vistas as ecuacións en función do tempo, só queda substituír. No instante $t = 1/120 \text{ s}$ serán

$$v = 0,02 \cdot 20\pi \cdot \sin\left(20\pi \cdot \frac{1}{120}\right) = 0,63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = 0,02 \cdot (20\pi)^2 \cdot \cos\left(20\pi \cdot \frac{1}{120}\right) a = 68,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) A enerxía mecánica será: $E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} = \frac{0,020 \cdot (20\pi)^2 \cdot 0,02^2}{2} = 1,58 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

7. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera, de dimensións que consideramos desprezables, de masa 200 g, suspendida dun fío inextensible, e sen masa apreciable, de 2 m de longo. Calcular:
- O período para pequenas amplitudes.
 - Supoñamos que no momento de máxima elongación a esfera elévase 15 cm por encima do plano horizontal que pasa pola posición de equilibrio. Calcula a velocidade o pasar pola vertical.
 - Xustifica e representa graficamente as variacións da enerxía cinética e potencial nun movemento harmónico simple. Pode considerarse un m.h.s. o que describe o péndulo nas condicións do apartado b)?.
- Dato:** $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- a) Ó período do péndulo simple, supoñendo un movemento harmónico simple, é

$$T = 2\pi(l/g)^{1/2}; T = 2\pi(2/9,8)^{1/2} = 2,84 \text{ s}$$

- b) Ó desprezar as perdas de enerxía por rozamento, aplícase o principio de conservación da enerxía mecánica de xeito que no punto máis alto estará toda en forma de E_p e no máis baixo en forma de E_c .

Usando a aproximación para pequenas alturas, no punto máis alto: $E_p = mgh = 0,2 \cdot 9,8 \cdot 0,15 = 0,294 \text{ J}$

No punto máis baixo: $E_c = 0,294 \text{ J}$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = (2gh)^{1/2}; v = 1,71 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- c) Nun M.H.S. a representación da enerxía cinética: $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ presenta un máximo cando $x=0$ e un mínimo cando $x=\pm A$, que coinciden, respectivamente, cos puntos de máxima velocidade ($x=0$) e velocidade nula ($x=\pm A$).

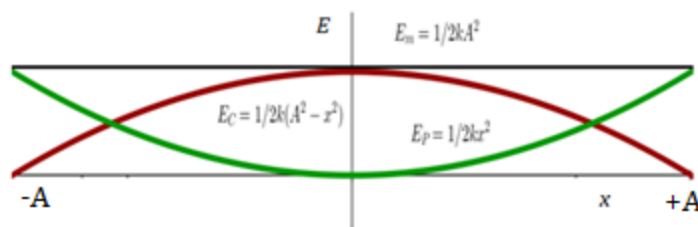
A enerxía potencial: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ será máxima cando $x=\pm A$, nos puntos de máxima elongación, e será nula cando $x=0$, no punto central de equilibrio.

A constante k sería: $k = m \cdot \omega^2 = m \cdot 4\pi^2/T^2 = 0,98$

$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Neste caso (supoñendo que se trata dun M.H.S), a amplitude sería: $A = 0,76 \text{ m}$. A amplitude angular é de 22° , o que, estritamente, non cumpre o requisito do M.H.S que debe cumprir a lei de Hooke:

$$F = -kx \rightarrow \sin \theta = \theta (\text{rad})$$



8. Unha masa de 2 kg suxeita a un resorte de constante recuperadora $k = 5 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ sepárase 10 cm da posición de equilibrio e déixase en liberdade. Calcular:

- A ecuación do movemento.
- A aceleración ós 0,1 s de iniciado o movemento.
- A enerxía potencial ós 0,1 s de iniciado o movemento.

a) A ecuación xeral do movemento harmónico simple é: $x = A \sin(\omega t + \theta_0)$

Como nos din que o movemento comenza dende unha posición afastada 10 cm da posición de equilibrio, quere dicir que $x_0 = A = 0,1$, e como $t_0 = 0$, ó substituír, $\theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$

Por outra banda como nos dan a constante do resorte e esta é $k = m \cdot \omega^2$ ó substituír obtemos

$$\omega = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

A ecuación queda $x = 0,1 \cdot \sin(50t + \pi/2) \text{ m}$

b) Por derivación obtemos a ecuación para a aceleración:

$$v = dx/dt = 0,1 \cdot 50 \cdot \cos(50t + \pi/2)$$

$$a = dv/dt = -0,1 \cdot 50^2 \cdot \sin(50t + \pi/2)$$

Sustituíndo para $t = 0,1 \text{ s}$ obtemos $a = -70,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Tamén poderíamos aplicar: $a = -\omega^2 x = -70,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c) $E_p = \frac{1}{2} kx^2$

