

ELECTROMAGNETISMO

♦ INTRODUCCIÓN

● MÉTODO

1. En xeral:
Debúxanse as forzas que actúan sobre o sistema.
Calcúlase a resultante polo principio de superposición.
Aplicase a 2ª lei de Newton (Lei Fundamental da Dinámica).

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

2. Nos problemas de campo electrostático de cargas puntuais ou esféricas.
A forza electrostática $\vec{F}_E$ entre dúas cargas, Q e q , puntuais ou esféricas (condutoras ocas ou macizas, ou illantes cunha distribución homoxénea de carga) separada unha distancia r vén dada pola lei de Coulomb:

$$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$$

A intensidade do campo electrostático $\vec{E}$ creado por unha carga puntual Q nun punto a unha distancia r é igual á forza eléctrica $\vec{F}_E$ que exercería a carga Q sobre a unidade de carga positiva situada nese punto.

$$\vec{E} = \vec{F}_E / q$$

sendo q a carga de proba situada no punto. A expresión queda:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A intensidade de campo electrostático nun punto creado por varias cargas puntuais é a suma vectorial das intensidades de campo electrostático creado por cada carga como se as outras non estivesen (principio de superposición)

O potencial electrostático nun punto a unha distancia r dunha carga puntual Q é o traballo que fai a forza electrostática cando a unidade de carga positiva se traslada desde a súa posición ata o infinito:

$$V = \frac{W_{r \rightarrow \infty}}{q} = \int_r^\infty \frac{\vec{F}_E}{q} d\vec{r} = \int_r^\infty K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r d\vec{r} = \int_r^\infty K \frac{Q}{r^2} dr = \left[-K \frac{Q}{r} \right]_r^\infty = K \frac{Q}{r}$$

O potencial electrostático nun punto debido a varias cargas puntuais é a suma dos potenciais electrostáticos creado por cada carga como se as outras non estivesen.

Para calcular o traballo necesario para trasladar unha carga q entre dous puntos A e B calcúlase primeiro o traballo que fan as forzas do campo, que, sendo conservativo, é igual a:

Traballo que fan as forzas do campo:

$$W_{A \rightarrow B} = - (E_{PB} - E_{PA}) = E_{PA} - E_{PB} = q (V_A - V_B)$$

Supoñendo que a carga parte do repouso e chega a B con velocidade nula, o traballo da forza resultante é nulo, e o traballo da forza exterior será:

$$W' = - W_{A \rightarrow B}$$

3. Nos problemas de movemento de cargas nun campo magnético constante.
Pola lei de Lorentz,

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

a forza magnética é perpendicular á velocidade, polo que non realiza traballo. A velocidade terá un valor constante, e a aceleración só ten compoñente normal. Como tódalas magnitudes son constantes, tamén o será a aceleración normal e o radio de curvatura, polo que a traxectoria será circular.

As traxectorias das partículas no interior dun campo magnético constante son circulares. Entón, a aceleración só ten compoñente normal $a_N = v^2 / r$, e, ao non ter aceleración tanxencial, o módulo da velocidade é constante.

● RECOMENDACIÓNS

1. Farase unha lista con datos, pasándoos ao Sistema Internacional se non o estivesen.
2. Farase outra lista coas incógnitas.
3. Debuxarase un esbozo coas distancias coherentes coa situación. Deberán incluír cada unha das forzas ou das intensidades de campo, e a súa resultante.
4. Farase unha lista de ecuacións que conteñan as incógnitas e algún dos datos, mencionando á lei ou principio ao que se refiren.
5. No caso de ter algunha referencia, ao rematar os cálculos farase unha análise do resultado para ver si é o esperado. En particular, comprobar que os vectores campo electrostático teñen a dirección e o sentido acorde co esbozo.
6. En moitos problemas as cifras significativas dos datos son incoherentes. Resolverase o problema supoñendo que os datos que aparecen con unha ou dúas cifras significativas teñen a mesma precisión que o resto dos datos (polo xeral tres cifras significativas), e ao final farase un comentario sobre o as cifras significativas do resultado.

● ACLARACIÓNS

1. Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p.ej a velocidade da luz: 3×10^8 m/s cre que é 300 000 000,0000000000000000... m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo usar 3×10^8 que 299 792 458 m/s). Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, con ampla marxe de erro. Así que cando tomo un dato como $c = 3 \times 10^8$ m/s e reescribo como:
Cifras significativas: 3
 $c = 3,00 \times 10^8$ m/s
o que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en realidade) para poder realizar os cálculos cunha marxe de erro máis pequeno que o que tería si tomáseo tal como dano. (3×10^8 m/s ten unha soa cifra significativa, e un erro relativo do 30%. Como os erros adóitanse acumular ao longo do cálculo, o erro final sería inadmisibile. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

♦ PROBLEMAS

● CAMPO ELECTROSTÁTICO

1. Unha carga puntual Q ocupa a posición $(0,0)$ do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixe X o potencial é $V = -100 \text{ V}$ e o campo eléctrico é $\vec{E} = -10 \hat{i} \text{ N/C}$ (coordenadas en metros):
- Calcula a posición do punto A e o valor de Q .
 - Determina o traballo necesario para levar un protón desde o punto $B(2, 2)$ ata o punto A .
 - Fai unha representación gráfica aproximada da enerxía potencial do sistema en función da distancia entre ambas as dúas cargas. Xustifica a resposta.
- Datos: carga do protón: $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ (P.A.U. Set. 11)
- Rta.: a) $\vec{r}_A = (10,0; 0) \text{ m}$; $Q = -1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$; b) $W = -4,05 \times 10^{-17} \text{ J}$

Datos

Posición da carga Q
 Potencial no punto A
 Campo eléctrico no punto A
 Posición do punto B
 Carga do protón
 Constante eléctrica

Incógnitas

Posición do punto A
 Valor da carga Q
 Traballo necesario para levar un protón de B á

Outros Símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Campo eléctrico creado por unha carga puntual Q a unha distancia r

Potencial electrostático dun un punto que dista unha distancia r dunha carga Q

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B

Enerxía potencial electrostática dunha carga q nun punto A

Cifras significativas: 3

$\vec{R}_0 = (0; 0) \text{ m}$
 $V = -100 \text{ V}$
 $\vec{E} = -10,0 \hat{i} \text{ N/C}$
 $\vec{r}_B = (2,000; 2,000) \text{ m}$
 $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $K = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{r}_A$
 Q
 $W_{B \rightarrow A}$

r_{AB}

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$E_{pA} = q V_A$$

Solución:

a) Substitúense os datos nas ecuacións do campo

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$-10,0 \hat{i} [\text{N/C}] = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

que, tomando só o módulo, queda:

$$10,0 [\text{N/C}] = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r^2}$$

Tamén substitúese na ecuación do potencial electrostático:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$-100 [\text{V}] = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo aparece o valor absoluto da carga $|Q|$, aplicamos valores absolutos á ecuación do potencial, que queda:

$$100[\text{V}] = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema

$$\begin{cases} 10,0 = 9,00 \times 10^9 \frac{|Q|}{r^2} \\ 100 = 9,00 \times 10^9 \frac{|Q|}{r} \end{cases}$$

dividindo a segunda ecuación entre a primeira. Obténse

$$r = 10,0 \text{ m}$$

E despegando o valor absoluto da carga $|Q|$ da segunda ecuación:

$$Q = 1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$$

O potencial é negativo, polo que a carga debe ser negativa:

$$Q = -1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$$

Como a intensidade do campo electrostático no punto é negativa, $\vec{E}_r = -10,0 \vec{i} \text{ (N/C)}$, o punto ten que estar no semieixe positivo:

$$\vec{r}_A = (10,0; 0) \text{ m}$$

b) O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{B \rightarrow A} = q (V_B - V_A)$$

A distancia do punto B á carga Q é:

$$r_{OB} = \sqrt{2,00^2 + 2,00^2} = 2,83 \text{ m}$$

O potencial no punto B vale:

$$V = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{[-1,11 \times 10^{-7} [\text{C}]]}{2,83 [\text{m}]} = -353 \text{ V}$$

O traballo da forza do campo é

$$W_{B \rightarrow A} = q (V_B - V_A) = 1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot (-353 - (-100)) [\text{V}] = -4,05 \times 10^{-17} \text{ J}$$

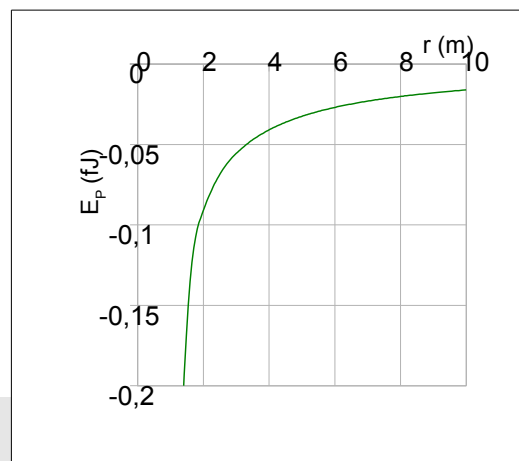
Supondo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 4,05 \times 10^{-17} \text{ J}$$

c) A enerxía potencial de dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Qq}{r}$$

e é inversamente proporcional á distancia entre ámbalas cargas. Como as cargas son de signo oposto a enerxía potencial é negativa e aumenta coa distancia ata ser nula a unha distancia infinita.



2. Dadas as cargas puntuais $Q_1 = 80 \mu\text{C}$, $Q_2 = -80 \mu\text{C}$, $Q_3 = 40 \mu\text{C}$ situadas nos puntos A(-2, 0), B(2, 0) e C(0, 2) respectivamente (coordenadas en metros), calcula:

- A intensidade do campo electrostático no punto (0, 0)
- O traballo necesario para traer unha carga de $1 \mu\text{C}$ desde o infinito ata o punto (0, 0)

Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ **(P.A.U. Xuño 96)****Rta.:** a) $\vec{E} = (3,6 \vec{i} - 0,9 \vec{j}) \times 10^5 \text{ N/C}$; b) $W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 0,18 \text{ J}$ **Datos**Valor da carga situada no punto A: $(-2,00; 0) \text{ m}$ Valor da carga situada no punto B: $(2,00; 0) \text{ m}$ Valor da carga situada no punto C: $(0; 2,00) \text{ m}$

Valor da carga que se despraza

Constante eléctrica

Cifras significativas: 3 $Q_1 = 80,0 \mu\text{C} = 8,00 \times 10^{-5} \text{ C}$ $Q_2 = -80,0 \mu\text{C} = -8,00 \times 10^{-5} \text{ C}$ $Q_3 = 40,0 \mu\text{C} = 4,00 \times 10^{-5} \text{ C}$ $q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$ $K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ **Incógnitas**Intensidade do campo electrostático no punto $(0, 0)$ Traballo para traer unha carga de $1 \mu\text{C}$ desde o infinito ata o punto $(0, 0)$ **Outros símbolos**

Distancia entre dous puntos A e B

EcuaciónsIntensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto BPotencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

 $\vec{E}$ W r_{AB}

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

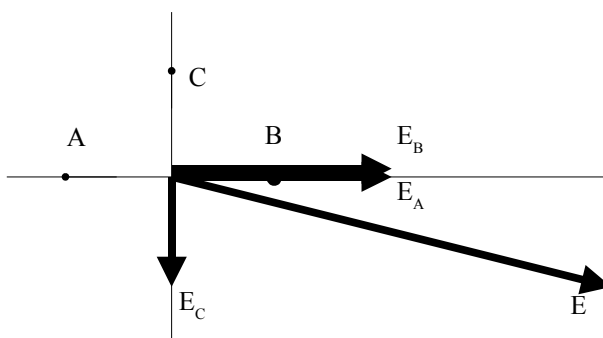
$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:Faize un debuxo cos vectores intensidade de campo electrostático creado por cada carga e a suma vectorial que é o vector campo $\vec{E}$ resultante.

As distancias entre os puntos AO, BO e CO son as mesmas:

$$r = 2,00 \text{ m}$$

A intensidade de campo electrostático no punto $(0, 0) \text{ m}$, debida a carga de $80 \mu\text{C}$ no punto A é:

$$\vec{E}_A = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 1,80 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto $(0, 0) \text{ m}$, debida a carga de $-80 \mu\text{C}$ no punto B é a mesma:

$$\vec{E}_B = 1,80 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto $(0, 0) \text{ m}$, debida a carga de $40 \mu\text{C}$ no punto C é:

$$\vec{E}_C = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{4,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -0,900 \times 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, a intensidade de campo electrostático resultante no punto $(0, 0)$ é a suma vectorial das intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = 2 \cdot 1,80 \times 10^5 \vec{i} [\text{N/C}] + -0,90 \times 10^5 \vec{j} [\text{N/C}] = (3,60 \times 10^5 \vec{i} - 0,90 \times 10^5 \vec{j}) \text{ N/C}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(3,60 \times 10^5)^2 + (0,90 \times 10^5)^2} = 3,71 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Análise: A dirección do campo resultante é á dereita catro veces máis que cara abaixo, como se ve no debuxo.b) Os potenciais no punto $(0, 0)$ debidos a cada carga valen:

$$V_A = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 3,60 \times 10^5 \text{ V}$$

$$V_B = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-8,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = -3,60 \times 10^5 \text{ V}$$

$$V_C = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{4,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 1,80 \times 10^5 \text{ V}$$

O potencial electrostático dun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V = V_A + V_B + V_C = 3,60 \times 10^5 [\text{V}] - 3,60 \times 10^5 [\text{V}] + 1,80 \times 10^5 [\text{V}] = 1,80 \times 10^5 \text{ V}$$

O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{\infty \rightarrow 0} = q (V_{\infty} - V_0) = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C} \cdot (0 - 1,80 \times 10^5) \text{ V} = -0,180 \text{ J}$$

Supondo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 0,180 \text{ J}$$

3. Dúas cargas eléctricas de 3 mC están situadas en A(4, 0) e B(-4, 0) (en metros). Calcula:

- O campo eléctrico en C(0, 5) e en D(0, 0)
- O potencial eléctrico nos mesmos puntos C e D.
- O traballo para trasladar $q' = -1 \text{ mC}$ desde C a D.

Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $1 \text{ mC} = 10^{-3} \text{ C}$

(P.A.U. Xuño 09)

Rta.: a) $\vec{E}_C = 1,03 \times 10^6 \text{ j N/C}$; $\vec{E}_D = \vec{0}$; b) $V_C = 8,4 \times 10^6 \text{ V}$; $V_D = 1,3 \times 10^7 \text{ V}$; c) $W_{\text{ext}} = -5,1 \times 10^3 \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (4,00; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (-4,00; 0) m

Valor da carga que se traslada

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático nos puntos C: (0; 5,00) e D: (0, 0)

Potencial electrostático nos puntos C: (0; 5,00) e D: (0, 0)

Traballo para trasladar unha carga de -1 mC desde C a D

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q_1 = 3,00 \text{ mC} = 3,00 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$Q_2 = 3,00 \text{ mC} = 3,00 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$q = -1,00 \text{ mC} = 1,00 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C, \vec{E}_D$$

$$V_C, V_D$$

$$W_{C \rightarrow D}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

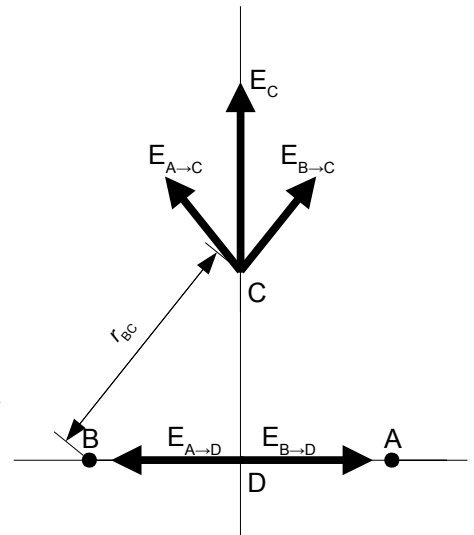
a) Faise un debuxo cos vectores intensidade de campo electrostático creado por cada carga e a suma vectorial que é o vector campo $\vec{E}$ resultante.

Para o punto C:

As distancias entre os puntos AC, e BC son as mesmas:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{4,00^2 + 5,00^2} = 6,40 \text{ m}$$

A intensidade de campo electrostático no punto C(0, 5), debida á carga de 3 mC situada no punto A é:



$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-3} [\text{C}]}{(6,40 [\text{m}])^2} \frac{-4,00 \vec{i} + 5,00 \vec{j}}{6,40} = -4,11 \times 10^5 \vec{i} + 5,14 \times 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto C(0, 5) debida á carga de 3 mC situada no punto B é simétrica á do punto A:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 4,11 \times 10^5 \vec{i} + 5,14 \times 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, a intensidade de campo electrostático resultante no punto C(0, 5) é a suma vectorial das intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (-4,11 \times 10^5 \vec{i} + 5,14 \times 10^5 \vec{j}) + (4,11 \times 10^5 \vec{i} + 5,14 \times 10^5 \vec{j}) = 1,03 \times 10^6 \vec{j} \text{ N/C}$$

Análise: A dirección do campo resultante é vertical cara arriba, como se ve no debuxo.