Substituíndo t polo seu valor de 0,1 s na ecuación do movemento obtemos $x = 0,028 \text{ m}$,

e logo $E_p = 2,1 \text{ J}$

9. Un punto material de 500 g describe un MHS de 10 cm de amplitude realizando dúas oscilacións completas cada segundo. Calcular:

- A elongación de dito punto no instante 0,5 s despois de alcanzar a máxima separación.
- A velocidade e aceleración 0,5 s despois de alcanzar a máxima separación.
- A enerxía cinética que terá o punto móbil ó pasar pola posición de equilibrio.

a) A partir da frecuencia $\theta = \omega/2\pi$ obtemos a pulsación $\omega = 4\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

e tamén o período $T = 1/f = 0,5 \text{ s}$

Como o período é tempo que tarda o móbil en repetir tódalas características do movemento coincide co tempo indicado no enunciado, quere dicir entón que se atopará na posición da que partiu

$$x_0 = A = +0,1 \text{ m} \Rightarrow x_{t=0,5} = +0,1 \text{ m}$$

Podemos obtelo directamente a partir da ecuación do movemento:

$$x_{t=0,5} = 0,1 \cdot \sin(4\pi \cdot 0,5 + \pi/2) = +0,1 \text{ m}$$

b) A velocidade e a aceleración obtense a partir da ecuación do movemento:

$$v = dx/dt = 0,1 \cdot 4\pi \cos(4\pi \cdot t + \pi/2) = 0,1 \cdot 4\pi \cos(4\pi \cdot 0,5 + \pi/2) = 0$$

$$a = dv/dt = -0,1 \cdot (4\pi)^2 \cdot \sin(4\pi \cdot t + \pi/2) = -0,1 \cdot (4\pi)^2 \cdot \sin(4\pi \cdot 0,5 + \pi/2) = -15,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Tamén se poden empregar as ecuacións en función de x:

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 4\pi \sqrt{0,1^2 - 0,1^2} = 0$$

$$a = -\omega^2 x = -16\pi^2 (0,1) = -15,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

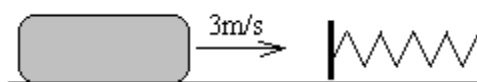
- c) A enerxía cinética expresada en función da posición do móbil ten a expresión

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - x^2)$$

Como na posición de equilibrio $x = 0$, substituíndo obteremos $E_c = 0,40 \text{ J}$

10. No sistema da figura, un corpo de 2 kg móvese a $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre un plano horizontal.

- Determinar a velocidade do corpo ó comprimirse 1 cm o resorte, de constante $k = 10\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ (Non se ten en conta a fricción).
- Cal é a compresión máxima do resorte?
- A qué distancia se igualan as enerxías cinética e potencial do resorte?



- No momento do contacto do corpo co resorte, toda a enerxía do conxunto atópase na forma de enerxía cinética. Ó irse comprimindo o resorte, esta enerxía cinética vaise transformando en enerxía potencial de xeito que cando estea no máximo de compresión toda a enerxía estará en forma potencial.

$$E_m = E_{Cmax} = E_{Pmax}$$

$$E_{Cmax} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 3^2 = 9 \text{ J}$$

$$\text{Nas posicións intermedias: } E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

Logo, cando se ten comprimido 1 cm teremos

$$9 = \frac{1}{2} 2 \cdot v^2 + \frac{1}{2} 10000 \cdot 0,01^2$$

$$v = 2,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- No momento da máxima compresión, a enerxía cinética é 0, polo que toda a enerxía mecánica será debida á enerxía potencial:

$$E_m = 9 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$9 = \frac{1}{2} 10000 \cdot x^2 ; x = 0,042 \text{ m, que será o valor da amplitude (máxima compresión)}$$

- A distancia que fai que $E_c = E_p$ será a que faga que:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - x^2) \text{ sexa igual a } E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} k (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$A^2 - x^2 = x^2 ; x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{A\sqrt{2}}{2} = 0,030 \text{ m}$$

11. Un péndulo ten unha lonxitude de 1 m e un corpo colgado no seu extremo de 1 kg é desviado da súa posición de equilibrio quedando solto a medio metro de altura.