Para o punto D:

Como as distancias entre os puntos AD e BD son as mesmas e as cargas en A e B son iguais, os vectores campo creados polas cargas en A e B son opostos (mesmo valor e dirección pero sentido contrario) polo que a súa resultante é nula.

$$\vec{E}_D = \vec{0}$$

b) Os potenciais no punto C(0, 5) debidos a cada carga son iguais e valen:

$$V_{B \rightarrow C} = V_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-3} [\text{C}]}{(6,40 [\text{m}])} = 4,22 \times 10^6 \text{ V}$$

O potencial electrostático dun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 4,22 \times 10^6 [\text{V}] + 4,22 \times 10^6 [\text{V}] = 8,43 \times 10^6 \text{ V}$$

Analogamente para o punto D

$$V_{B \rightarrow D} = V_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-3} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])} = 6,75 \times 10^6 \text{ V}$$

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 6,75 \times 10^6 [\text{V}] + 6,75 \times 10^6 [\text{V}] = 13,5 \times 10^6 \text{ V}$$

c) O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{C \rightarrow D} = q (V_C - V_D) = -1,00 \times 10^{-3} [\text{C}] \cdot (8,43 \times 10^6 - 13,5 \times 10^6) [\text{V}] = 5,1 \times 10^3 \text{ J}$$

Supondo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = -5,1 \times 10^3 \text{ J}$$

4. Tres cargas de $+3 \mu\text{C}$ están situadas equidistantes entre si sobre unha circunferencia de radio 2 m. Calcula:

a) O potencial eléctrico no centro da circunferencia.

b) O vector campo eléctrico no mesmo punto.

c) O traballo para traer unha carga $q' = 1 \mu\text{C}$ desde o infinito ao centro da circunferencia.

Dato $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Xuño 12)

Rta.: a) $V = 4,05 \times 10^4 \text{ V}$; b) $\vec{E}_O = \vec{0}$; c) $W_{\text{ext}} = 4,05 \times 10^{-2} \text{ J}$

Datos

Valor de cada carga

Radio da circunferencia

Valor da carga que se traslada

Constante eléctrica

Incógnitas

Potencial electrostático no centro da circunferencia

Intensidade do campo electrostático no centro da circunferencia

Traballo para trasladar unha carga de $1 \mu\text{C}$ desde o infinito ao centro

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q = 3,00 \mu\text{C} = 3,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$R = 2,00 \text{ m}$$

$$q = -1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$V_O$$

$$\vec{E}_O$$

$$W_{\infty \rightarrow O}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) Os potenciais no centro O da circunferencia, debidos a cada carga son iguais porque tanto a carga como a distancia ao centro son iguais. Valen:

$$V_{A \rightarrow O} = V_{B \rightarrow O} = V_{C \rightarrow O} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} = 1,35 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático dun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_O = V_{A \rightarrow O} + V_{B \rightarrow O} + V_{C \rightarrow O} = 3 \cdot 1,35 \times 10^4 [\text{V}] = 4,05 \times 10^4 \text{ V}$$

b) Faise un debuxo cos vectores intensidade de campo electrostático creado por cada carga e a suma vectorial que é o vector campo $\vec{E}$ resultante.

Ao ser as tres cargas iguais e estar á mesma distancia do centro da circunferencia, os tres vectores intensidade de campo electrostático son simétricos e o seu resultante é nula:

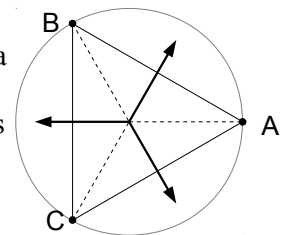
$$\vec{E}_O = \vec{0}$$

Si queres realizar os cálculos:

A intensidade de campo electrostático no centro O da circunferencia, debida á carga de $3 \mu\text{C}$ situada no punto A é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow O} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (-\vec{i}) = -6,75 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no centro O da circunferencia, debida á carga de $3 \mu\text{C}$ situada no punto B é:



$$\vec{E}_{B \rightarrow O} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (\cos(-60^\circ) \vec{i} + \sin(-60^\circ) \vec{j}) = 3,38 \times 10^3 \vec{i} - 5,85 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, a intensidade de campo electrostático no centro O da circunferencia, debida á carga de $3 \mu\text{C}$ situada no punto C é:

$$\vec{E}_{C \rightarrow O} = 3,38 \times 10^3 \vec{i} + 5,85 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, a intensidade de campo electrostático resultante no punto O é a suma vectorial das intensidades de campo de cada carga:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{A \rightarrow O} + \vec{E}_{B \rightarrow O} + \vec{E}_{C \rightarrow O} = (-6,75 \times 10^3 \vec{i}) + (3,38 \times 10^3 \vec{i} - 5,85 \times 10^3 \vec{j}) + (3,38 \times 10^3 \vec{i} + 5,85 \times 10^3 \vec{j}) = 0 \vec{i} + 0 \vec{j}$$

c) O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{\infty \rightarrow O} = q (V_{\infty} - V_O) = 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (0 - 4,05 \times 10^4) [\text{V}] = -4,05 \times 10^{-2} \text{ J}$$

Supoñendo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 4,05 \times 10^{-2} \text{ J}$$

5. Tres cargas eléctricas puntuais de 10^{-6} C atópanse situadas nos vértices dun cadrado de 1 m de lado. Calcula:

- A intensidade do campo e o potencial electrostático no vértice libre.
- Módulo, dirección e sentido da forza do campo electrostático sobre unha carga de $-2 \times 10^{-6} \text{ C}$ situada no devandito vértice.
- O traballo realizado pola forza do campo para trasladar dita caga desde o vértice ao centro do cadrado. Interpretar o signo do resultado.

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Set. 13)

Rta.: a) $|\vec{E}| = 1,7 \times 10^4 \text{ N/C}$, diagonal cara a fóra; $V = 2,4 \times 10^4 \text{ V}$; b) $|\vec{F}| = 0,034 \text{ N}$, diagonal cara ao centro; c) $W_E = 0,028 \text{ J}$

Datos

Lado do cadrado

Valor da carga situada no punto A: $(0; 0) \text{ m}$

Valor da carga situada no punto B: $(1,00; 0) \text{ m}$.

Valor da carga situada no punto C: $(0; 1,00) \text{ m}$

Valor da carga situada no punto D: $(1,00; 1,00) \text{ m}$

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto D

Potencial electrostático no punto D

Traballo do campo ao levar a carga desde D ao centro do cadrado G

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

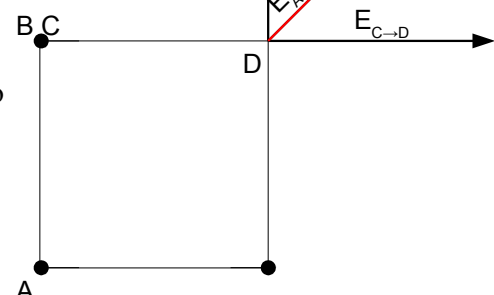
Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Solución:

- Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores campo e da suma vectorial que é o vector campo $\vec{E}$ resultante. As distancias BD e CD valen a lonxitude ao lado:



Cifras significativas: 3

$l = 1,00 \text{ m}$

$Q_A = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_B = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_C = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_D = -2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_D$

V_D

$W_{D \rightarrow G}$

r_{AB}

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$r_{BD} = r_{CD} = l = 1,00 \text{ m}$$

A distancia AD é a lonxitude da diagonal de cadrado

$$r_{AD} = |\vec{r}_{AD}| = \sqrt{(1,00[\text{m}])^2 + (1,00[\text{m}])^2} = 1,41 \text{ m}$$

Elíxese un sistema de referencia coa orixe en cada carga, tomando o eixe X horizontal, positivo cara á dereita e o eixe Y vertical, positivo cara arriba.

O vector unitario $\vec{u}_{CD}$ do punto D tomando como orixe o punto C é o vector $\vec{i}$ unitario do eixe X.

O vector unitario $\vec{u}_{BD}$ do punto D tomando como orixe o punto B é o vector $\vec{j}$ unitario do eixe Y.

O vector unitario $\vec{u}_{AD}$ do punto D tomando como orixe o punto A é:

$$\vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{(1,00\vec{i} + 1,00\vec{j})[\text{m}]}{1,41[\text{m}]} = 0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático no punto D, debida á carga de $1 \mu\text{C}$ situada no punto A é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{(1,00 \times 10^{-6} [\text{C}])}{(1,41[\text{m}])^2} (0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}) = (3,18 \times 10^3 \vec{i} + 3,18 \times 10^3 \vec{j}) \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto D, debida á carga de $1 \mu\text{C}$ situada no punto B é:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{(1,00 \times 10^{-6} [\text{C}])}{(1,00[\text{m}])^2} \vec{j} = 9,00 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por analogía, a intensidade de campo electrostático no punto D, debida á carga de $1 \mu\text{C}$ situada no punto C é:

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \sum \vec{E}_{i \rightarrow D} = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D}$$

$$\vec{E}_D = (3,18 \times 10^3 \vec{i} + 3,18 \times 10^3 \vec{j}) + (9,00 \times 10^3 \vec{j}) + (9,00 \times 10^3 \vec{i}) = (1,22 \times 10^4 \vec{i} + 1,22 \times 10^4 \vec{j}) \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o vector intensidade de campo eléctrico resultado do cálculo é diagonal cara arriba e cara á dereita, coherente co debuxo que se fixo.

O valor do campo é:

$$|\vec{E}_D| = \sqrt{(1,22 \times 10^4 [\text{N/C}])^2 + (1,22 \times 10^4 [\text{N/C}])^2} = 1,72 \times 10^4 \text{ N/C}$$

Xeneralizando o resultado para calquera sistema de referencia,

$$|\vec{E}_D| = 1,72 \times 10^4 \text{ N/C. O campo vai na dirección de la diagonal, cara a fóra}$$

Os potenciais electrostáticos no punto D debidos a as cargas en C e B son iguais e valen:

$$V_{B \rightarrow D} = V_{C \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00[\text{m}])} = 9,00 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático no punto D debido á carga en A vale:

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,41[\text{m}])} = 6,36 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 6,36 \times 10^3 [\text{V}] + 2 \cdot 9,00 \times 10^3 [\text{V}] = 2,44 \times 10^4 \text{ V}$$

b) Como a intensidade do campo electrostático nun punto é a forza sobre a unidade de carga positiva colocada nese punto, podemos calcular a forza electrostática sobre a carga de $-2 \mu\text{C}$ a partir do vector intensidade de campo electrostático:

$$\vec{F} = q \vec{E} = -2,00 \times 10^{-6} [\text{C}] (1,22 \times 10^4 \vec{i} + 1,22 \times 10^4 \vec{j}) [\text{N/C}] = (-2,44 \times 10^{-2} \vec{i} - 2,44 \times 10^{-2} \vec{j}) \text{ N}$$

c) O traballo que fai a forza do campo cando se traslada a carga $q = -2 \mu\text{C}$ desde o vértice D ao centro G do cadrado é

$$W_{D \rightarrow G} = q (V_D - V_G) = -1,00 \times 10^{-3} [\text{C}] \cdot (8,43 \times 10^6 - 13,5 \times 10^6) [\text{V}] = 5,1 \times 10^3 \text{ J}$$

Hai que calcular o potencial electrostático no punto G situado no centro do cadrado de forma análoga a como se fixo antes.

A distancia de cada vértice ao centro do cadrado é a metade da diagonal:

$$r_{AG} = r_{BG} = r_{CG} = 1,41 [\text{m}] / 2 = 0,707 \text{ m}$$

Os potenciais electrostáticos no punto G debidos a as cargas en A, B e C son iguais e valen:

$$V_{A \rightarrow G} = V_{B \rightarrow G} = V_{C \rightarrow G} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,707 [\text{m}])} = 1,27 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático en G é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_G = V_{A \rightarrow G} + V_{B \rightarrow G} + V_{C \rightarrow G} = 3 \cdot 1,27 \times 10^4 [\text{V}] = 3,82 \times 10^4 \text{ V}$$

O traballo da forza do campo é

$$W_{D \rightarrow G} = q (V_D - V_G) = -2,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (2,44 \times 10^4 - 3,82 \times 10^4) [\text{V}] = 2,76 \times 10^{-2} \text{ J}$$

O traballo o positivo porque o sentido da forza (cara ao centro do cadrado) e o do desprazamento son iguais.

6. Nos vértices dun cadrado de 1 m de lado sitúanse catro cargas de valores -1, +1, -1 e +1, en μC , de maneira que as de signo igual están en vértices opostos. Calcula:

a) O campo eléctrico no punto medio dun calquera dos lados.

b) O traballo necesario para desprazar unha quinta carga de +1 μC desde un a outro punto medio de dous lados calquera.

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Set. 97)

Rta.: a) $|\vec{E}| = 6,56 \times 10^4 \text{ N/C}$, na dirección do lado, cara á carga negativa; b) $W_{M \rightarrow M'} = 0$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (0; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (1,00; 0) m.

Valor da carga situada no punto C: (1,00; 1,00) m

Valor da carga situada no punto D: (0; 1,00) m

Valor da carga que se despraza

Constante eléctrica

Punto medio do lado BC

Punto medio do lado AB

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto M

Traballo para levar unha carga de 1 μC desde o M a M'

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q_A = -1,00 \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_C = -1,00 \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_D = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$M (1,00; 0,50) \text{ m}$$

$$M' (0,50; 0) \text{ m}$$

$$\vec{E}$$

$$W$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores campo e da suma vectorial que é o vector campo $\vec{E}$ resultante.

Se chamamos M ao punto medio do lado, as distancias AM e DM valen:

$$r_{DM} = r_{AM} = |\vec{r}_{AM}| = \sqrt{(1,00[\text{m}])^2 + (0,50[\text{m}])^2} = 1,12 \text{ m}$$

Eliximos un sistema de referencia coa orixe en cada carga, tomando o eixe X horizontal, positivo cara á dereita e o eixe Y vertical, positivo cara arriba.

O vector unitario $\vec{u}_{AM}$ do punto M tomando como orixe o punto A é:

$$\vec{u}_{AM} = \frac{\vec{r}_{AM}}{|\vec{r}_{AM}|} = \frac{(1,00\vec{i} + 0,50\vec{j})[\text{m}]}{1,12[\text{m}]} = 0,894\vec{i} + 0,447\vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático no punto M, debida a carga de $-1 \mu\text{C}$ situada no punto A é:

$$\vec{E}_A = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{(-1,00 \times 10^{-6} [\text{C}])}{(1,12[\text{m}])^2} (0,894\vec{i} + 0,447\vec{j}) = -6,44 \times 10^3 \vec{i} - 3,22 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_D = 6,44 \times 10^3 \vec{i} - 3,22 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto M, debido a carga de $+1 \mu\text{C}$ situada no punto B é:

$$\vec{E}_B = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{(1,00 \times 10^{-6} [\text{C}])}{(0,50[\text{m}])^2} \vec{j} = 3,6 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, $\vec{E}_C = 3,6 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_M = \sum \vec{E}_i = (-6,44 \times 10^3 \vec{i} - 3,22 \times 10^3 \vec{j}) + (6,44 \times 10^3 \vec{i} - 3,22 \times 10^3 \vec{j}) + 2 \cdot 3,6 \times 10^4 \vec{j} = 6,56 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o resultado do cálculo é vertical cara arriba, coherente co debuxo que fixemos previamente.

Xeneralizando o resultado para calquera lado,

$$|\vec{E}| = 6,56 \times 10^4 \text{ N/C.}$$

O campo vai na dirección do lado, cara á carga negativa.

b) Como $V_{D \rightarrow M} = -V_{A \rightarrow M}$ e $V_{C \rightarrow M} = -V_{B \rightarrow M}$ (mesma distancia, cargas de signos opostos)

$$V_M = V_{D \rightarrow M} + V_{A \rightarrow M} + V_{C \rightarrow M} + V_{B \rightarrow M} = 0$$

para calquera punto medio dun lado, polo que:

$$W_{M \rightarrow M'} = q (V_M - V_{M'}) = 0$$

7. Dúas cargas puntuais de $8 \mu\text{C}$ e $5 \mu\text{C}$ están situadas respectivamente nos puntos (0, 0) e (1, 1). Calcula:

a) A forza que actúa sobre unha terceira carga de $1 \mu\text{C}$ situada no punto (2, 2).

b) O traballo necesario para levar esta última carga desde o punto que ocupa ata o punto (0, 1)

Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; as coordenadas danse en metros.

(P.A.U. Xuño 98)

Rta.: a) $\vec{F} = 0,0223 \vec{i} + 0,0223 \vec{j} \text{ N}$; b) $W_{\text{ext}} = -W_{\text{campo}} = 0,0597 \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (0; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (1,00; 1,00) m.

Valor da carga situada no punto C: (2,00; 2,00) m

Constante eléctrica

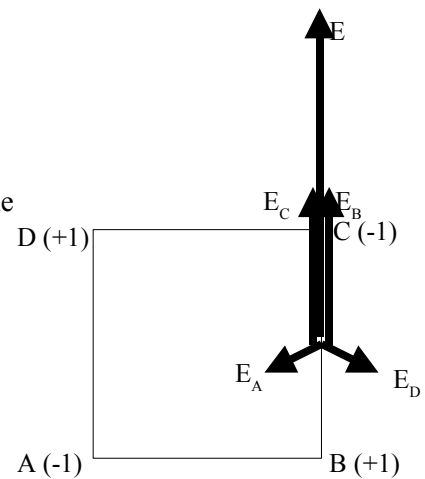
Cifras significativas: 3

$Q_A = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_B = 5,00 \mu\text{C} = 5,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_C = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$



Datos

Punto ao que se traslada

IncógnitasForza sobre Q_c Traballo para levar Q_c desde C ata D**Outros símbolos**

Distancia entre dous puntos A e B

EcuaciónsLei de Coulomb (aplicada a dúas cargas puntuais separada unha distancia r)

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto BPotencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

D (0; 1,00) m

 $\vec{F}_C$ $W_{C \rightarrow D}$ r_{AB}

$$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores forza e da suma vectorial que é a forza $\vec{F}_C$ resultante.

Cálculo de distancias:

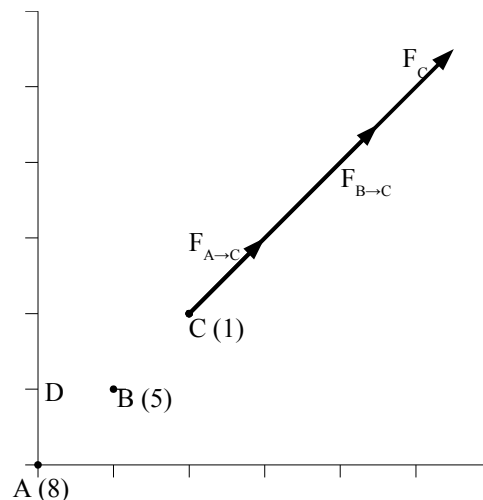
$$r_{AC} = \sqrt{(2,00[\text{m}])^2 + (2,00[\text{m}])^2} = 2,83 \text{ m}$$

$$r_{BC} = r_{AC} / 2 = 1,41 \text{ m}$$

Os vectores unitarios do punto C, $\vec{u}_{AC}$ respecto de A e $\vec{u}_{BC}$ respecto de B son o mesmo:

$$\vec{u}_{BC} = \vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{2,00\vec{i} + 2,00\vec{j}}{\sqrt{2,00^2 + 2,00^2}} = 0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}$$

A forza electrostática que fai a carga de A sobre a de C é:



$$\vec{F}_{A \rightarrow C} = 9 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}] 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])^2} (0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}) = 6,36 \times 10^{-3} \vec{i} + 6,36 \times 10^{-3} \vec{j} \text{ N}$$

A forza electrostática que fai a carga de B sobre a de C é:

$$\vec{F}_{B \rightarrow C} = 9 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{5,00 \times 10^{-6} [\text{C}] 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,41 [\text{m}])^2} (0,707\vec{i} + 0,707\vec{j}) = 15,9 \times 10^{-3} \vec{i} + 15,9 \times 10^{-3} \vec{j} \text{ N}$$

Aplicando o principio de superposición, $\vec{F}_C = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_{A \rightarrow C} + \vec{F}_{B \rightarrow C}$

$$\vec{F}_C = (6,36 \times 10^{-3} \vec{i} + 6,36 \times 10^{-3} \vec{j}) [\text{N}] + (15,9 \times 10^{-3} \vec{i} + 15,9 \times 10^{-3} \vec{j}) [\text{N}] = (0,0223 \vec{i} + 0,0223 \vec{j}) \text{ N}$$

Análise: Vese que a forza resultante do cálculo está na diagonal do primeiro cuadrante, coherente co debuxo que fixemos previamente.

b) Os potenciais no punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])} = 2,54 \times 10^4 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{5,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,41 [\text{m}])} = 3,18 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto C é:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 2,54 \times 10^4 \text{ [V]} + 3,18 \times 10^4 \text{ [V]} = 5,73 \times 10^4 \text{ V}$$

As distancias $r_{AD} = r_{BD} = 1,00 \text{ m}$

Os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 7,20 \times 10^4 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{5,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 4,50 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto D é:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 7,20 \times 10^4 \text{ [V]} + 4,50 \times 10^4 \text{ [V]} = 11,70 \times 10^4 \text{ V}$$

O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{C \rightarrow D} = Q_3 (V_C - V_D) = 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (5,73 \times 10^4 - 11,70 \times 10^4) [\text{V}] = -0,0597 \text{ J}$$

Supoñendo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 0,0597 \text{ J}$$

8. En dous dos vértices dun triángulo equilátero de 2 cm de lado sitúanse dúas cargas puntuais de +10 μC cada unha. Calcula:

a) O campo eléctrico no terceiro vértice.

b) O traballo para levar unha carga de 5 μC dende o terceiro vértice ata o punto medio do lado oposto.

c) Xustifica por que non necesitas coñecer a traxectoria no apartado anterior.

Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

(P.A.U. Xuño 08)

Rta.: a) $\vec{E}_C = 3,90 \times 10^8 \text{ N/C}$, na bisectriz cara ao exterior; b) $W_{\text{ext}} = 45,0 \text{ J}$

Datos

Valor de cada carga fixa

Lonxitude do lado do triángulo equilátero

Valor da carga que se despraza

Constante eléctrica

Cifras significativas: 3

$$Q = 10,0 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$L = 2,00 \text{ cm} = 0,0200 \text{ m}$$

$$q = 5,00 \mu\text{C} = 5,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

Incógnitas

Vector intensidade do campo eléctrico no terceiro vértice

Traballo para levar 5 μC desde C ata D

$$\vec{E}_C$$

$$W_{C \rightarrow D}$$

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos calquera A e B

$$r_{AB}$$

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) Sitúanse as cargas nos vértices A e B do lado horizontal e faise un debuxo de cada un dos vectores intensidade de campo e da suma vectorial que é o vector campo resultante no punto C que é o outro vértice.

O vector unitario do punto C, $\vec{u}_{AC}$ respecto de A é:

$$\vec{u}_{AD} = \cos 60^\circ \vec{i} + \sin 60^\circ \vec{j} = 0,500 \vec{i} + 0,866 \vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{CA}$ en C debida á carga en A é:

$$\vec{E}_{CA} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(0,0200 [\text{m}])^2} (0,500 \vec{i} + 0,866 \vec{j}) = 1,13 \times 10^8 \vec{i} + 1,95 \times 10^8 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, a intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{CB}$ en C debida á carga en B é:

$$\vec{E}_{CB} = -1,13 \times 10^8 \vec{i} + 1,95 \times 10^8 \vec{j} \text{ N/C}$$

e o campo resultante en C debido a ambas as cargas (principio de superposición) é:

$$\vec{E}_C = (-1,13 \times 10^8 \vec{i} + 1,95 \times 10^8 \vec{j}) [\text{N/C}] + (1,13 \times 10^8 \vec{i} + 1,95 \times 10^8 \vec{j}) [\text{N/C}] = 3,90 \times 10^8 \vec{j} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o campo resultante do cálculo é vertical, coherente co debuxo que se fixo.

Unha resposta xeral independente de como se elixiron os vértices sería: O campo eléctrico no terceiro vértice vale $3,90 \times 10^8 \text{ N/C}$ e está dirixido segundo a bisectriz do ángulo cara ao exterior do triángulo.

b) Os potenciais no punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{CA} = V_{CB} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(0,0200 [\text{m}])} = 4,50 \times 10^6 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto C é:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot 4,50 \times 10^6 [\text{V}] = 9,00 \times 10^6 \text{ V}$$

Chamando punto D ao centro do lado AB, os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{DA} = V_{DB} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(0,0100 [\text{m}])} = 9,00 \times 10^6 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto D é:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2 \cdot 9,00 \times 10^6 [\text{V}] = 1,80 \times 10^7 \text{ V}$$

O traballo realizado polas forzas do campo electrostático cando se move unha carga $q = 5 \mu\text{C}$ desde o punto C ao D é a diminución da enerxía potencial entre os puntos C e D:

$$W_{C \rightarrow D} = q (V_C - V_D) = 5,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (9,00 \times 10^6 - 1,80 \times 10^7) [\text{V}] = -45,0 \text{ J}$$

O traballo necesario para mover unha carga $q = 5 \mu\text{C}$ desde o punto C ao D, supondo que chegue a D coa mesma velocidade que tiña en C, é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 45,0 \text{ J}$$

c) A forza electrostática é unha forza conservativa e o traballo que realiza é independente do camiño seguido para ir dun punto a outro.

9. Dúas cargas puntuais iguais $q = 1 \mu\text{C}$ están situadas nos puntos A(5, 0) e B(-5, 0). Calcular:

a) O campo eléctrico nos puntos C(8, 0) e D (0, 4)

b) A enerxía para trasladar unha carga de $-1 \mu\text{C}$ desde C a D.

Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. As coordenadas en metros.

(P.A.U. Set. 06)

Rta.: a) $\vec{E}_C = 1,05 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$; $\vec{E}_D = 2,74 \times 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$; b) $V_C = 3,69 \times 10^3 \text{ V}$; $V_D = 2,81 \times 10^3 \text{ V}$;

$\Delta E = -8,81 \times 10^{-4} \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (5,00; 0,00) m

Valor da carga situada no punto B: (-5,00; 0,00) m

Coordenadas do punto C

Coordenadas do punto D

Constante eléctrica

Incógnitas

Vector intensidade do campo eléctrico nos puntos C e D

Energía para levar -1 μC desde C ata D

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos calquera A e B

Ecuacións

Lei de Coulomb (aplicada a dúas cargas puntuais separadas unha distancia r)

Principio de superposición

Energía potencial electrostática dunha carga q nun punto A

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q_A = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$r_C = (8,00; 0,00) \text{ m}$$

$$r_D = (0,00; 4,00) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C \text{ e } \vec{E}_D$$

$$W_{C \rightarrow D}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

$$E_{PA} = q V_A$$

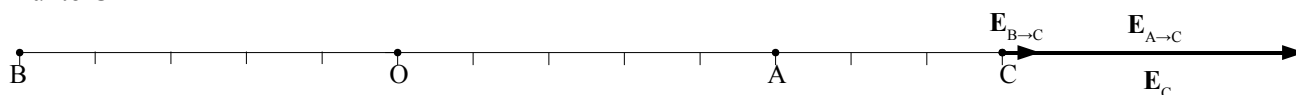
$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores intensidade de campo e da suma vectorial que é o vector campo resultante en cada punto.

Punto C



Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = (8,00; 0,00) - (5,00; 0,00) = 3,00 \text{ m}$$

$$r_{BC} = (8,00; 0,00) - (-5,00; 0,00) = 13,00 \text{ m}$$

A intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{A \rightarrow C}$ en C debida á carga en A es:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 1,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{B \rightarrow C}$ en C debida á carga en B es:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 9 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(13,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 5,33 \vec{i} \text{ N/C}$$

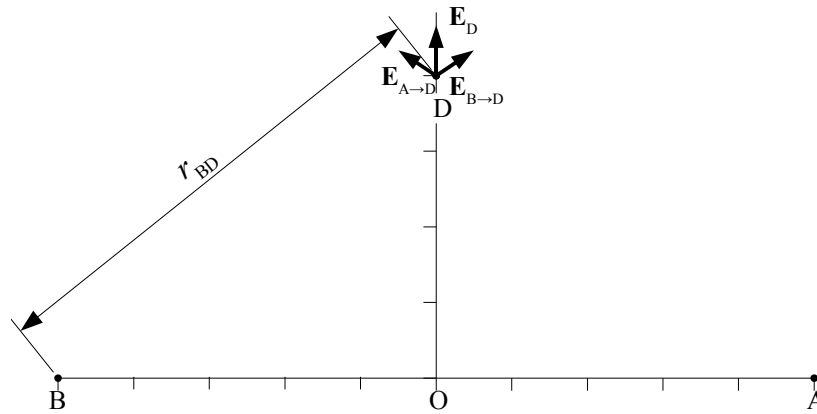
Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C}$$

$$\vec{E}_C = 1,00 \times 10^3 \vec{i} [\text{N/C}] + 5,33 \vec{i} [\text{N/C}] = 1,05 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análise: O resultado é coherente co debuxo que se fixera.

Punto D.



Cálculo de distancias:

$$r_{BD} = r_{AD} = \sqrt{(5,00[\text{m}])^2 + (4,00[\text{m}])^2} = 6,40 \text{ m}$$

O vector unitario do punto D, $\vec{u}_{AD}$ respecto a A é:

$$\vec{u}_{AD} = \vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{-5,00\vec{i} + 4,00\vec{j}}{\sqrt{(-5,00)^2 + 4,00^2}} = -0,781\vec{i} + 0,625\vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{A \rightarrow D}$ en D debida á carga en A é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(6,40[\text{m}])^2} (-0,781\vec{i} + 0,625\vec{j}) = -1,71 \times 10^2 \vec{i} + 1,37 \times 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, a intensidade de campo electrostático $\vec{E}_{B \rightarrow D}$ en D debida á carga en B é:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 1,71 \times 10^2 \vec{i} + 1,37 \times 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$$

e o campo resultante en D debido a ámbalas cargas (principio de superposición) é:

$$\vec{E}_D = (-1,71 \times 10^2 \vec{i} + 1,37 \times 10^2 \vec{j}) [\text{N/C}] + (1,71 \times 10^2 \vec{i} + 1,37 \times 10^2 \vec{j}) [\text{N/C}] = 2,74 \times 10^2 \vec{j} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que a forza resultante do cálculo é vertical, coherente co debuxo que se fixera.

b) Os potenciais no punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00[\text{m}])} = 3,00 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(13,00[\text{m}])} = 6,92 \times 10^2 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto C é:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 3,00 \times 10^3 [\text{V}] + 6,92 \times 10^2 [\text{V}] = 3,69 \times 10^3 \text{ V}$$

Os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(6,40[\text{m}])} = 1,41 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto D é:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 1,41 \times 10^3 [\text{V}] + 1,41 \times 10^3 [\text{V}] = 2,81 \times 10^3 \text{ V}$$

A enerxía que hai que comunicarlle a unha carga $q = -1 \mu\text{C}$ para movela desde o punto C ao D é a variación de enerxía (potencial) desde o punto C ao D é:

$$\Delta E_{C \rightarrow D} = q V_D - q V_C = q (V_D - V_C) = -1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (2,81 \times 10^3 - 3,69 \times 10^3) [\text{V}] = 8,81 \times 10^{-4} \text{ J}$$

supoñendo que chegue a D coa mesma velocidade que tiña en C.

10. Dúas cargas eléctricas puntuais de $-2 \mu\text{C}$, están situadas nos puntos A(-4, 0) e B(4, 0)

a) Calcula a forza sobre unha carga de $1 \mu\text{C}$, situada no punto (0, 5)

b) Que velocidade terá ao pasar polo punto (0, 0)?

Datos $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; masa $m = 1 \text{ g}$.

(P.A.U. Xuño 00)

Rta.: a) $\vec{F} = -6,86 \times 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$; b) $v_0 = 2,60 \text{ m/s}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (-4,00; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (4,00; 0) m.

Valor da carga situada no punto C: (0; 5,00) m

Masa da partícula que se despraza

Velocidade inicial no punto C (Suponse)

Punto polo que pasa

Constante eléctrica

Incógnitas

Forza sobre Q_C

Velocidade que terá ó pasar polo punto D

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Lei de Coulomb (aplicada a dúas cargas puntuais separada unha distancia r)

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Energía potencial electrostática dunha carga nun punto A

Cifras significativas: 3

$Q_A = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_B = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$Q_C = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$

$m = 1,00 \text{ g} = 1,00 \times 10^{-3} \text{ kg}$

$v_C = 0$

D (0; 0) m

$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

$\vec{F}_C$

v_D

r_{AB}

$$\vec{F} = K \frac{Qq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_{PA} = q V_A$$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores forza e da suma vectorial que é a forza $\vec{F}_C$ resultante.

Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(4,00 [\text{m}])^2 + (5,00 [\text{m}])^2} = 6,40 \text{ m}$$

O vector unitario do punto C, $\vec{u}_{AC}$ respecto de A é:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(4,00 \vec{i} + 5,00 \vec{j}) [\text{m}]}{6,40 [\text{m}]} = 0,625 \vec{i} + 0,781 \vec{j}$$

A forza electrostática que fai a carga de A sobre a de C é:

$$\vec{F}_{A \rightarrow C} = 9 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \frac{-2 \times 10^{-6} [\text{C}] 1 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(6,40 [\text{m}])^2} (0,625 \vec{i} + 0,781 \vec{j}) = -2,74 \times 10^{-4} \vec{i} - 3,43 \times 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

Por simetría,

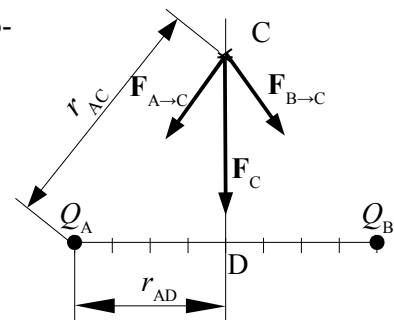
$$\vec{F}_{B \rightarrow C} = 2,74 \times 10^{-4} \vec{i} - 3,43 \times 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{A \rightarrow C} + \vec{F}_{B \rightarrow C} = (-2,74 \times 10^{-4} \vec{i} - 3,43 \times 10^{-4} \vec{j}) [\text{N}] + (2,74 \times 10^{-4} \vec{i} - 3,43 \times 10^{-4} \vec{j}) [\text{N}] = -6,86 \times 10^{-4} \vec{j} \text{ N}$$

Análise: Vese que a forza resultante do cálculo é vertical cara abaixo, coherente co debuxo que fixemos previamente.

b) Como a forza electrostática é unha forza conservativa, e é a única que hai que ter en conta (e moito mais intensa que a gravitatoria), a enerxía mecánica consérvase.



$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q V_D$$

O potencial no punto C debido a cada carga vale o mesmo, porque a distancia é a mesma (están situadas simetricamente) e o valor da carga tamén é o mesmo. Tamén é válido para o punto D.

$$V_C = 2 V_{A \rightarrow C} = 2 \cdot 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(6,40 [\text{m}])} = -5,62 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_D = 2 V_{A \rightarrow D} = 2 \cdot 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(4,00 [\text{m}])} = -9,00 \times 10^3 \text{ V}$$

Aplicando o principio de conservación da enerxía

$$1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (-5,62 \times 10^3 [\text{V}]) = \frac{1}{2} 1,00 \times 10^{-3} [\text{kg}] \cdot v_D^2 + 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (-9,00 \times 10^3 [\text{V}])$$

$$v_D = 2,60 \text{ m/s}$$

Como a velocidade é un vector, temos que deducir a dirección e sentido.