- Calcula-la súa velocidade no punto máis baixo aplicando o principio de conservación da enerxía mecánica.
- Calcula-la súa velocidade valorando a aplicación das ecuacións do M.H.S.
- Deducir en qué condicións o movemento do péndulo sería harmónico simple e calcular a lonxitude que debería ter o fío para que o período fose de 1s (Dato: $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$).

- a) Como a enerxía mecánica se conserva $\Delta E_p + \Delta E_c = 0$.

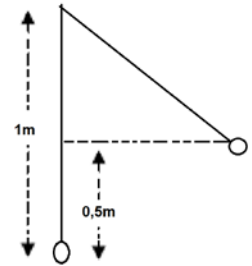
$$\text{Polo tanto, en valor absoluto, } m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\text{de onde } v = \sqrt{2gh}; v = (2 \cdot 9,8 \cdot 0,5) = 3,13 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- b) Nun M.H.S., a ecuación correspondente para a velocidade é $v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$, sen ter en conta o desfasamento inicial.

$$\text{A amplitude é } A = 1 \cdot \sin[\arccos(L-h)] = 1 \cdot \sin[\arccos(0,5)] = 1 \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \text{ m}$$

$$\text{Por outra banda, } \omega = 2\pi/T = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{l}} = 3,13 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$



Como para a v máxima o coseno é 1 (en valor absoluto), temos $v_{\max} = A \cdot \omega = 2,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Comentario: Vemos unha diferenza apreciable no cálculo por ambos métodos. O método das enerxías sempre é aplicable, mentres que o amplo ángulo (60°) fai desaconsellable o uso das ecuacións do MHS.

O movemento non é un M.H.S.

- c) Para que o péndulo se comporte como un M.H.S. debería cumprir:

$$F = -kx, \text{ e polo tanto: } \sin\theta \approx \theta \text{ (rad)}$$

Nese caso, a amplitude angular máxima estaría entornando ós 15° , o que representa que A debería ser:

$$0,26 \text{ m, e a altura máxima debería ser de: } h = l - l \cdot \cos 15^\circ = 0,34 \text{ m}$$

Aplicando a ecuación do período poderíamos calcular a lonxitude necesaria para conseguir que $T = 1$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{1^2 \cdot 9,8}{4\pi^2} = 0,25 \text{ m}$$

12. Unha partícula de masa 50 g, describe un M.H.S. de amplitude 10 cm e período 2,0 s. Se comezamos a estudar o movemento no instante no que pasa pola posición de equilibrio e se dirixe cara ás elongacións negativas, calcular:

- A posición, a velocidade, a aceleración e a forza elástica no instante 0,50 s
- O tempo transcorrido ata que pasa por vez primeira pola posición 5,0 cm
- A enerxía cinética en función do tempo.

- Condições iniciais para $t = 0$: $x = 0$; $v < 0$.

Impomos as condicións iniciais para calcular a fase inicial empregando, por exemplo, a función seno:

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$0 = A \sin \theta_0 \rightarrow \sin \theta_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = 0 \text{ rad ou } \theta_0 = \pi \text{ rad}$$

Por dirixirse cara ás elongacións negativas, o ángulo correcto é o que fai que en $t=0$ v sexa menor que 0.

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$\text{En } t = 0, v = A\omega \cos \theta_0 \rightarrow A\omega \cos 0 > 0 \rightarrow A\omega \cos \pi < 0$$

Polo tanto, a fase inicial é: $\theta_0 = \pi$ rad

$$\text{Cálculo da frecuencia angular: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ s}^{-1}$$

Ecuacións da posición, velocidade, aceleración e forza:

$$x = 0,10 \sin(\pi t + \pi) \text{ m}$$

$$v = 0,10\pi \cos(\pi t + \pi) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = -\omega^2 x = -\pi^2 x \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$F = -kx = ma = -5 \cdot 10^{-2} \pi^2 x \text{ N}$$

$$\text{Para } t = 0,50 \text{ s} \rightarrow x = -0,10 \text{ m};$$

$$v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$a = 0,10\pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2};$$

$$F = 5 \cdot 10^{-3} \pi^2 \text{ N}$$

$$\text{b) } 5,0 \cdot 10^{-2} = 0,10 \sin(\pi t + \pi); \sin(\pi t + \pi) = \frac{1}{2} \rightarrow \pi t + \pi = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} \rightarrow t = \frac{7}{6} \text{ s}$$

No instante calculado, $v > 0$, que é a condición que ten que cumprir a velocidade a primeira vez que pasa pola posición 5,0 cm.

$$\text{c) } E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m [A\omega \cos(\omega t + \pi)]^2 = 2,5 \cdot 10^{-4} \pi^2 \cos^2(\pi t + \pi) \text{ J}$$

13. A aceleración dun punto material que se move sobre o eixe X ven dada pola expresión: $a = -9 \cdot x$, onde x mídese en cm e a en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Sabendo que a amplitude do movemento é 3 cm e que no instante inicial a elongación é máxima para $x > 0$, calcular:

- A ecuación do movemento do punto material.
- A velocidade e a aceleración máximas. Indica os puntos da traxectoria ós que corresponden estes valores.
- Os puntos da traxectoria no que se iguala a enerxía cinética á enerxía potencial elástica.

a) Dado que $a = -\omega^2 x$ e tendo en conta a expresión $a = -9 \cdot x \Rightarrow \omega = 3 \text{ s}^{-1}$

Condições iniciais: para $t = 0$; $x = A$; $v = 0$.

Ecuación xeral: $x = A \sin(\omega t + \theta_0)$

Impondo as condições iniciais para calcular θ_0 : $A = A \sin \theta_0 \Rightarrow \sin \theta_0 = 1 \Rightarrow \theta_0 = \pi/2 \text{ rad}$

$x = 3 \cdot 10^{-2} \sin(3t + \pi/2) = 3 \cdot 10^{-2} \cos(3t) \text{ m}$

b) $v = -9 \cdot 10^{-2} \sin 3t \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$a = -9 \cdot 10^{-2} \cdot x \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Os módulos destes valores máximos serán:

$|v_{\text{máx}}| = 9 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; corresponde ó centro de oscilación, cando $\sin 3t = \pm 1 \Rightarrow \sin 3t = \sin\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)$

$3t = \frac{2n+1}{2}\pi \Rightarrow t = \frac{(2n+1)\pi}{6} \text{ s}$

$|a_{\text{máx}}| = 27 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; corresponde ós extremos, cando $\cos 3t = \pm 1 \Rightarrow \cos 3t = \cos n\pi$

$3t = n\pi \Rightarrow t = \frac{n\pi}{3} \text{ s}$

c) $E_c = E_p$

$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2$

$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$

$k = m \cdot \omega^2$

$\frac{1}{2} m \cdot \omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot x^2 \rightarrow x = A/\sqrt{2} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

14. Un oscilador harmónico ten velocidades de 20 e 40 $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ cando as súas elongacións son, respectivamente, 6,0 e 5,0 cm. Calcular:

- A amplitude, o período e a frecuencia do movemento.
- A aceleración nas dúas elongacións indicadas.
- A enerxía mecánica, sabendo que a masa é de 20 g.

a) Se aplicamos o Principio de Conservación da Enerxía mecánica obtemos: $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

Aplicada a cada par de valores: $\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{A^2 - x_1^2}{A^2 - x_2^2} \rightarrow \frac{(20 \cdot 10^{-2})^2}{(40 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{A^2 - (6,0 \cdot 10^{-2})^2}{A^2 - (5,0 \cdot 10^{-2})^2} \rightarrow A = 6,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

A partir da ecuación $v_1^2 = \omega^2 (A^2 - x_1^2)$, resulta $\omega = 10,4 \text{ s}^{-1}$.

Por outra parte, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Despexando T e f resulta: $T = 0,60 \text{ s}$; $f = 1,7 \text{ Hz}$

b) $a = -\omega^2 \cdot x$

Substituíndo os dous valores das elongacións, obtemos: $a_1 = -6,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ e $a_2 = -5,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

- c) Supoñendo ausencia de rozamento, a única forza que actúa é a elástica, que por ser conservativa cumpre a Conservación da Enerxía Mecánica.

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 10,4^2 \cdot (6,3 \cdot 10^{-2})^2 = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

15. Unha onda unidimensional propágase segundo a ecuación: $y = 2 \cos 2\pi [(t/4) - (x/1,6)]$; onde as distancias "x" e "y" mídense en metros e o tempo en segundos. Determinar:

- O módulo da velocidade de propagación.
- A diferenza de fase, nun instante dado, de dúas partículas separadas 120 cm na dirección de avance da onda.
- A aceleración máxima.

- a) Da ecuación da onda sacamos os seguintes datos: $A = 2 \text{ m}$; $T = 4 \text{ s}$; $\lambda = 1,6 \text{ m}$

como a velocidade de propagación da onda é: $f = \lambda/T = 1,6/4 = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- b) Considerando que cando hai unha distancia $x = \lambda$, a diferenza de fase é 2π .