Aínda que o valor da forza resultante e a aceleración na orixe é cero, polo valor da forza calculado no punto C (0, 5) [m] e o feito de que pase pola orixe, pódese deducir que a aceleración ten sido na dirección do eixo Y e en sentido negativo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración. Polo tanto a dirección da velocidade é a do eixo Y en sentido negativo

$$\vec{v}_D = -2,60 \hat{j} \text{ m/s}$$

11. Dúas cargas puntuais negativas iguais, de $-10^{-3} \mu\text{C}$, atópanse sobre o eixe de abscisas, separadas unha distancia de 20 cm. A unha distancia de 50 cm sobre a vertical que pasa polo punto medio da liña que as une, dispónse unha terceira partícula (puntual) de carga de $+10^{-3} \mu\text{C}$ e 1 g de masa, inicialmente en repouso. Calcula:

- O campo e potencial eléctrico creado polas dúas primeiras na posición inicial da terceira.
- A velocidade da terceira carga ao chegar ao punto medio da liña de unión entre as dúas primeiras.

Datos $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ (Só se considera a interacción electrostática)

(P.A.U. Xuño 04)

Rta.: a) $\vec{E} = 67,9 \text{ N/C}$ vertical cara ao eixe de abscisas. $V = -35,3 \text{ V}$; b) $\vec{v} = -0,017 \hat{j} \text{ m/s}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (-0,100; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (0,100; 0) m.

Valor da carga situada no punto C: (0; 0,500) m

Masa da partícula que se despraza

Velocidade inicial no punto C

Punto polo que pasa

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto C

Potencial electrostático no punto C

Velocidade que terá ó pasar polo punto D

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Cifras significativas: 3

$$Q_A = -1,00 \times 10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_B = -1,00 \times 10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$Q_C = 1,00 \times 10^{-3} \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$m = 1,00 \text{ g} = 1,00 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$v_C = 0$$

$$D (0; 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C$$

$$V_C$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Ecuacións

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Energía potencial electrostática dunha carga nun punto A

$$E_{PA} = q V_A$$

Solución:

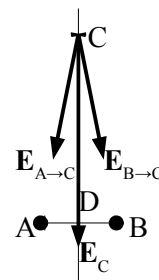
a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores intensidade de campo electrostático e da suma vectorial que é o vector $\vec{E}_C$ intensidade de campo resultante.

Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0,100[\text{m}])^2 + (0,500[\text{m}])^2} = 0,510\text{ m}$$

O vector unitario do punto C, $\vec{u}_{AC}$ respecto de A é:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(0,100\vec{i} + 0,500\vec{j})[\text{m}]}{0,510[\text{m}]} = 0,196\vec{i} + 0,981\vec{j}$$



A intensidade de campo electrostático debida á carga de A no punto C é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(0,510[\text{m}])^2} (0,196\vec{i} + 0,981\vec{j}) = -6,79\vec{i} - 33,9\vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 6,79\vec{i} - 33,9\vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (-6,79\vec{i} - 33,9\vec{j}) [\text{N/C}] + (6,79\vec{i} - 33,9\vec{j}) [\text{N/C}] = -67,9\vec{j} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que a forza resultante do cálculo é vertical cara abaixo, coherente co debuxo que fixemos previamente.

O potencial no punto C debido a cada carga vale o mesmo, porque a distancia é a mesma (están situadas simetricamente) e o valor da carga tamén é o mesmo.

$$V_C = 2 V_{A \rightarrow C} = 2 \cdot 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(0,510[\text{m}])} = -35,3 \text{ V}$$

b) Como a forza electrostática é unha forza conservativa, e é a única que hai que ter en conta (e moito mais intensa que a gravitatoria), a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q V_D$$

O potencial no punto D vale:

$$V_D = 2 \cdot 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(0,100[\text{m}])} = -180 \text{ V}$$

$$1,00 \times 10^{-9} [\text{C}] \cdot (-35,3 [\text{V}]) = \frac{1}{2} 1,00 \times 10^{-3} [\text{kg}] \cdot v_D^2 + 1,00 \times 10^{-9} [\text{C}] \cdot (-180 [\text{V}])$$

$$v_D = 0,017 \text{ m/s}$$

Como a velocidade é un vector, temos que deducir a dirección e sentido.

Aínda que o valor da forza resultante e a aceleración na orixe é cero, polo valor da forza calculado no punto C e o feito de que pase pola orixe, pódese deducir que a aceleración ten sido na dirección do eixo Y e en sentido negativo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración. Polo tanto a dirección da velocidade é a do eixo Y en sentido negativo

$$\vec{v}_D = -0,017\vec{j} \text{ m/s}$$

- 12. Tres cargas eléctricas de +1 μC , están nos puntos A(-1, 0), B(0,2) y C(0, -2) (metros). Calcula en D(0, 0) e en F(2, 0):**
- O campo eléctrico.
 - O potencial eléctrico.
 - Se en D(0, 0) se coloca unha terceira carga q' de +1 μC e de 10 g de masas, sometida só a acción electrostática das outras tres, calcula a velocidade coa que chega ao punto F(2, 0)
- $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ (P.A.U. Xuño 10)
- Rta.:** a) $\vec{E}_D = 9,00 \times 10^3 \hat{i} \text{ N/C}$; $\vec{E}_F = 2,6 \times 10^3 \hat{i} \text{ N/C}$; b) $V_D = 1,8 \times 10^4 \text{ V}$; $V_F = 9,4 \times 10^3 \text{ V}$; c) $v = 1,31 \text{ m/s}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (-1,00; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (0; 2,00) m.

Valor da carga situada no punto C: (0; -2,00) m

Masa da partícula que se despraza

Carga da partícula que se despraza

Velocidade inicial no punto D

Punto do que sae

Punto ao que chega

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidades do campo electrostático nos puntos D(0, 0) e F(2, 0)

Potenciais electrostáticos nos puntos D e F

Velocidade que terá ó pasar polo punto F

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Energía potencial electrostática dunha carga q nun punto A

Cifras significativas: 3

$$Q_A = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_C = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$m = 10,0 \text{ g} = 1,00 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$v_D = 0$$

$$D(0; 0) \text{ m}$$

$$F(2,00; 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$\vec{E}_D, \vec{E}_F$$

$$V_D, V_F$$

$$v_F$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_{PA} = q V_A$$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores intensidade de campo electrostático e da suma vectorial que é o vector $\vec{E}_D$ intensidade de campo resultante.

A intensidade de campo electrostático no punto D debida á carga en A é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 9,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático no punto D debida á carga en B é:

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -2,25 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

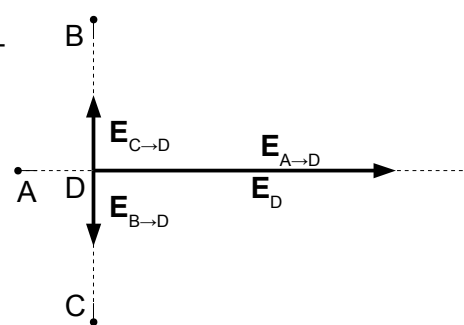
Por simetría,

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 2,25 \times 10^3 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} + \vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o vector intensidade de campo resultante do cálculo é horizontal cara á dereita, coherente co debuxo que fixemos previamente.



A intensidade de campo electrostático no punto D debida á carga en A é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 1,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Para calcular os campos debidos ás cargas en B e en C, faise antes o cálculo de distancias:

$$r_{CF} = r_{BF} = \sqrt{(2,00 [\text{m}])^2 + (2,00 [\text{m}])^2} = 2,83 \text{ m}$$

O vector unitario do punto F, $\vec{u}_{BF}$ respecto de B é:

$$\vec{u}_{BF} = \frac{\vec{r}_{BF}}{|\vec{r}_{BF}|} = \frac{(2,00 \vec{i} - 2,00 \vec{j}) [\text{m}]}{2,83 [\text{m}]} = 0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático no punto F debida á carga en B é:

$$\vec{E}_{B \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])^2} (0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{j}) = 795 \vec{i} - 795 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{C \rightarrow F} = 795 \vec{i} + 795 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_F = \vec{E}_{A \rightarrow F} + \vec{E}_{B \rightarrow F} + \vec{E}_{C \rightarrow F} = 2,59 \times 10^3 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o vector intensidade de campo resultante do cálculo é horizontal cara á a dereita, coherente co debuxo que fixemos previamente.

b) Os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{C \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])} = 4,50 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_{A \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 3,00 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático no punto D é:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 2 \cdot 4,50 \times 10^3 [\text{V}] + 9,00 \times 10^3 [\text{V}] = 1,800 \times 10^4 \text{ V}$$

Os potenciais no punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{C \rightarrow F} = V_{B \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,83 [\text{m}])} = 3,18 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_{A \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 3,00 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático no punto D é:

$$V_F = V_{A \rightarrow F} + V_{B \rightarrow F} + V_{C \rightarrow F} = 2 \cdot 3,18 \times 10^3 [\text{V}] + 3,00 \times 10^3 [\text{V}] = 9,36 \times 10^3 \text{ V}$$

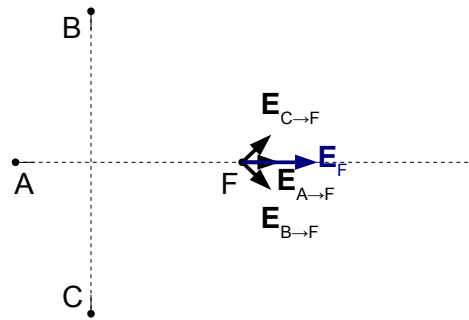
c) Como a forza electrostática é unha forza conservativa a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_F^2 + q V_F = \frac{1}{2} m v_D^2 + q V_D$$

O potencial no punto D vale:

$$1,00 \times 10^{-2} [\text{kg}] / 2 v_F^2 + 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot 9,36 \times 10^3 [\text{V}] = 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1,800 \times 10^4 [\text{V}]$$



$$v_F = 1,31 \text{ m/s}$$

Como a velocidade é un vector, temos que deducir a dirección e sentido.

Pola dirección e sentido do vector intensidade de campo nos puntos D e F, pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixo X e sentido positivo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración. Polo tanto a dirección da velocidade é a do eixo X e o sentido positivo

$$\vec{v}_F = 1,31 \vec{i} \text{ m/s}$$

13. Dúas cargas eléctricas de $+8 \mu\text{C}$ están situadas en A (0; 0,5) e B (0; -0,5) (en metros). Calcula:

a) O campo eléctrico en C (1; 0) e en D (0; 0).

b) O potencial eléctrico en C e en D.

c) Se unha partícula de masa $m = 0,5 \text{ g}$ e carga $q = -1 \mu\text{C}$ sitúase en C cunha velocidade inicial de 10^3 m/s , calcula a velocidade en D.

Nota: só interveñen forzas eléctricas. Datos $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$ (P.A.U. Set. 12)

Rta.: a) $\vec{E}_C = 1,03 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$; $\vec{E}_D = \vec{0} \text{ N/C}$; b) $V_C = 1,29 \times 10^5 \text{ V}$; $V_D = 2,88 \times 10^5 \text{ V}$ c) $\vec{v}_D = -1,00 \times 10^3 \vec{i} \text{ m/s}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (0; 0,500) m

Valor da carga situada no punto B: (0; -0,500) m

Coordenadas do punto C

Coordenadas do punto D

Masa da partícula que se despraza

Carga da partícula que se despraza

Velocidade inicial no punto C

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidades do campo electrostático nos puntos C(1, 0) e D(0, 0)

Potenciais electrostáticos nos puntos C e D

Velocidade que terá ao pasar polo punto D

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Energía potencial electrostática dunha carga q nun punto A

Cifras significativas: 3

$$Q_A = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 8,00 \mu\text{C} = 8,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$\vec{r}_C = (1,00; 0,00) \text{ m}$$

$$\vec{r}_D = (0,00; 0,00) \text{ m}$$

$$m = 0,500 \text{ g} = 5,00 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

$$q = -1,00 \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$v_C = 1,00 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C, \vec{E}_D$$

$$V_C, V_D$$

$$v_D$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

$$E_{PA} = q V_A$$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e cada un dos vectores intensidade de campo electrostático e da suma vectorial que é o vector $\vec{E}_D$ intensidade de campo resultante.

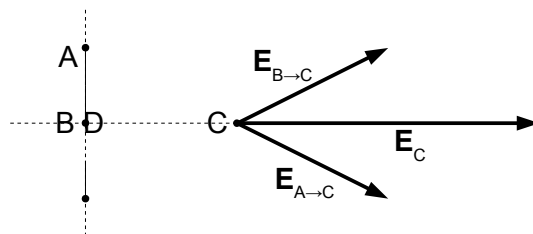
Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(0,500 [\text{m}])^2 + (1,00 [\text{m}])^2} = 1,12 \text{ m}$$

O vector unitario do punto C (1; 0), $\vec{u}_{AC}$ respecto do punto A é:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(1,00 \vec{i} - 0,500 \vec{j}) [\text{m}]}{1,12 [\text{m}]} = 0,894 \vec{i} - 0,447 \vec{j}$$

A intensidade de campo electrostático debido á carga da no punto C é:



$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,12 [\text{m}])^2} (0,894 \vec{i} - 0,447 \vec{j}) = 5,15 \times 10^4 \vec{i} - 2,58 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, la intensidade de campo electrostático debido á carga de B no punto C é:

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = 5,15 \times 10^4 \vec{i} + 2,58 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición, o campo electrostático no punto C é

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = 1,03 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que o vector intensidade de campo resultante do cálculo é horizontal cara a dereita, coherente co debuxo que fixemos previamente.

A intensidade de campo electrostático no punto D (0; 0) debido á carga na é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -2,88 \times 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría, o campo no punto D debido á carga situada en B é

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = 3,88 \times 10^5 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A \rightarrow D} + \vec{E}_{B \rightarrow D} = \vec{0} \text{ N/C}$$

Análise: Como as distancias e as cargas son iguais, e están situadas simetricamente, a resultante ten que ser nula.

b) Os potenciais no punto C debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = V_{B \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,12 [\text{m}])} = 6,44 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático no punto C é a suma de ambos:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 2 \cdot 6,44 \times 10^4 [\text{V}] = 1,29 \times 10^5 \text{ V}$$

Os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])} = 1,44 \times 10^5 \text{ V}$$

O potencial electrostático no punto D é:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} = 2 \cdot 1,44 \times 10^5 [\text{V}] = 2,88 \times 10^5 \text{ V}$$

c) Como a forza electrostática é unha forza conservativa a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + q \cdot V_C = \frac{1}{2} m v_D^2 + q \cdot V_D$$

O potencial no punto D vale:

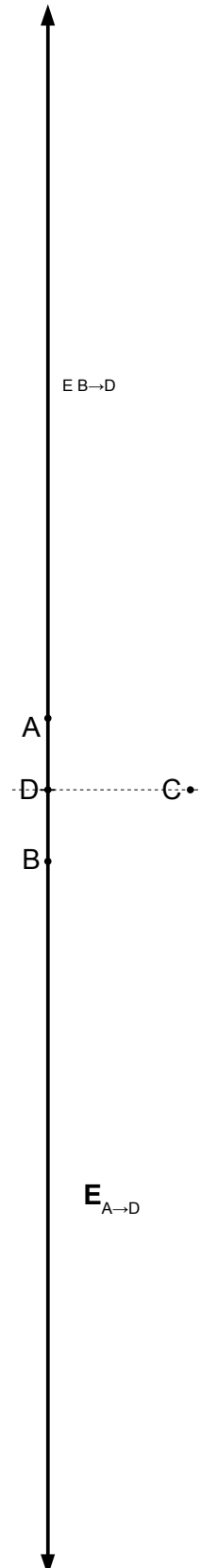
$$(5,00 \times 10^{-4} [\text{kg}] / 2) \cdot (1,00 \times 10^3 [\text{m/s}])^2 + (-1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]) \cdot 1,29 \times 10^5 [\text{V}] = (5,00 \times 10^{-4} [\text{kg}] / 2) \cdot v_D^2 + (-1,00 \times 10^{-6} [\text{C}]) \cdot 2,88 \times 10^5 [\text{V}]$$

$$v_D = 1,00 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Análise: A velocidade é practicamente a mesma pero un pouco maior xa que a carga negativa é acelerada en sentido contrario ao campo eléctrico.

Como a velocidade é un vector, temos que deducir a dirección e sentido.

Pola dirección e sentido do vector intensidade de campo entre os puntos C e D, pódese deducir que a aceleración está na dirección do eixe X e en sentido positivo (as cargas negati-



vas sofren unha forza de sentido oposto ao campo). A única posibilidade de que a carga que sae do punto C pase polo punto D é que inicialmente estivese movendo no sentido negativo do eixe X. Polo tanto a dirección da velocidade é a do eixe X e o sentido negativo

$$\vec{v}_D = -1,00 \times 10^3 \hat{i} \text{ m/s}$$

14. Dúas cargas eléctricas puntuais de +2 e -2 μC , están situadas nos puntos (2, 0) e (-2, 0) (en metros). Calcule:

a) Campo eléctrico en (0, 0) e en (0, 10)

b) Traballo para transportar unha carga q' de -1 μC desde (1, 0) a (-1, 0)

Datos: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Xuño 01)

Rta.: a) $\vec{E}_O = -9 \times 10^3 \hat{i} \text{ N/C}$; $\vec{E}' = -68 \hat{i} \text{ N/C}$; b) $W_{\text{ext}} = -W_{\text{campo}} = 0,024 \text{ J}$.

Datos

Valor da carga situada no punto A: (-2,00; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (2,00; 0) m.