A diferenza de fase vén dada por $2\pi \cdot (x/\lambda) = 2\pi \cdot (1,2/1,6) = (3\pi/2) \text{ rad}$

- c) A aceleración máxima obtense a partir da ecuación da onda:

$$y = 2 \cos 2\pi [(t/4) - (x/1,6)]$$

$$v = dy/dt = -2 \cdot 2\pi (1/4) \cdot \sin 2\pi [(t/4) - (x/1,6)]$$

$$a = dv/dt = -2 \cdot [2\pi (1/4)]^2 \cdot \cos 2\pi [(t/4) - (x/1,6)]$$

que será máxima cando o $\sin 2\pi [(t/4) - (x/1,6)] = 1$, resultando

$$|a_{\max}| = 4,93 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

16. Unha onda que se propaga por unha corda cunha velocidade de $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ no sentido positivo do eixo X, ten unha amplitude de $4,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ e unha frecuencia de $4,0 \text{ Hz}$. Calcula:

- A ecuación do movemento ondulatorio.
- A diferenza de fase entre dous estados de vibración da mesma partícula cando o intervalo de tempo transcorrido é de $2,0 \text{ s}$. Razoa se están en fase ou en oposición de fase.
- A diferenza de fase, nun instante dado, entre dúas partículas separadas $2,25 \text{ m}$. Razoa se están en fase ou en oposición de fase.

- a) Ecuación xeral utilizando a función cos: $y(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$

Cálculo de ω e k : $\omega = 2\pi f = 8\pi \text{ s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{v}{f} = 0,5 \text{ m}; k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4\pi \text{ m}^{-1}$$

$$y(x, t) = 4,0 \cdot 10^{-2} \cos(8\pi t - 4\pi x) \text{ m}$$

- b) Fase: $\theta = (8\pi t - 4\pi x) \text{ rad}$

En t_1 : $\theta_1 = (8\pi t_1 - 4\pi x) \text{ rad}$

En t_2 : $\theta_2 = (8\pi t_2 - 4\pi x) \text{ rad}$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 8\pi(t_2 - t_1) = 16\pi \text{ rad} = 8 \cdot 2\pi \text{ rad}$$

Dado que $\Delta t = 2,0 \text{ s}$ é un múltiplo enteiro de T ($T=0,25 \text{ s}$) ($\Delta t = 2,0 = 8T$), podemos concluír que ambos estados de vibración están en fase.

Por outra parte, a diferenza de fase é un múltiplo enteiro de 2π ($\Delta\theta = 8 \cdot 2\pi \text{ rad}$), o que confirma que están en fase. Evidentemente, ambas condicións son equivalentes.

c) En x_1 : $\theta_1 = (8\pi t - 4\pi x_1) \text{ rad}$

En x_2 : $\theta_2 = (8\pi t - 4\pi x_2) \text{ rad}$

$$|\Delta\theta| = |\theta_2 - \theta_1| = |4\pi(x_2 - x_1)| = 9\pi \text{ rad}$$

Dado que $\Delta x = 2,25 \text{ m}$ é un múltiplo impar de $\lambda/2$ ($\Delta x = 9 \cdot \lambda/2$) podemos concluír que ambas partículas están en oposición de fase.

Por outra parte, a diferenza de fase é un múltiplo impar de π ($|\Delta\theta| = 9\pi \text{ rad}$), o que confirma que están en oposición de fase. Evidentemente, ambas condicións son equivalentes.

17. A ecuación dunha onda transversal que se propaga nunha corda é: $y(x, t) = 10 \sin \pi(x - 0,2t)$, onde x e y exprésanse en cm e t en s. Calcular:

a) A amplitude, a lonxitude de onda, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda.

b) Os valores máximos da velocidade e da aceleración das partículas da corda.

c) En qué sentido se propaga a onda? Cal será a ecuación da onda transversal se se propaga en sentido contrario?. Explicar.

a) $y(x, t) = 10 \sin(\pi x - 0,2\pi t)$

Comparando coa ecuación xeral $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ resulta: $A = 0,10 \text{ m}$

$$k = \pi \text{ cm}^{-1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\omega = 0,2\pi \text{ s}^{-1} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 0,1 \text{ Hz}$$

$$v = \lambda \cdot f = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) $v = \frac{dy(x, t)}{dt} = -A\omega \cos(kx - \omega t)$

$$|v_{\text{máx}}| = A\omega = 2 \cdot 10^{-2} \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

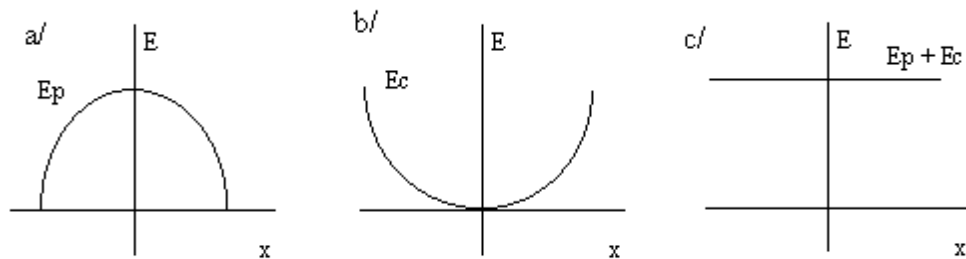
$$a = \frac{dv(x, t)}{dt} = -A\omega^2 \sin(kx - \omega t)$$

$$|a_{\text{máx}}| = A\omega^2 = 4 \cdot 10^{-3} \pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) No sentido positivo do eixo X , xa que a velocidade de propagación da onda é positiva. Se se propaga no sentido negativo do eixo X , $y(x, t) = 10 \sin(\pi x + 0,2\pi t)$, xa que a velocidade de propagación da onda é negativa.

VIBRACIÓNS E ONDAS. CUESTIÓNS

1. Nun movemento harmónico simple, indica cal das seguintes gráficas se axusta correctamente á relación enerxía/elongación:



SOL. c

Nun oscilador harmónico a enerxía total do mesmo permanece constante e independente da elongación, sendo o seu valor $E = (1/2) k \cdot A^2$.

A gráfica a) sería incorrecta pois o máximo valor da enerxía potencial sería cando $x=A$. Cando $x=0$ a enerxía potencial sería nula.

A gráfica b) tamén é incorrecta pois a enerxía cinética máxima sería para $x=0$ ó pasar polo punto central do movemento.

2. De dous resortes elásticos con idéntica constante cólgase a mesma masa. Un dos resortes ten dobre lonxitude que o outro, entón, o corpo vibrará:

- a) Coa mesma frecuencia.
- b) O de dobre lonxitude con frecuencia dobre.
- c) O de dobre lonxitude coa metade da frecuencia.

SOL. a

O período de vibración dun resorte elástico ven dado por: $T = 2\pi(m/k)^{1/2}$

Se a masa e as constantes son iguais, o período de ambos, e polo tanto, a súa frecuencia serán iguais, ó non influír a lonxitude do resorte.

Pola mesma razón, a non influencia da lonxitude do resorte, as outras dúas opcións son falsas.

3. Cando un movemento ondulatorio se reflicte, a súa velocidade de propagación:

- a) Aumenta; b) Depende da superficie de reflexión; c) Non varía.

SOL. c

A reflexión é un fenómeno ondulatorio polo que as ondas modifican a dirección na velocidade de propagación ó chocar contra unha superficie. Polo tanto, sen producirse cambio no módulo da súa velocidade de propagación, ó non cambiar o medio de propagación.

4. Se se cambian á vez o ton e a intensidade dun son procedente dunha trompeta, ¿cales das seguintes magnitudes teñen que cambiar necesariamente?.

- a) Frecuencia e lonxitude de onda; b) Só a frecuencia; c) Amplitude, frecuencia e lonxitude de onda.

SOL. c

As cualidades do son as que se refiren, intensidade e ton, están directamente relacionadas coa amplitude (intensidade) e coa frecuencia(ton). Por outra banda, frecuencia e lonxitude de onda para unha velocidade de propagación determinada, tamén están relacionadas entre si ($v = \lambda \nu$).

Por isto, unha modificación de ton e intensidade supoñen unha modificación de amplitude, frecuencia e lonxitude de onda.

5. A enerxía que transporta unha onda é proporcional a:

- a) A frecuencia; b) A amplitude; c) Os cadrados da frecuencia e da amplitude.

SOL. c

Un movemento ondulatorio é un movemento vibratorio que se propaga. De acordo coa ecuación que determina a enerxía do movemento vibratorio dunha partícula:

$$E = (1/2)kA^2 = (1/2)m\omega^2 A^2 = (1/2)m4\pi^2\nu^2 A^2, \text{ proporcional ó cadrado de frecuencia e amplitude}$$

6. Un movemento harmónico sinxelo determinado é a proxección doutro movemento circular uniforme. A aceleración centrípeta no movemento circular é:

- a) Maior ou igual á aceleración no MHS; b) Sempre menor; c) Menor ou igual á aceleración no MHS.