Carga da partícula que se despraza

Punto D para calcular a intensidade de campo eléctrico

Punto C para calcular a intensidade de campo eléctrico

Punto de partida G para calcular o traballo

Punto de chegada H para calcular o traballo

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático nos puntos C e D

Traballo para levar q desde G ata H

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q_A = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = -1,00 \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$D(0; 0) \text{ m}$$

$$C(0; 10,00) \text{ m}$$

$$G(1,00; 0) \text{ m}$$

$$H(-1,00; 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C, \vec{E}_D$$

$$W_{G \rightarrow H}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) Para o punto D (0, 0)

A intensidade de campo electrostático debida á carga de A no punto D é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{ C}^{-2}] \cdot \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(2,00 [\text{m}])^2} \hat{i} = -4,50 \times 10^3 \hat{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga de B no punto D é a mesma, polo que a intensidade de campo electrostático no punto D é, polo principio de superposición:

$$\vec{E}_D = 2 \vec{E}_{A \rightarrow D} = -9,00 \times 10^3 \hat{i} \text{ N/C}$$

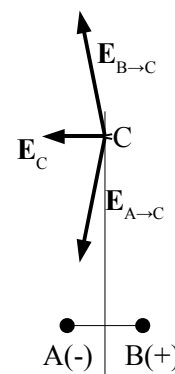
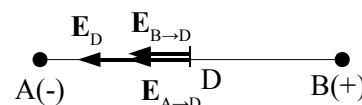
Para o punto C (0, 10)

Cálculo de distancias:

$$r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{(2,00 [\text{m}])^2 + (10,0 [\text{m}])^2} = 10,2 \text{ m}$$

O vector unitario do punto C, $\vec{u}_{AC}$ respecto de A é:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(2,00 \hat{i} + 10,0 \hat{j}) [\text{m}]}{10,2 [\text{m}]} = 0,196 \hat{i} + 0,981 \hat{j}$$



A intensidade de campo electrostático debida á carga de A no punto C é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(10,2 [\text{m}])^2} (0,196 \vec{i} + 0,981 \vec{j}) = -33,9 \vec{i} - 170 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría,

$$\vec{E}_{B \rightarrow C} = -33,9 \vec{i} + 170 \vec{j} \text{ N/C}$$

Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A \rightarrow C} + \vec{E}_{B \rightarrow C} = (33,9 \vec{i} - 170 \vec{j}) [\text{N/C}] + (-33,9 \vec{i} + 170 \vec{j}) [\text{N/C}] = -67,9 \vec{i} \text{ N/C}$$

Análise: Vese que a forza resultante do cálculo é vertical cara abaixo, coherente co debuxo que fixemos previamente.

b) Os potenciais no punto G(1, 0) debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow G} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = -6,00 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow G} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = 18,0 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto G é:

$$V_G = V_{A \rightarrow G} + V_{B \rightarrow G} = -6,00 \times 10^3 [\text{V}] + 18,0 \times 10^3 [\text{V}] = 12,0 \times 10^3 \text{ V}$$

As distancias $r_{AD} = r_{BD} = 1,00 \text{ m}$

Os potenciais no punto H(-1, 0) debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow H} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(1,00 [\text{m}])} = -18,0 \times 10^3 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow H} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 6,00 \times 10^3 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto D é:

$$V_H = V_{A \rightarrow H} + V_{B \rightarrow H} = 6,00 \times 10^3 [\text{V}] + -18,0 \times 10^3 [\text{V}] = -12,0 \times 10^3 \text{ V}$$

O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{G \rightarrow H} = q (V_G - V_H) = -1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (12,0 \times 10^3 - (-12,0 \times 10^3)) [\text{V}] = -0,0240 \text{ J}$$

Supoñendo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 0,0240 \text{ J}$$

15. Dadas dúas cargas eléctricas $q_1 = 100 \mu\text{C}$ situada en A(-3, 0) e $q_2 = -50 \mu\text{C}$ situada en B(3, 0) (as coordenadas en metros), calcula:

a) O campo e o potencial en (0, 0)

b) O traballo que hai que realizar para trasladar unha carga de -2 C dende o infinito ata (0, 0)

Datos $1 \text{ C} = 10^6 \mu\text{C}$, $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Xuño 02)

Rta.: a) $\vec{E}_0 = 1,5 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$; $V_0 = 1,5 \times 10^5 \text{ V}$; b) $W_{\text{ext}} = -W_{\text{campo}} = -3 \times 10^5 \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (-3,00; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (3,00; 0) m.

Carga da partícula que se despraza

Punto C

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto C

Cifras significativas: 3

$Q_A = 100 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-4} \text{ C}$

$Q_B = -50,0 \mu\text{C} = -5,00 \times 10^{-5} \text{ C}$

$q = -2,00 \text{ C}$

C (0; 0) m

$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{C}^{-2}$

$\vec{E}_C$

Incógnitas

Potencial electrostático no punto C
 Traballo para levar q desde ∞ ata C

$$V_C$$

$$W_{\infty \rightarrow C}$$

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

$$r_{AB}$$

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

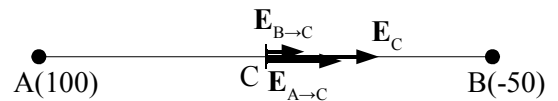
$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) A intensidade de campo electrostático debida á carga de A no punto C é:



$$\vec{E}_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-4} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 1,00 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga de B no punto C é a metade, polo que a intensidade de campo electrostático no punto C é, polo principio de superposición:

$$\vec{E}_C = 1,5 \vec{E}_{A \rightarrow C} = 1,50 \times 10^5 \vec{i} \text{ N/C}$$

Os potenciais no punto C(0, 0) debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-4} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = 3,00 \times 10^5 \text{ V}$$

$$V_{B \rightarrow C} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{-5,00 \times 10^{-5} [\text{C}]}{(3,00 [\text{m}])} = -1,50 \times 10^5 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto C é:

$$V_C = V_{A \rightarrow C} + V_{B \rightarrow C} = 3,00 \times 10^5 [\text{V}] + (-1,50 \times 10^5 [\text{V}]) = 1,50 \times 10^5 \text{ V}$$

O potencial electrostático no infinito é 0 por definición.

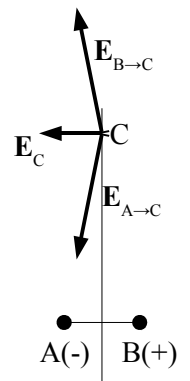
$$V_\infty = 0$$

O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{\infty \rightarrow C} = q (V_\infty - V_C) = -2,00 [\text{C}] \cdot (0 - 1,50 \times 10^5 [\text{V}]) = 3,00 \times 10^5 \text{ J}$$

Supoñendo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = -3,00 \times 10^5 \text{ J}$$



16. Tres cargas puntuais de $2 \mu\text{C}$ sitúanse respectivamente na (0, 0), B (1, 0) e C (1/2, $\sqrt{3}/2$). Calcula:

a) O campo eléctrico nos puntos D(1/2, 0) e F(1/2, $1/(2\sqrt{3})$)

b) O traballo para trasladar unha carga $q' = 1 \mu\text{C}$ de D a F.

c) Con este traballo, aumenta ou diminúe a enerxía electrostática do sistema?

As coordenadas en metros, $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$

(P.A.U. Xuño 07)

Rta.: a) $\vec{E}_D = -2,40 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$; $\vec{E}_F = \vec{0}$; b) $W_{D \rightarrow F} (\text{exterior}) = -W_{D \rightarrow F} (\text{campo}) = 7 \times 10^{-4} \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (0; 0) m

Valor da carga situada no punto B: (1; 0) m.

Cifras significativas: 3

$$Q_A = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$Q_B = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Datos

Valor da carga situada no punto C: $(1/2; \sqrt{3}/2)$ m.

Carga da partícula que se despraza

Punto D

Punto F

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto D

Intensidade do campo electrostático no punto F

Traballo para levar q desde D ata F

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Principio de superposición

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q desde un punto A ata outro punto B

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

Potencial electrostático de varias cargas

Cifras significativas: 3

$$Q_C = 2,00 \mu\text{C} = 2,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q = 1,00 \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$D (1/2; 0) \text{ m}$$

$$F (1/2; 1/(2\sqrt{3})) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$\vec{E}_D$$

$$\vec{E}_F$$

$$W_{D \rightarrow F}$$

$$r_{AB}$$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$V = \sum V_i$$

Solución:

a) A intensidade de campo electrostático debida á carga da no punto D é:

$$\vec{E}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])^2} \vec{i} = 7,20 \times 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga de B no punto D é oposta,

$$\vec{E}_{B \rightarrow D} = -7,20 \times 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga da no punto D é:

$$\vec{E}_{C \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(\sqrt{3}/2 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -2,40 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

polo que a intensidade de campo electrostático no punto D é, polo principio de superposición:

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{C \rightarrow D} = -2,40 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

As distancias dos puntos A, B e C ao punto F valen o mesmo todas.

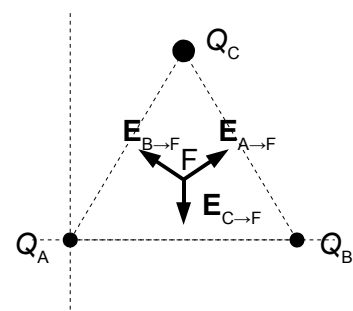
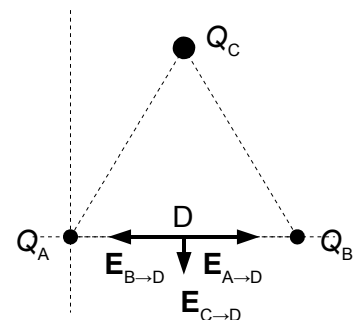
$$r_{BF} = r_{AF} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = 0,577 \text{ m}$$

$$r_{CF} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 0,577 \text{ m}$$

polo que os módulos dos vectores campo creados en F polas cargas (iguais) situadas nos puntos A, B e C son iguais. Ao estar situados simetricamente, a súa resultante é nula.

$$\vec{E}_{A \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])^2} \left(\frac{0,500 \vec{i} + 0,289 \vec{j}}{0,577} \right) = 4,68 \times 10^4 \vec{i} + 2,70 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

Por simetría



$$\vec{E}_{B \rightarrow F} = -4,68 \times 10^4 \vec{i} + 2,70 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{C \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -5,40 \times 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

O campo resultante no punto F, polo principio de superposición é:

$$\vec{E}_F = \vec{E}_{A \rightarrow F} + \vec{E}_{B \rightarrow F} + \vec{E}_{C \rightarrow F} = (4,68 \times 10^4 \vec{i} + 2,70 \times 10^4 \vec{j}) + (-4,68 \times 10^4 \vec{i} + 2,70 \times 10^4 \vec{j}) - 5,40 \times 10^4 \vec{j} = \vec{0}$$

b) Os potenciais no punto D debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow D} = V_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,500 [\text{m}])} = 3,60 \times 10^4 \text{ V}$$

$$V_{C \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(\sqrt{3}/2 [\text{m}])} = 2,08 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto D é:

$$V_D = V_{A \rightarrow D} + V_{B \rightarrow D} + V_{C \rightarrow D} = 2 \cdot 3,60 \times 10^4 [\text{V}] + 2,08 \times 10^4 [\text{V}] = 9,28 \times 10^4 \text{ V}$$

Os potenciais no punto F debidos a cada carga valen:

$$V_{A \rightarrow F} = V_{B \rightarrow F} = V_{C \rightarrow F} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{2,00 \times 10^{-6} [\text{C}]}{(0,577 [\text{m}])} = 3,12 \times 10^4 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto F é:

$$V_F = V_{A \rightarrow F} + V_{B \rightarrow F} + V_{C \rightarrow F} = 3 \cdot 3,12 \times 10^4 [\text{V}] = 9,35 \times 10^4 \text{ V}$$

O traballo que fai a forza do campo é

$$W_{D \rightarrow F} = q (V_D - V_F) = 1,00 \times 10^{-6} [\text{C}] \cdot (9,28 \times 10^4 - 9,35 \times 10^4) [\text{V}] = -7 \times 10^{-4} \text{ J}$$

Análise: Ao restar os dous potenciais tan próximos, pérdense cifras significativas.

Supondo que salga e chegue con velocidade nula, o traballo que hai que facer é:

$$W_{\text{exterior}} = -W_{\text{campo}} = 7 \times 10^{-4} \text{ J}$$

c) Nun campo conservativo, o traballo das forzas do campo é igual e de sentido contrario á variación da enerxía potencial.

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = q (V_A - V_B)$$

Como o traballo das forzas do campo electrostático é negativo, a enerxía potencial do sistema aumenta.

17. Unha carga puntual Q crea un campo electrostático. Ao trasladar outra carga q' desde un punto A ao infinito realízase un traballo de 10 J e si se traslada desde o infinito a B o traballo é de -20 J:

a) Que traballo se realiza para trasladar q' de A a B?

b) Si q' = -2 C, cal é o signo de Q? Que punto está mais próximo de Q, o A ou o B?

(P.A.U. Set. 01)

Rta.: a) $W_{A \rightarrow B \text{ EXT}} = -10 \text{ J}$; b) +; B

Datos

Traballo que se fai cando q' vai de A ó ∞

Traballo que se fai cando q' vai de ∞ a B

Carga que se traslada

Incógnitas

Traballo que se fai cando q' vai de A a B

Signo de Q

Punto (A ou B) máis próximo a Q

Cifras significativas: 2

$$W_{A \rightarrow \infty \text{ EXT}} = 10 \text{ J}$$

$$W_{\infty \rightarrow B \text{ EXT}} = -20 \text{ J}$$

$$q' = -2,0 \text{ C}$$

$$W_{A \rightarrow B \text{ EXT}}$$

Ecuacións

Traballo que fai a forza do campo cando se move unha carga q dende un punto A ata outro punto B

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Solución:

a) Se $\Delta E_c = 0$, o traballo feito por unha forza exterior é:

$$W_{A \rightarrow B \text{ EXT}} = -W_{A \rightarrow B \text{ CAMPO}} = q (V_B - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow \infty \text{ EXT}} = q' (V_\infty - V_A) \Rightarrow 10 \text{ [J]} = -q' V_A$$

$$W_{\infty \rightarrow B \text{ EXT}} = q' (V_B - V_\infty) \Rightarrow -20 \text{ [J]} = q' V_B$$

$$W_{A \rightarrow B \text{ EXT}} = q' (V_B - V_A) = -20 \text{ [J]} - (-10 \text{ [J]}) = -10 \text{ J}$$

$$b) q' V_B = -20 \text{ J} \Rightarrow V_B = -20 \text{ [J]} / -2,0 \text{ [C]} = 10 \text{ V}$$

Se o potencial é positivo, a carga Q tamén o é. $Q > 0$.

$$10 \text{ [J]} = -q' V_A \Rightarrow V_A = 10 \text{ [J]} / 2,0 \text{ [C]} = 5,0 \text{ V}$$

O potencial é inversamente proporcional á distancia, o punto B está máis próximo á carga Q que o A.

$$V_A < V_B \Rightarrow r_A > r_B$$

18. Dadas tres cargas puntuais $q_1 = 10^{-3} \mu\text{C}$ en $(-8, 0) \text{ m}$, $q_2 = -10^{-3} \mu\text{C}$ en $(8, 0) \text{ m}$ e $q_3 = 2 \cdot 10^{-3} \mu\text{C}$ en $(0, 8) \text{ m}$. Calcula:

a) O campo e o potencial eléctricos en $(0, 0)$

b) A enerxía electrostática.

c) Xustifica que o campo electrostático é conservativo.

Datos: $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$; $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Set. 07)

Rta.: a) $\vec{E}_0 = 0,281 \hat{i} - 0,281 \hat{j} \text{ N/C}$; $V_0 = 2,25 \text{ V}$; b) $E = -5,63 \times 10^{-10} \text{ J}$

Datos

Valor da carga situada no punto 1: $(-8,00; 0) \text{ m}$

Valor da carga situada no punto 2: $(+8,00; 0) \text{ m}$

Valor da carga situada no punto 3: $(0; 8,00) \text{ m}$

Punto 4 onde hai que calcular o campo e potencial

Constante eléctrica

Incógnitas

Intensidade do campo electrostático no punto 4

Potencial electrostático no punto 4

Enerxía electrostática

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Intensidade do campo electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Principio de superposición

$$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{Ai}$$

Potencial electrostático nun punto creado por unha carga puntual Q situada a unha distancia r

$$V = K \frac{Q}{r}$$

Potencial electrostático de varias cargas

$$V = \sum V_i$$

Enerxía potencial electrostática dunha interacción entre dúas cargas

$$E_{pi} = q \cdot V = K \frac{Qq}{r}$$

Enerxía potencial electrostática dun conxunto de cargas

$$E_p = \sum E_{pi} = \frac{1}{2} \sum E_{pi}$$

Cifras significativas: 3

$$q_1 = 10^{-3} \mu\text{C} = 1,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_2 = -10^{-3} \mu\text{C} = -1,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_3 = 2 \times 10^{-3} \mu\text{C} = 2,00 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$(0; 0) \text{ m}$$

$$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$\vec{E}_C$$

$$V_C$$

$$E$$

$$r_{AB}$$

Solución:

a) A intensidade de campo electrostático debida á carga de 1 no punto 4 é:

$$\vec{E}_{1 \rightarrow 4} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])^2} \vec{i} = 0,141 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga 2 no punto 4 é a mesma,

$$\vec{E}_{2 \rightarrow 4} = 0,141 \vec{i} \text{ N/C}$$

A intensidade de campo electrostático debida á carga 3 no punto 4 é:

$$\vec{E}_{3 \rightarrow 4} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])^2} (-\vec{j}) = -0,281 \vec{j} \text{ N/C}$$

polo que a intensidade de campo electrostático no punto 4 é, polo principio de superposición:

$$\vec{E}_4 = \vec{E}_{1 \rightarrow 4} + \vec{E}_{2 \rightarrow 4} + \vec{E}_{3 \rightarrow 4} = 0,281 \vec{i} - 0,281 \vec{j} \text{ N/C}$$

cuxo módulo vale:

$$|\vec{E}_4| = \sqrt{(0,281^2 + 0,281^2)} = 0,398 \text{ N/C}$$

Os potenciais no punto (0, 0) debidos a cada carga valen:

O potencial electrostático debido á carga 1:

$$V_{1 \rightarrow 4} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{(8,00 [\text{m}])} = 1,13 \text{ V}$$

O potencial electrostático debido á carga 2 é oposto, xa que a carga 2 vale o mesmo que a carga 1 pero é negativa e atópase á mesma distancia:

$$V_{2 \rightarrow 4} = -1,13 \text{ V}$$

O potencial electrostático debido á carga 3 é o dobre que o da carga 1, xa que a carga 3 vale o dobre e atópase á mesma distancia:

$$V_{3 \rightarrow 4} = 2,25 \text{ V}$$

O potencial electrostático do punto 4 é:

$$V_4 = V_{1 \rightarrow 4} + V_{2 \rightarrow 4} + V_{3 \rightarrow 4} = 1,13 \text{ V} - 1,13 \text{ V} + 2,25 \text{ V} = 2,25 \text{ V}$$

b) A enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_{pi} = K \frac{Qq}{r}$$

e a enerxía total electrostática é a suma das enerxías das tres interaccións: $1 \leftrightarrow 2$; $2 \leftrightarrow 3$ e $1 \leftrightarrow 3$.

$$E_{1 \leftrightarrow 2} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{1,00 \times 10^{-9} [\text{C}] \cdot (-1,00 \times 10^{-9} [\text{C}])}{16,00 [\text{m}]} = -5,63 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{2 \leftrightarrow 3} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{(-1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]) \cdot 2,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{\sqrt{8,00^2 + 8,00^2} [\text{m}]} = -15,9 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$E_{1 \leftrightarrow 3} = 9,00 \times 10^9 [\text{N m}^2 \text{C}^{-2}] \frac{(1,00 \times 10^{-9} [\text{C}]) \cdot 2,00 \times 10^{-9} [\text{C}]}{\sqrt{8,00^2 + 8,00^2} [\text{m}]} = 15,9 \times 10^{-10} \text{ J}$$

$$E = E_{1 \leftrightarrow 2} + E_{2 \leftrightarrow 3} + E_{1 \leftrightarrow 3} = -5,63 \times 10^{-10} \text{ J}$$

c) O campo de forzas electrostático é conservativo porque o traballo que realizan as forzas do campo ao mover unha carga entre dous puntos é independente do camiño seguido e só depende dos puntos inicial e final. Neste caso pódese definir unha función escalar chamada potencial V asociada ao campo de forzas vectorial

de modo que o traballo entre eses puntos é igual a variación da enerxía potencial entre eses dous puntos. Como o potencial electrostático é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -q \Delta V = q (V_A - V_B)$$

19. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A (0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q a A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcula:

a) O valor de Q .

b) A enerxía potencial de cada carga Q .

c) A enerxía posta en xogo para que o triángulo rote 45° arredor dun eixe que pasa por A e é perpendicular ao plano do papel.