SOL.: a

A aceleración no MHS é unha función sinusoidal, máxima no punto de elongación máxima ($a = \omega^2 \cdot A$) e nula no punto de equilibrio (onde a velocidade é máxima).

A aceleración centrípeta do movemento circular uniforme correspondente, $a = \omega^2 r$ será igual á devandita aceleración do MHS cando $r = A$, e será sempre maior para valores $r < A$.

7. Unha onda sen rozamentos amortécese de tal xeito que a amplitude é proporcional á inversa da raíz cadrada da distancia á orixe. Isto débese a que é unha onda:
- a) Esférica;
 - b) Cilíndrica;
 - c) Lineal.

SOL.: **b**

Tendo en conta que a intensidade do movemento ondulatorio é a relación entre a potencia (ou enerxía por unidade de tempo) e a superficie normal á dirección de propagación, teremos para ondas cilíndricas: $I = P / (2\pi R \cdot h)$

A intensidade é proporcional á enerxía e esta é directamente proporcional ao cadrado da amplitude de oscilación ($E = 1/2 k \cdot A^2$), resultando que I será directamente proporcional a A^2 e inversamente proporcional a R . Polo tanto, A será inversamente proporcional a $R^{1/2}$.

8. Escoitando un coro, atopamos nunha nota mantida que se producen altibaixos de sonoridade. Popularmente dise que é debido a que alguén "desentoa". Na realidade, o que pasa é que alguén:
- a) Está dando unha frecuencia sonora diferente ó resto.
 - b) Está producindo unha intensidade diferente.
 - c) A composición das frecuencias que constitúen a súa voz nese momento é diferente á dos seus compañeiros.

SOL.: **a**

Unha das calidades do son, o ton, que nos permite distinguir os sons agudos dos graves, depende da súa frecuencia fundamental. Cando as frecuencias fundamentais das ondas que se compoñen son diferentes, a composición das ondas pasa por intervalos de tempo nas que se producen interferencias construtivas e outros nas que se producen destrutivas, interpretadas como altibaixos de sonoridade. Polo tanto "desentoar" supón modificar esta frecuencia fundamental.

9. A velocidade dunha onda:
- a) Varía coa fase na que se atope o punto.
 - b) Varía coa distancia do punto á orixe.
 - c) Varía ao cambiar o medio de propagación.

SOL.: **c**

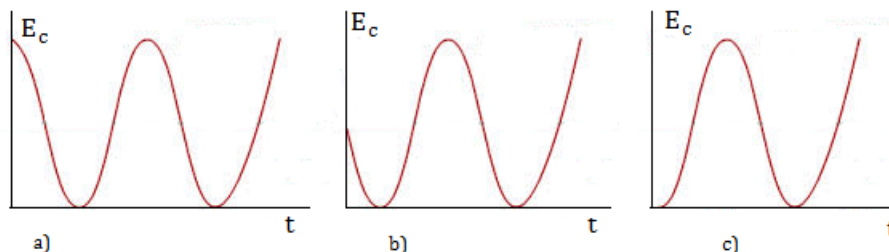
A velocidade dunha onda é o resultado do produto da lonxitude de onda pola frecuencia, e depende do medio no que se está a propagar a onda. Ao cambiar o medio de propagación producirase unha modificación da súa lonxitude de onda que implicará un cambio da velocidade da onda. A frecuencia non se modifica ao depender exclusivamente do foco emisor.

10. Na composición de dúas ondas luminosas das mesmas características prodúcense lugares onde non hai iluminación apreciable.
- a) Isto é unha reflexión.
 - b) Prodúcese unha interferencia.
 - c) Non é certo, non se produce nunca.

SOL.: **b**

As interferencias prodúcese por superposición de dous movementos ondulatorios. Neste caso estamos a considera-lo comportamento ondulatorio da luz. Cando dúas ondas luminosas estacionarias producidas por focos distintos que se propagan polo mesmo medio se atopan nun mesmo punto, prodúcese o fenómeno das interferencias. Posto que a luz ten natureza electromagnética, as perturbacións mutuas preséntanse como reforzos ou diminucións dos campos eléctricos e magnéticos, equivalentes á composición construtiva ou destrutiva das mesmas.

- 11.** As condicións iniciais dun oscilador harmónico son: tempo ($t=0$), elongación ($x=0$) e velocidade ($v>0$). ¿Que perfil representa correctamente a variación da E_c co tempo nun período?



SOL.:a

A enerxía cinética: $E_c = (1/2)mv^2 = (1/2)m\omega^2(A^2 - x^2)$, ten o máximo valor cando $x=0$ que neste caso coincide con $t=0$, e para un período completo $t=T$. A gráfica correcta é a a).

- 12.** A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:

- a) Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
- b) Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
- c) Cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.

SOL.:c

Como a enerxía mecánica dun oscilador harmónico é $E = (1/2)kA^2$, resulta que se duplicamos A , cuadriplícase E .

- 13.** Unha corda colga do alto dunha torre alta de xeito que o extremo superior é invisible e inaccesible, pero o extremo inferior si se ve. ¿Cómo determinarías a lonxitude da corda?

- a) É imposible.
- b) Medindo a amplitude da oscilación.
- c) Medindo o período da oscilación.

SOL.:c

Considerando un comportamento de péndulo simple, se medimos o período, $T = 2\pi (l/g)^{1/2}$, e coñecido g , poderemos calcular o valor de l .

(Nota: se a densidade lineal da corda non é desprezable, teríamos que aplicar a relación que nos da o período nun péndulo físico, o que tornaría máis complicada a solución polo cálculo de I en función da densidade e lonxitude)

14. Se no instante $t = 0$ un móbil que describe un m.h.s. atópase en $x = A/2$ dirixíndose cara ó centro de oscilación, a súa ecuación do movemento é:

a) $x = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$ m ; b) $x = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$ m ; c) $x = A \cos(\omega t + \frac{5\pi}{3})$ m.

SOL.: **a**

Imposición das condicións iniciais das ecuacións:

$$x = A \cos(\omega t + \theta_0) ; v = -A\omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$\frac{A}{2} = A \cos \theta_0 \rightarrow \cos \theta_0 = \frac{1}{2} \rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad e } \theta_0 = \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$$

Hai que comprobar cal das dúas solución cumpre que en $t = 0$, $v < 0$.

$$v = -A\omega \sin \theta_0 = \rightarrow -A\omega \sin \frac{\pi}{3} < 0$$

$$\rightarrow -A\omega \sin \frac{5\pi}{3} > 0$$

A solución válida é: $\theta_0 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$, como consecuencia, a opción correcta é a).

15. A ecuación dunha onda transversal de amplitude 4 cm e frecuencia 20 Hz que se propaga no sentido negativo do eixo X cunha velocidade de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ é:

a) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi(40t + 2x)$ m

b) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos \pi(40t - 2x)$ m

c) $y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos 2\pi(40t + 2x)$ m

SOL. **a**

A única resposta posible é a **a**, xa que cumpre que: $f = 20 \text{ Hz}$ e $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$y(x, t) = 4 \cdot 10^{-2} \cos (40\pi t + 2\pi x) \text{ m}$$

Comparando coa ecuación xeral:

$$\omega = 40\pi \text{ s}^{-1} \rightarrow \omega = 2\pi f \rightarrow f = 20 \text{ Hz}$$

$$k = 2\pi \text{ m}^{-1} \rightarrow k = 2\pi/\lambda \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

$$\lambda = v/f \rightarrow v = \lambda f = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

16. Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia r , un son de 40 dB. Se a intensidade do son se fai 100 veces maior, a nova sonoridade, á mesma distancia, será:

a) 50 dB ; b) 60 dB ; c) 70 dB.

SOL. **b**

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} = 40$$

$$S' = 10 \log \frac{100I}{I_0} = 10 (\log 100 + \log \frac{I}{I_0}) = 10 \left(2 + \frac{40}{10} \right) = 60 \text{ dB}$$

- 17.** Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia de 1 m, un son de 40 dB. A unha distancia de 10 m, a sonoridade será:
a) 10 dB ; b) 20 dB ; c) 30 dB.

SOL. **b**

$$\frac{I}{I_0} = \frac{r_0^2}{r^2}$$

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{r_0^2}{1}$$

$$S' = 10 \log \frac{r_0^2}{10^2}$$

$$\text{Restando obtemos : } S - S' = 10 \left(\log \frac{r_0^2}{1} - \log \frac{r_0^2}{10^2} \right) = 10 \log \frac{\frac{r_0^2}{1}}{\frac{r_0^2}{10^2}} = 10 \log 100 = 20 \text{ dB}$$

$$40 - S' = 20 \rightarrow S' = 20 \text{ dB}$$