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

(P.A.U. Xuño 11)

Rta.: a) $Q = -3,46 \text{ mC}$; b) $E_p = 2,07 \times 10^4 \text{ J}$; c) $\Delta E = 0$

Datos

Valor da carga situada no punto A: (0; 0) m

Lonxitude ao lado do triángulo

Distancia do centro do triángulo a cada vértice

Ángulo virado polo triángulo

Constante eléctrica

Incógnitas

Valor da carga Q que se atopa en cada un dos vértices

Enerxía potencial de cada carga Q

Enerxía necesaria para rotar o triángulo 45° arredor dun eixe perpendicular

Outros símbolos

Distancia entre dous puntos A e B

Ecuacións

Lei de Coulomb: forza entre dúas cargas puntuais Q e q a unha distancia r

Principio de superposición

Enerxía potencial electrostática de dúas cargas puntuais Q e q a unha distancia r

Enerxía potencial electrostática dunha carga puntual Q sometida á acción de varias carga q_i a distancias r_i dela.

Traballo dunha forza $\vec{F}$ constante cando o seu punto de aplicación desprázase $\Delta \vec{r}$

Solución:

a) Faise un debuxo das cargas e de cada un dos vectores forza electrostática de dúas das tres cargas iguais Q e da carga central q sobre a terceira carga Q .

A forza electrostática $\vec{F}_{AD}$ da carga q situada no punto A sobre a carga Q no punto D é, en función da carga Q descoñecida:

$$\vec{F}_{A \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{0,00200 [\text{C}] \cdot Q}{(3,00 [\text{m}])^2} \vec{j} = 2,00 \times 10^6 Q \vec{j} \text{ N}$$

A forza electrostática $\vec{F}_{B \rightarrow D}$ que exerce a carga Q situada no punto B sobre a carga Q no punto D é, en función da carga Q descoñecida:

$$\vec{F}_{B \rightarrow D} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{Q \cdot Q}{(5,20 [\text{m}])^2} (\cos 120^\circ \vec{i} + \sin 120^\circ \vec{j}) = (-167 \vec{i} + 289 \vec{j}) \times 10^6 Q^2 [\text{N}]$$

Por simetría, a forza electrostática $\vec{F}_{C \rightarrow D}$ que exerce a carga Q situada no punto C sobre a carga Q no punto D é,

$$\vec{F}_{C \rightarrow D} = (167 \vec{i} + 289 \vec{j}) \times 10^6 Q^2 [\text{N}]$$

Cifras significativas: 3

$q = 2,00 \text{ mC} = 0,00200 \text{ C}$

$L = 3\sqrt{3} \text{ m} = 5,20 \text{ m}$

$d = 3,00 \text{ m}$

$\theta = 45^\circ$

$K = 9,00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

Q

E_p

ΔE

r_{AB}

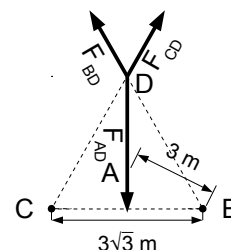
$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$$

$$E_p = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

$$E_{pQ} = \frac{1}{2} \sum K \frac{Q \cdot q_i}{r_i}$$

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$



Aplicando o principio de superposición,

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{A \rightarrow D} + \vec{F}_{B \rightarrow D} + \vec{F}_{C \rightarrow D} = \vec{0}$$

porque a carga en D está en equilibrio. As compoñentes x das forzas se anulan. Para as compoñentes y :

$$(2,00 + 289 Q + 289 Q) Q \times 10^6 = 0$$

$$Q = \frac{-2,00 C}{(2 \cdot 289)} = -0,00346 C = -3,46 \text{ mC}$$

b) A enerxía potencial de cada carga é a suma das enerxías potenciais de todos os pares de carga que lle afecten:

$$E_{PQ} = \sum E_{Pi}$$

$$E_{PD} = E_{PCD} + E_{PBD} + E_{PAD}$$

$$E_{PQ} = 9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \left(2 \frac{(-3,46 \times 10^{-3} [\text{C}])^2}{(5,20 [\text{m}])} + \frac{2 \times 10^{-3} [\text{C}] \cdot (-3,46 \times 10^{-3} [\text{C}])}{(3,00 [\text{m}])} \right) = 2,08 \times 10^4 \text{ J}$$

c) A enerxía potencial da disposición de cargas é a suma das enerxías potenciais de todos os pares de cargas ou, o que é o mesmo, a metade da suma das enerxías potenciais de todas as cargas (porque nesta caso cada interacción cóntase dúas veces)

$$E_{PA} = 3 \cdot \left(9,00 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2 \times 10^{-3} [\text{C}] \cdot (-3,46 \times 10^{-3} [\text{C}])}{(3,00 [\text{m}])} \right) = -6,24 \times 10^4 \text{ J}$$

$$E_{PT} = \frac{1}{2} (E_{PA} + 3 \cdot E_{PQ}) = 0$$

Como ao xirar 45° , as distancias relativas no cambian, a enerxía da nova disposición é a mesma, e a enerxía total requirida é cero.

$$\Delta E = E'_{PT} - E_{PT} = 0$$

● CAMPO MAGNÉTICO

1. Un electrón que se despraza con movemento rectilíneo uniforme a velocidade de $1 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$, penetra nun campo magnético uniforme de $2 \times 10^4 \text{ T}$, perpendicular á traxectoria do electrón. Calcula:

a) A forza que actúa sobre o electrón.

b) O radio da traxectoria que describe.

Datos: carga do $e^- = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

(P.A.U. Xuño 97)

Rta.: a) $\vec{F} = 3,2 \times 10^{-8} \text{ N}$ perpendicular a $\vec{B}$ e á $\vec{v}$; b) $R = 2,85 \times 10^{-9} \text{ m}$

Datos

Valor da velocidade do electrón

Valor da intensidade do campo magnético

Carga do electrón

Ángulo entre a velocidade do electrón e o campo

Masa do electrón

Incógnitas

Forza magnética sobre o electrón

Radio da traxectoria circular

Cifras significativas: 3

$$v = 1,00 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$B = 2,00 \times 10^4 \text{ T}$$

$$q = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\vec{F}_B$$

$$R$$

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ $\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R) $a_N = \frac{v^2}{R}$

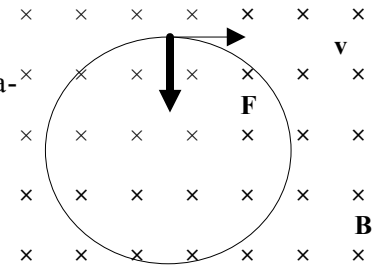
2ª lei de Newton da Dinámica $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Solución:

a) A forza magnética F_B exercida polo campo magnético B sobre a carga q do electrón que se despraza á velocidade v cunha dirección que forma un ángulo ϕ coa do campo magnético é:

$$|\vec{F}_B| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \phi = 1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,00 \times 10^7 [\text{m/s}] \cdot 2,00 \times 10^4 [\text{T}] \sin 90^\circ = 3,20 \times 10^{-8} \text{ N}$$

perpendicular á dirección do campo magnético e tamén á velocidade, e o sentido vén dado pola regra da man esquerda, tendo en conta que a carga é negativa. Na figura, as aspas $\times$ indican un campo magnético que entra no papel.



b) Como só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

O electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m v^2}{F_B} = \frac{9,11 \times 10^{-31} [\text{kg}] \cdot (1,00 \times 10^7 [\text{m/s}])^2}{3,20 \times 10^{-8} [\text{N}]} = 2,85 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Análise: O radio da traxectoria é tan pequeno que non podería observarse nunha fotografía, nin sequera con microscopio. Despois de repasar as operacións, hai que chegar a conclusión de que os datos foron postos ao chou, e non están baseados en aplicacións reais.

2. Un protón con velocidade $\vec{v} = 5 \times 10^6 \hat{i}$ m/s penetra nunha zona onde hai un campo magnético $\vec{B} = 1 \hat{j}$ T.

a) Debuxa a forza que actúa sobre o protón e deduce a ecuación para calcular o radio da órbita.

b) Calcula o número de voltas nun segundo.

c) Varía a enerxía cinética do protón ao entrar nesa zona?

Datos: $m_{\text{protón}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $q_{\text{protón}} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

(P.A.U. Xuño 13)

Rta.: a) $R = \frac{m v}{q B \sin \phi}$; b) Media volta en $3,28 \times 10^{-8} \text{ s}$

Datos

Velocidade do protón

Intensidade do campo magnético

Carga do protón

Masa do protón

Incógnitas

Forza magnética sobre o protón

Radio da traxectoria circular

Número de voltas nun segundo

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ $\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R) $a_N = \frac{v^2}{R}$

2ª lei de Newton da Dinámica $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Cifras significativas: 3

$$\vec{v} = 5,00 \times 10^6 \hat{i} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{B} = 1,00 \hat{j} \text{ T}$$

$$q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\vec{F}_B$$

$$R$$

$$N$$

Solución:

a) A forza magnética $\vec{F}_B$ exercida polo campo magnético $\vec{B}$ sobre a carga q do protón que se despraza á velocidade $\vec{v}$ é:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B}) = 1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] (5,00 \times 10^6 \vec{i} [\text{m/s}] \times 1,00 \vec{j} [\text{T}]) = 8,00 \times 10^{-13} \vec{k} \text{ N}$$

e é perpendicular á dirección do campo magnético e tamén á velocidade, e o sentido vén dado pola regra da man esquerda, tendo en conta que a carga é negativa. Na figura, as cruces $\times$ indican un campo magnético que entra no papel.

Como só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

el protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética

$$|q| B v \sin \phi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \phi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 5,00 \times 10^6 [\text{m/s}]}{1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,00 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 5,22 \times 10^{-2} \text{ m} = 5,22 \text{ cm}$$

Análise: o radio ten un valor aceptable, uns centímetros.

b) Despexando o período

$$T = \frac{2 \pi R}{v} = \frac{2 \pi 5,22 \times 10^{-2} [\text{m}]}{5,00 \times 10^6 [\text{m/s}]} = 6,56 \times 10^{-8} \text{ s}$$

O número de voltas en 1 s sería:

$$N = 1,00 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ volta}}{6,56 \times 10^{-8} [\text{s}]} = 1,52 \times 10^7 \text{ voltas}$$

Análise: Se o protón entra nun campo magnético, sairá del logo de describir media circunferencia, polo que en realidade só daría media volta nun tempo de $T/2 = 3,28 \times 10^{-8} \text{ s}$ e sairía a unha distancia de $2R = 10,4 \text{ cm}$ do punto de entrada no campo.

c) Non. A forza magnética é perpendicular á traxectoria en todos os puntos e, polo tano, non realiza traballo. Se o traballo da forza resultante é nulo, non hai variación da enerxía cinética.

3. Sobre un protón que posúe unha enerxía cinética de $4,5 \times 10^6 \text{ eV}$ actúa en dirección normal á súa traxectoria un campo magnético uniforme de 8 T. Determina:

a) O valor da forza que actúa sobre el.

b) O radio da órbita descrita.

Datos: $m_{\text{protón}} = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$; carga protón = $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

(P.A.U. Set. 98)

Rta.: a) $F = 3,7 \times 10^{-11} \text{ N}$; b) $R = 39 \text{ mm}$

Datos

Enerxía cinética do protón

Valor da intensidade do campo magnético

Cifras significativas: 2

$E_c = 4,5 \times 10^6 \text{ eV} = 7,2 \times 10^{-13} \text{ J}$

$B = 8,0 \text{ T}$

Datos

Carga do protón

Ángulo entre a velocidade do electrón e o campo

Masa do protón

Incógnitas

Forza magnética sobre o protón

Radio da traxectoria circular

EcuaciónsLei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

2ª lei de Newton da Dinámica

Enerxía cinética

Cifras significativas: 2

$$q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\vec{F}_B$$

$$R$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Solución:

a) A velocidade do protón se calcula da enerxía cinética:

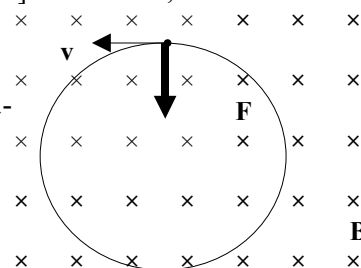
$$7,2 \times 10^{-13} \text{ [J]} = \frac{1}{2} 1,7 \times 10^{-27} \text{ [kg]} v^2$$

$$v = 2,9 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Análise: a velocidade é inferior á décima parte da velocidade da luz no baleiro $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, polo que non é necesario aplicar a cinética relativista.

A forza magnética sobre o protón é:

$$|\vec{F}_B| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \varphi = 1,6 \times 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 2,9 \times 10^7 \text{ [m/s]} \cdot 8,0 \text{ [T]} \sin 90^\circ = 3,7 \times 10^{-11} \text{ N}$$

perpendicular á dirección do campo magnético e tamén á velocidade, e o sentido vén dado pola regra da man esquerda, tendo en conta que a carga é negativa. Na figura, as aspas $\times$ indican un campo magnético que entra no papel.

b) Só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

O protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m v^2}{F_B} = \frac{1,7 \times 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot (2,9 \times 10^7 \text{ [m/s]})^2}{3,7 \times 10^{-11} \text{ [N]}} = 0,039 \text{ m}$$

*Análise: O radio da traxectoria pode observarse nunha fotografía polo que parece un resultado axeitado.***4. Un electrón penetra perpendicularmente nun campo magnético de 2,7 T cunha velocidade de 2 000 km s⁻¹****a) Calcula o radio da órbita que describe.****b) Acha o número de voltas que dá en 0,05 s****Datos:** $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $Q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ **(P.A.U. Xuño 00)****Rta.:** a) $R = 4,2 \times 10^{-6} \text{ m}$; b) $N = 3,8 \times 10^9 \text{ voltas/0,05 s}$ **Datos**

Valor da velocidade do electrón

Valor da intensidade do campo magnético

Cifras significativas: 3

$$v = 2\,000 \text{ km s}^{-1} = 2,00 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

$$B = 2,70 \text{ T}$$

Datos

Carga do electrón

Ángulo entre a velocidade do electrón e o campo

Masa do electrón

Tempo para achar o número de voltas

Incógnitas

Radio da traxectoria circular

Número de voltas que dá en 0,05 s

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón

Período do movemento circular

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

2ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade nun movemento circular uniforme de radio r (M.C.U.)**Cifras significativas: 3**

$$q = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$t = 0,0500 \text{ s}$$

$$R$$

$$N$$

$$F_B$$

$$T$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Solución:

a) Como só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

O electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

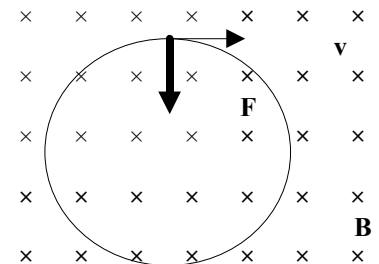
$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{9,10 \times 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 2,00 \times 10^6 [\text{m/s}]}{|-1,60 \times 10^{-19}| [\text{C}] \cdot 2,70 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 4,21 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Análise: O radio da traxectoria é tan pequeno que non podería observarse nunha fotografía. Despois de repasar as operacións, hai que chegar a conclusión de que os datos foron postos ao chou, e non están baseados en aplicacións reais.



b)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi 4,21 \times 10^{-6} [\text{m}]}{2,00 \times 10^6 [\text{m/s}]} = 1,32 \times 10^{-11} \text{ s}$$

O número de voltas en 0,0500 s será:

$$N = 0,0500 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ volta}}{1,32 \times 10^{-11} [\text{s}]} = 3,78 \times 10^9 \text{ voltas}$$

5. Un protón ten unha enerxía cinética de 10^{-15} J . Segue unha traxectoria circular nun campo magnético $B = 2 \text{ T}$. Calcula:

a) O radio da traxectoria.

b) O número de voltas que da nun minuto.

Datos: $m_{\text{protón}} = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $q_{\text{protón}} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ **(P.A.U. Set. 03)****Rta.:** a) $R = 5,7 \text{ mm}$; b) $N = 1,8 \times 10^9 \text{ voltas/min}$ **Datos**

Energía cinética do protón

Valor da intensidade do campo magnético

Carga do protón

Ángulo entre a velocidade do protón e o campo

Masa do protón

Tempo para achar o número de voltas

Incógnitas

Radio da traxectoria circular

Número de voltas que dá en 1 minuto

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o protón

Período do movemento circular

EcuaciónsLei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

2ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade nun movemento circular uniforme de radio r (M.C.U.)**Cifras significativas: 2**

$$E_c = 1,0 \times 10^{-15} \text{ J}$$

$$B = 2,0 \text{ T}$$

$$q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$R$$

$$N$$

$$F_B$$

$$T$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Solución:

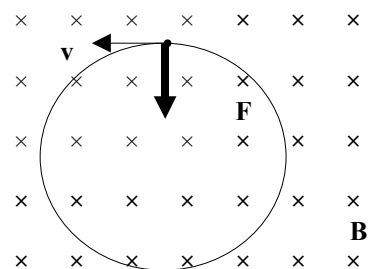
a) A velocidade do protón se calcula da enerxía cinética:

$$1,0 \times 10^{-15} \text{ [J]} = \frac{1}{2} 1,67 \times 10^{-27} \text{ [kg]} v^2$$

$$v = 1,1 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Como só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

O electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ [kg]} \cdot 1,1 \times 10^6 \text{ [m/s]}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 2,0 \text{ [T]} \sin 90^\circ} = 5,7 \times 10^{-3} \text{ m}$$

b)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi 5,7 \times 10^{-3} \text{ [m]}}{1,1 \times 10^6 \text{ [m/s]}} = 3,3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

O número de voltas en 60 s será:

$$N = 60 \text{ [s]} \cdot \frac{1 \text{ volta}}{3,3 \times 10^{-8} \text{ [s]}} = 1,8 \times 10^9 \text{ voltas}$$

6. Un protón acelerado dende o repouso por unha diferenza de potencial de 2×10^6 V adquire unha velocidade no sentido positivo do eixe x, coa que penetra nunha rexión na que existe un campo magnético uniforme $B = 0,2$ T no sentido positivo do eixe Y. Calcula:

a) O radio da órbita descrita (fai un debuxo do problema)

b) O número de voltas que dá en 1 segundo.

Datos: $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $q_p = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

(P.A.U. Set. 02)

Rta.: a) $R = 1$ m; b) $N = 3 \times 10^6$ voltas/s

Datos

Potencial de aceleración

Valor da velocidade inicial do protón

Valor da intensidade do campo magnético

Carga do protón

Ángulo entre a velocidade do protón e o campo

Masa do protón

Tempo para achar o número de voltas

Incógnitas

Radio da traxectoria circular

Número de voltas que dá en 1 s

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o protón

Período do movemento circular

Energía (cinética) do protón

Ecuacións

Traballo do campo eléctrico

Traballo da forza resultante

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

2ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade nun movemento circular uniforme de radio r (M.C.U.)

Cifras significativas: 3

$V = 2,00 \times 10^6$ V

$v_0 = 0$

$B = 0,200$ T

$q = 1,60 \times 10^{-19}$ C

$\varphi = 90^\circ$

$m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg

$t = 1,00$ s

R

N

F_B

T

E_c

$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V$

$W = \Delta E_c$

$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

$a_N = \frac{v^2}{R}$

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$v = \frac{2\pi r}{T}$

Solución:

a) Para calcular a velocidade temos que ter en conta que ao acelerar o protón cunha diferenza de potencial dende o repouso, este adquire unha enerxía cinética que vén dada por:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p \cdot v^2 - \frac{1}{2} m_p \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m_p \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 2,00 \times 10^6 [\text{V}]}{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}]}} = 1,96 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Como só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

O protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 1,96 \times 10^7 [\text{m/s}]}{1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,200 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 1,02 \text{ m}$$

Análise: O valor da velocidade é próximo ao da luz, pero non tanto que haxa que ter en conta a mecánica relativista. O radio é grande dabondo, pero podería ser posible.

b)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,02[\text{m}]}{1,96 \times 10^7 [\text{m/s}]} = 3,27 \times 10^{-7} \text{ s}$$

O número de voltas en 1 s será:

$$N = 1,00 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ volta}}{3,3 \times 10^{-8} [\text{s}]} = 3,05 \times 10^6 \text{ voltas}$$

7. Un protón acelerado por unha diferenza de potencial de 5 000 V penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 0,32 T. Calcula:

a) A velocidade do protón.

b) O radio da órbita que describe e o número de voltas que dá en 1 segundo.

Datos: $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ (Fai un debuxo do problema) **(P.A.U. Xuño 05)**

Rta.: a) $v = 9,79 \times 10^5 \text{ m/s}$ b) $R = 3,2 \text{ cm}$; $N = 4,9 \times 10^6 \text{ voltas/s}$

Datos

Potencial de aceleración

Valor da intensidade do campo magnético

Carga do protón

Ángulo entre a velocidade do protón e o campo magnético

Masa do protón

Tempo para calcular o número de voltas

Incógnitas

Velocidade do protón

Radio da traxectoria circular

Número de voltas que dá en 1 s

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o protón

Período do movemento circular

Energía (cinética) do protón

Ecuacións

Traballo do campo eléctrico

Traballo da forza resultante

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

2ª lei de Newton da Dinámica

Velocidade nun movemento circular uniforme de radio r (M.C.U.)

Cifras significativas: 3

$$V = 5\,000 \text{ V} = 5,00 \times 10^3 \text{ V}$$

$$B = 0,320 \text{ T}$$

$$q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$t = 1,00 \text{ s}$$

$$v$$

$$R$$

$$N$$

$$F_B$$

$$T$$

$$E_c$$

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V$$

$$W = \Delta E_c$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Solución:

a) Para calcula-la velocidade temos que ter en conta que ao accelera-lo protón cunha diferenza de potencial (supomos que dende o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 q \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,00 \times 10^3 [\text{V}]}{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}]}} = 9,79 \times 10^5 \text{ m/s}$$

b) Como só actúa a forza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

O protón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 9,79 \times 10^5 [\text{m/s}]}{1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,320 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 3,19 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,19 \text{ cm}$$

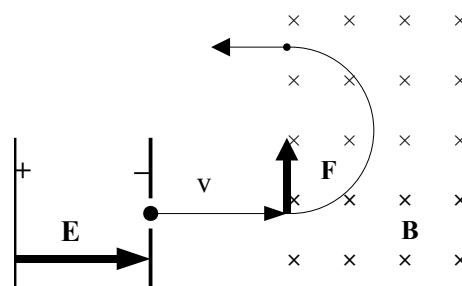
Análise: O radio ten un valor aceptable, uns centímetros.

Despexando o período

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi 3,19 \times 10^{-2} [\text{m}]}{9,79 \times 10^5 [\text{m/s}]} = 2,05 \times 10^{-7} \text{ s}$$

O número de voltas en 1 s será:

$$N = 1,00 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ volta}}{2,05 \times 10^{-7} [\text{s}]} = 4,88 \times 10^6 \text{ voltas}$$



Análise: Se o protón entra nun campo magnético, ao describir media circunferencia sairá del, polo que en realidade só daría media volta (como soa) nun tempo de $T/2 = 1,03 \times 10^{-7} \text{ s}$ e volvería por unha traxectoria paralela á de entrada, cunha separación de $2R = 6,4 \text{ cm}$

8. Unha partícula de carga $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ e de masa $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ penetra cunha velocidade v nunha zona onde hai un campo magnético perpendicular de 5 teslas. A traxectoria é unha órbita circular de radio $1,5 \times 10^{-6} \text{ m}$. Calcula:

- A velocidade da partícula.
- O número de voltas que dá nun minuto.

(P.A.U. Set. 00)

Rta.: a) $v = 0,72 \text{ km/s}$; b) $N = 4,6 \times 10^9 \text{ voltas/min.}$

Datos

Radio da traxectoria circular
Valor da intensidade do campo magnético
Carga da partícula
Ángulo entre a velocidade da partícula e o campo
Masa da partícula
Tempo para achar o número de voltas

Incógnitas

Valor da velocidade da partícula
Número de voltas que dá en 1 minuto

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón
Período do movemento circular

Ecuacións

Energía cinética

Cifras significativas: 3

$R = 1,50 \times 10^{-6} \text{ m}$
 $B = 5,00 \text{ T}$
 $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $\varphi = 90^\circ$
 $m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$
 $t = 1 \text{ min} = 60,0 \text{ s}$

v
 N

F_B
 T

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ $\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R) $a_N = \frac{v^2}{R}$

2ª lei de Newton da Dinámica $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Velocidade nun movemento circular uniforme de radio r (M.C.U.) $v = \frac{2\pi r}{T}$

Solución:

a) Como só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

A partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando a velocidade v

$$v = \frac{q B R \sin \varphi}{m} = \frac{1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,00 [\text{T}] \cdot 1,50 \times 10^{-6} [\text{m}] \sin 90^\circ}{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}]} = 719 \text{ m/s}$$

b)

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,50 \times 10^{-6} [\text{m}]}{719 [\text{m/s}]} = 1,31 \times 10^{-8} \text{ s}$$

O número de voltas en 60,0 s será:

$$N = 60,0 [\text{s}] \cdot \frac{1 \text{ volta}}{1,31 \times 10^{-8} [\text{s}]} = 4,58 \times 10^9 \text{ voltas}$$

9. Un protón penetra nunha zona onde hai un campo magnético de 5 T, cunha velocidade de $1\,000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e dirección perpendicular ao campo. Calcula:

a) O radio da órbita descrita.

b) A intensidade e sentido dun campo eléctrico que ao aplicalo anule o efecto do campo magnético. (Fai un debuxo do problema)

Datos: $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

(P.A.U. Xuño 03)

Rta.: a) $R = 2,09 \text{ }\mu\text{m}$; b) $E = 5 \text{ kV/m}$

Datos

Valor da velocidade inicial do protón.

Valor da intensidade do campo magnético

Carga da partícula

Ángulo entre a velocidade da partícula e o campo

Masa da partícula

Tempo para achar o número de voltas

Incógnitas

Radio da traxectoria circular

Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón

Cifras significativas: 3

$$v_0 = 1,00 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$B = 5,00 \text{ T}$$

$$q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

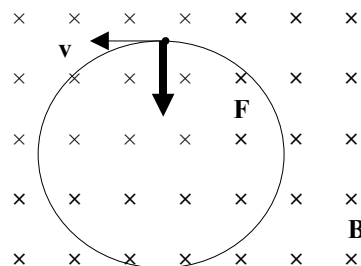
$$m = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60,0 \text{ s}$$

$$R$$

$$\vec{E}$$

$$F_B$$



Outros símbolos

Vector forza eléctrica sobre o protón

F_E

EcuaciónsLei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$

$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

$a_N = \frac{v^2}{R}$

2ª lei de Newton da Dinámica

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

Forza electrostática exercida por un campo electrostático $\vec{E}$

$\vec{F}_E = q_p \vec{E}$

Solución:

a) Só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

A partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{1,67 \times 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 1,00 \times 10^3 [\text{m/s}]}{1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 5,00 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 2,09 \times 10^{-6} \text{ m}$$

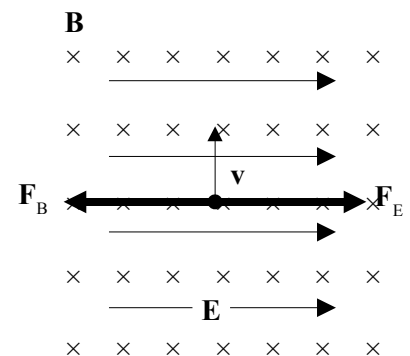
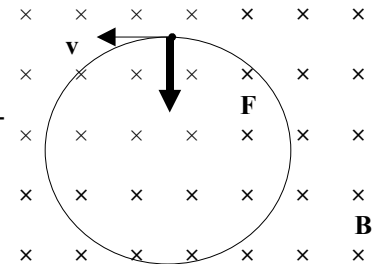
b) Se a forza eléctrica anula a magnética,

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = q_p \vec{E} + q_p (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B})$$

En módulo:

$$E = v B = 1,00 \times 10^3 [\text{m/s}] \cdot 5,00 [\text{T}] = 5,00 \times 10^3 \text{ N/C} = 5,00 \text{ kV/m}$$



10. Unha partícula con carga $0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ móvese con $\vec{v} = 4 \cdot 10^6 \hat{j} \text{ m/s}$ e entra nunha zona onde existe un campo magnético $\vec{B} = 0,5 \hat{i} \text{ T}$. Que campo eléctrico $\vec{E}$ hai que aplicar para que a carga non sufra ningunha desviación?

a) En ausencia de campo eléctrico calcula a masa se o radio da órbita é 10^{-7} m .

b) Razoa se a forza magnética realiza algún traballo sobre a carga cando esta describe unha órbita circular.

(P.A.U. Set. 07)

Rta: a) $\vec{E} = 2,00 \times 10^6 \hat{k} \text{ N/C}$; b) $m = 6,25 \times 10^{-24} \text{ kg}$

Datos

Carga da partícula

Intensidade do campo magnético

Velocidade da partícula

Radio da traxectoria circular

Incógnitas

Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético

Masa da partícula

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón

Vector forza eléctrica sobre o protón

Cifras significativas: 3

$q = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 5,00 \times 10^{-10} \text{ C}$

$\vec{B} = 0,500 \hat{i} \text{ T}$

$\vec{v} = 4,00 \times 10^6 \hat{j} \text{ m/s}$

$R = 1,00 \times 10^{-7} \text{ m}$

$\vec{E}$

m

F_B

F_E

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ $\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2ª lei de Newton da Dinámica

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Forza electrostática exercida por un campo electrostático $\vec{E}$

$$\vec{F}_E = q_p \vec{E}$$

Solución:

a) Se a forza eléctrica anula a magnética,

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = q \vec{E} + q (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(4,00 \times 10^6 \hat{j} [\text{m/s}] \times 0,500 \hat{i} [\text{T}]) = 2,00 \times 10^6 \hat{k} \text{ N/C}$$

b) Como só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

A partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

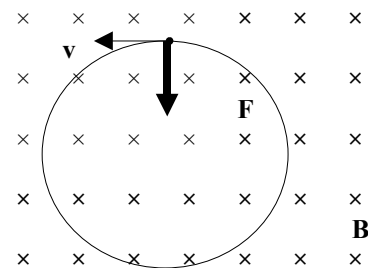
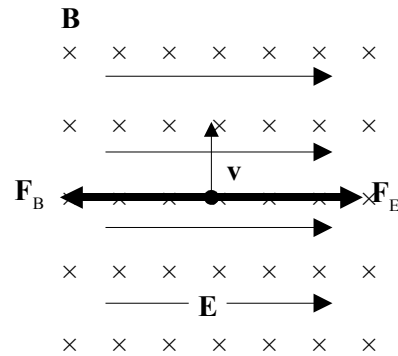
$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético:

$$|q| B v = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando a masa m

$$m = \frac{R q B}{v} = \frac{1,00 \times 10^{-7} [\text{m}] \cdot 5,00 \times 10^{-10} [\text{C}] \cdot 0,500 [\text{T}]}{4,00 \times 10^6 [\text{m/s}]} = 6,25 \times 10^{-24} \text{ kg}$$



Análise: a masa é unhas 7×10^6 veces a masa do electrón. Aínda supoñendo o improbable caso dunha «partícula» constituída por todos os electróns, a súa carga non podería ser superior a $7 \times 10^6 \cdot 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} = 1 \times 10^{-12} \text{ C}$ e xamais podería alcanzar o valor de $0,5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Algo non vai. Como os cálculos parecen estar ben, é de supor que os datos do problema non foron moi meditados.

c) Como a traxectoria é circular, o desprazamento é, en todo momento, perpendicular á forza magnética, polo que o traballo é nulo.

$$W = F \cdot \Delta s \cdot \cos 90 = 0$$

11. Acelérase unha partícula alfa mediante unha diferenza de potencial de 1 kV, penetrando a continuación, perpendicularmente ás liñas de indución, nun campo magnético de 0,2 T. Acha:

- O radio da traxectoria descrita pola partícula.
- O traballo realizado pola forza magnética.
- O módulo, dirección e sentido dun campo eléctrico necesario para que a partícula alfa non experimente desviación algunha ao seu paso pola rexión na que existen os campos eléctrico e magnético.

Datos: $m_\alpha = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $q_\alpha = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$

(P.A.U. Set. 13)

Rta.: a) $R = 3,2 \text{ cm}$; b) $W_B = 0$; c) $|\vec{E}| = 6,2 \times 10^4 \text{ V/m}$

Datos

Carga de la partícula alfa

Diferencia de potencial de aceleración

Masa de la partícula alfa

Cifras significativas: 3

$$q_\alpha = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta V = 1,00 \text{ kV} = 1,00 \times 10^3 \text{ V}$$

$$m_\alpha = 6,68 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Datos

Intensidade do campo magnético

Incógnitas

Radio da traxectoria descrita pola partícula alfa

Traballo realizado pola forza magnética

Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético

Outros símbolos

Vector da forza magnética sobre a partícula alfa

Vector forza eléctrica sobre a partícula alfa

EcuaciónsLei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$ Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)Relación entre o período T dun movemento circular de radio R e a velocidade v

2ª lei de Newton da Dinámica

Forza exercida por un campo electrostático $\vec{E}$ **Cifras significativas: 3**

$$|\vec{B}| = 0,200 \text{ T}$$

$$R$$

$$W_B$$

$$\vec{E}$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

Solución:

a) Para calcular a velocidade da partícula alfa temos que ter en conta que ao acelerar a partícula alfa cunha diferenza de potencial (supoñemos que desde o repouso), leste adquire unha enerxía cinética:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2$$

Se parte do repouso, $v_0 = 0$. A velocidade final é:

$$v = \sqrt{\frac{2|q_\alpha| \Delta V}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |3,20 \times 10^{-19} [\text{C}]| \cdot 1,00 \times 10^3 [\text{V}]}{6,28 \times 10^{-27} [\text{kg}]}} = 3,10 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Se só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

A partícula alfa describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o radio R

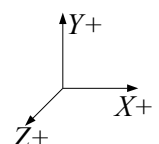
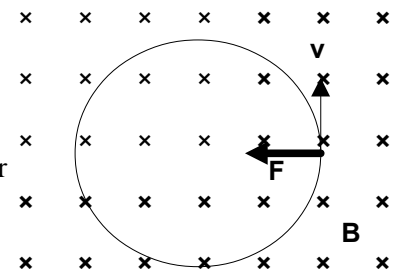
$$R = \frac{m v}{q B \sin \varphi} = \frac{6,28 \times 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 3,10 \times 10^5 [\text{m/s}]}{3,20 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,200 [\text{T}] \sin 90^\circ} = 3,23 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,23 \text{ cm}$$

b) Como a traxectoria é circular, o desprazamento é, en todo momento, perpendicular á forza magnética, polo que o seu traballo é nulo.

$$W_B = F_B \cdot \Delta s \cdot \cos 90 = 0$$

c) Tomando o sistema de referencia como o de figura da dereita, cando só actúa a forza magnética a traxectoria da partícula alfa é unha circunferencia. Na figura anterior debuxouse a partícula alfa movéndose inicialmente no sentido positivo do eixe Y e o campo magnético dirixido no sentido negativo do eixe Z.

Cando actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,



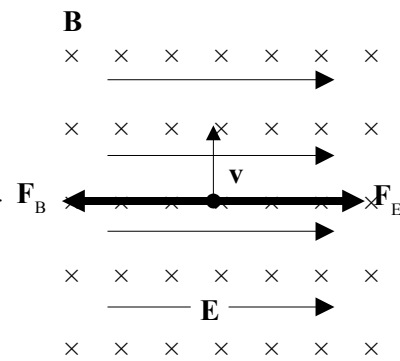
$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = q \vec{E} + q (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

o campo eléctrico debe valer:

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(3,10 \times 10^5 \text{ j} [\text{m/s}] \times 0,200 (-\vec{k}) [\text{T}]) = 6,19 \times 10^4 \text{ i N/C}$$

dirixido no sentido positivo do eixe X.

En calquera sistema de referencia, a dirección do campo eléctrico debe ser perpendicular tanto á dirección do campo magnético como á dirección da velocidade. O sentido do campo eléctrico ten que ser igual que o da forza eléctrica e oposto ao da forza magnética.



12. Un electrón é acelerado por unha diferenza de potencial de 1 000 V, entra nun campo magnético B perpendicular á súa traxectoria, e describe unha órbita circular en $T = 2 \times 10^{-11}$ s. Calcula:

- A velocidade do electrón.
- O campo magnético.
- Que dirección debe ter un campo eléctrico E que aplicado xunto con B permita que a traxectoria sexa rectilínea?

Datos $q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

(P.A.U. Xuño 08)

Rta: a) $v = 1,88 \times 10^7 \text{ m/s}$; b) $B = 1,79 \text{ T}$

Datos

Carga do electrón

Diferencia de potencial de aceleración

Masa do electrón

Período da traxectoria circular

Incógnitas

Velocidade do electrón

Intensidade do campo magnético

Vector campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético

Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre o electrón

Vector forza eléctrica sobre o electrón

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga q que se despraza no interior dun campo magnético $\vec{B}$ cunha velocidade $\vec{v}$

Aceleración normal (nun movemento circular de radio R)

Relación entre o período T dun movemento circular de radio R e velocidade v

2ª lei de Newton da Dinámica

Forza electrostática exercida por un campo electrostático $\vec{E}$

Cifras significativas: 3

$$q_e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta V = 1,00 \times 10^3 \text{ V}$$

$$m_e = 9,10 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$T = 2,00 \times 10^{-11} \text{ s}$$

$$\vec{v}$$

$$\vec{B}$$

$$\vec{E}$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

Solución:

a) Para calcular a velocidade do electrón temos que ter en conta que ao acelerar o electrón cunha diferenza de potencial (supomos que desde o repouso), este adquire unha enerxía cinética:

$$W_{\text{ELECTRICO}} = q \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{2} m_e v_0^2$$

Se parte do repouso, $v_0 = 0 \text{ e}$:

$$v = \sqrt{\frac{2|q|\Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot |-1,60 \times 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,00 \times 10^3 [\text{V}]}{9,10 \times 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1,88 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Análise: A velocidade parece moi elevada, pero non supera a décima da parte da velocidade da luz, e non hai que aplicar correccións relativistas.

b) Se só actúa a forza magnética:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_B$$

O electrón describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N ,

$$F_B = m a = m a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética

$$|q| B v \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despexando o campo magnético B

$$B = \frac{m v}{|q| R \sin \varphi}$$

vemos que é necesario ter o radio da traxectoria circular. Como se coñece o período, calcularase o radio a partir da relación entre o período e o radio dun movemento circular uniforme.

$$R = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{1,88 \times 10^7 [\text{m/s}] \cdot 2,00 \times 10^{-11} [\text{s}]}{2\pi} = 5,97 \times 10^{-5} \text{ m}$$

O campo magnético valerá:

$$B = \frac{m v}{|q| R \sin \varphi} = \frac{9,10 \times 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 1,88 \times 10^7 [\text{m/s}]}{[-1,60 \times 10^{-19} [\text{C}]] \cdot 5,97 \times 10^{-5} [\text{m}] \cdot \sin 90^\circ} = 1,79 \text{ T}$$

c) Se só actúa a forza magnética pódese debuxar a traxectoria do electrón como na figura, na que o electrón móvese no sentido positivo do eixo X e o campo magnético está dirixido no sentido negativo do eixo Z. Se actúa unha forza eléctrica que anula a magnética,

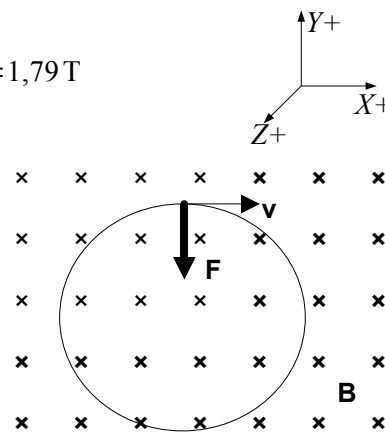
$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = q \vec{E} + q (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0}$$

e o campo eléctrico debe valer:

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(1,88 \times 10^7 \hat{i} [\text{m/s}] \times 1,79 (-\hat{k}) [\text{T}]) = -3,35 \times 10^7 \hat{j} \text{ N/C}$$

dirixido no sentido negativo do eixo Y

Análise: A forza eléctrica estará dirixida na mesma dirección pero en sentido oposto que a forza magnética, ou sexa, en sentido positivo do eixo Y. Pero como o electrón ten carga negativa, o sentido do campo eléctrico é oposto, ou sexa no sentido negativo do eixo Y.



13. Dous condutores rectos, paralelos e longos están situados no plano XY e paralelos ao eixe Y. Un pasa polo punto (10, 0) cm e o outro polo (20, 0) cm. Ambos conducen correntes eléctricas de 5 A no sentido positivo do eixo Y.

a) Explica a expresión utilizada para o cálculo do vector campo magnético creado por un longo condutor rectilíneo con corrente I .

b) Calcula o campo magnético no punto (30, 0) cm.

c) Calcula o campo magnético no punto (15, 0) cm.

Dato: $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} (\text{S.I.})$

(P.A.U. Xuño 09)

Rta: b) $\vec{B}_b = -15 \times 10^{-6} \hat{k} \text{ T}$; c) $\vec{B}_c = \vec{0}$

Datos

Intensidade de corrente por cada condutor

Coordenadas do punto polo que pasa o primeiro condutor

Coordenadas do punto polo que pasa o segundo condutor

Permeabilidade magnética do baleiro

Incógnitas

Campo magnético no punto (30, 0) cm

Campo magnético no punto (15, 0) cm

Cifras significativas: 3

$I_A = 5,00 \text{ A}$

$\vec{r}_A (10,0, 0) \text{ cm} = (0,010, 0) \text{ m}$

$\vec{r}_B (20,0, 0) \text{ cm} = (0,020, 0) \text{ m}$

$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

$\vec{B}_C$

$\vec{B}_D$

Ecuacións

Lei de Biot e Savart: campo magnético $\vec{B}$ creado a unha distancia r por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente I

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

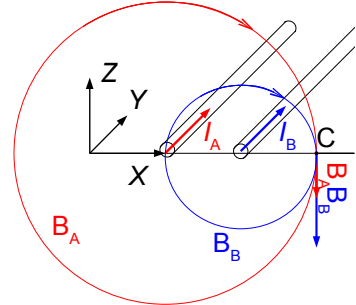
$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Principio de superposición:

Solución:

a) O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente. O valor do campo magnético $\vec{B}$ creado a unha distancia r por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente I vén dado pola expresión:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



b) No diagrama débúxanse os campos magnéticos $\vec{B}_A$ e $\vec{B}_B$ creados por ámbolos condutores no punto C (30, 0) cm.

O campo magnético creado polo condutor A que pasa por (10, 0) cm no punto C (30, 0) cm é:

$$\vec{B}_{A \rightarrow C} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi 0,200 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -5,00 \times 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

O campo magnético creado polo condutor B que pasa por (20, 0) cm no punto C (30, 0) cm é:

$$\vec{B}_{B \rightarrow C} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi 0,100 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -10,0 \times 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

e o campo magnético resultante é a suma vectorial de ambos:

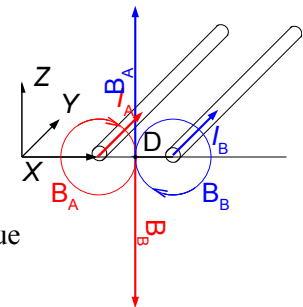
$$\vec{B}_C = \vec{B}_{A \rightarrow C} + \vec{B}_{B \rightarrow C} = -5,00 \times 10^{-6} \vec{k} [\text{T}] + -10,0 \times 10^{-6} \vec{k} [\text{T}] = -15,0 \times 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

c) O campo magnético creado polo condutor A no punto D equidistante de ámbolos condutores é:

$$\vec{B}_{A \rightarrow D} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi r} (-\vec{k}) = \frac{4\pi 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi 0,050 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -2,00 \times 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

O campo magnético creado polo condutor B no punto D equidistante de ámbolos condutores é oposto, de igual magnitude e dirección pero de sentido oposto, polo que a resultante é nula.

$$\vec{B}_D = \vec{0}$$



14. Dous fíos condutores rectos moi longos e paralelos (A e B) con correntes $I_A=5 \text{ A}$ e $I_B=3 \text{ A}$ no mesmo sentido están separados 0,2 m. Calcula:

a) O campo magnético no punto medio entre os dous condutores (D)

b) A forza exercida sobre un terceiro condutor C paralelo aos anteriores, de 0,5 m e con $I_C=2 \text{ A}$ e que pasa por D.

Dato, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ S.I.}$

(P.A.U. Set. 06)

Rta.: a) $B = 4,0 \times 10^{-6} \text{ T}$ b) $F = 4,0 \times 10^{-6} \text{ N}$ cara a A

Datos

Intensidade de corrente polo condutor A

Intensidade de corrente polo condutor B

Distancia entre os condutores

Permeabilidade magnética do baleiro

Intensidade de corrente polo condutor C

Lonxitude do condutor C

Cifras significativas: 3

$I_A = 5,00 \text{ A}$

$I_B = 3,00 \text{ A}$

$d = 0,200 \text{ m}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

$I_C = 2,00 \text{ A}$

$l = 0,500 \text{ m}$

Datos**Incógnitas**

Campo magnético no punto D medio entre os dous condutores
Forza exercida sobre un terceiro condutor C que pasa por D

Cifras significativas: 3

$$\frac{B_D}{F_C}$$

Ecuacións

Lei de Laplace: forza magnética que exerce un campo magnético $\vec{B}$ sobre un tramo l de condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente I $\vec{F}_B = I (\vec{l} \times \vec{B})$

Lei de Biot e Savart: campo magnético $\vec{B}$ creado a unha distancia r por un condutor recto polo que circula unha intensidade de corrente I

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Principio de superposición:

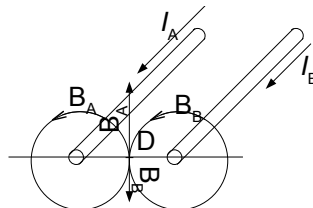
$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

Solución:

a) O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de pechadura de de man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.

No diagrama débúxanse os campos magnéticos $\vec{B}_A$ e $\vec{B}_B$ creados por ámbolos condutores no punto medio D.

O campo magnético creado polo condutor A en o punto D equidistante de ámbolos condutores é:



$$\vec{B}_{A \rightarrow D} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi r} \vec{j} = \frac{4\pi 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 5,00 [\text{A}]}{2\pi 0,100 [\text{m}]} \vec{j} = 1,00 \times 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$$

O campo magnético creado polo condutor B no punto D equidistante de ámbolos condutores é:

$$\vec{B}_{B \rightarrow D} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi r} (-\vec{j}) = -\frac{4\pi 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 3,00 [\text{A}]}{2\pi 0,100 [\text{m}]} \vec{j} = -6,00 \times 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$

e o campo magnético resultante é a suma vectorial de ambos:

$$\vec{B}_D = \vec{B}_{A \rightarrow D} + \vec{B}_{B \rightarrow D} = 1,00 \times 10^{-5} \vec{j} [\text{T}] + -6,00 \times 10^{-6} \vec{j} [\text{T}] = 4,0 \times 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$

b) A forza que se exerce sobre un condutor C situado en D é:

$$\vec{F}_B = I (\vec{l} \times \vec{B}) = 2,00 [\text{A}] (0,500 [\text{m}] \vec{k} \times 4,0 \times 10^{-6} \vec{j} [\text{T}]) = -4,0 \times 10^{-6} \vec{i} \text{ N}$$

cara ao condutor A se o sentido da corrente é o mesmo que o dos outros condutores.

Análise: Os condutores que transportan a corrente no mesmo sentido atráense e en sentido oposto repélen-se. Aínda que vese atraído por ámbolos condutores, o será con maior forza polo que circula maior intensidade, ou sexa o A.

● INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

1. Unha bobina cadrada e plana ($S = 25 \text{ cm}^2$) construída con 5 espiras está no plano XY:

a) Enuncia a lei de Faraday-Lenz.

b) Calcula a f.e.m. media inducida se se aplica un campo magnético en dirección do eixo Z, que varía de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.

c) Calcula a f.e.m. media inducida se o campo permanece constante (0,5 T) e a bobina vira ata colocarse no plano XZ en 0,1 s.

(P.A.U. Xuño 07)

Rta.: b) $\varepsilon_b = 0,038 \text{ V}$; c) $\varepsilon_c = 0,063 \text{ V}$

Datos

Superficie da espira

Número de espiras

Campo magnético inicial

Cifras significativas: 2

$S = 25 \text{ cm}^2 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ / espira

$N = 5$ espiras

$\vec{B}_0 = 0,50 \vec{k} \text{ T}$

Datos

Campo magnético final

Intervalo de tempo

Incógnitas

Forza electromotriz ao diminuír o campo magnético

Forza electromotriz ao virar a bobina 90°

Ecuacións

Lei de Faraday-Lenz

Fluxo magnético elemental

Fluxo magnético dun campo constante a través dun solenoide de N espiras

Cifras significativas: 2

$$\vec{B} = 0,20 \text{ k T}$$

$$\Delta t = 0,10 \text{ s}$$

$$\varepsilon_b$$

$$\varepsilon_c$$

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

Solución:

a) A lei de Faraday - Lenz di que se producirá unha corrente inducida nun circuíto pola variación de fluxo magnético a través del. A forza electromotriz inducida ε é igual á variación instantánea do fluxo magnético Φ que o atravesa.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

A lei de Lenz di que a corrente inducida circulará de maneira que o fluxo magnético producido por ela opoñase á variación de fluxo.

O fluxo magnético elemental $d\Phi$ a través dun elemento de superficie é o produto escalar do vector campo magnético $\vec{B}$ polo vector elemento de superficie $d\vec{S}$ perpendicular á superficie.

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

O fluxo total é a suma de todos os fluxos elementais a través de todas as superficies. Se o campo magnético é constante e perpendicular á superficie

$$\Phi = B \cdot N \cdot S$$

no que N é o número de espiras atravesadas polo campo magnético.

b) O fluxo inicial era:

$$\Phi_0 = B_0 \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0,50 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2,5 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} = 6,3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

e o final

$$\Phi_0 = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 0 = 0,20 \text{ [T]} \cdot 5 \cdot 2,5 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

A forza electromotriz media será:

$$\varepsilon_b = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{2,5 \times 10^{-3} \text{ [Wb]} - 6,3 \times 10^{-3} \text{ [Wb]}}{0,10 \text{ [s]}} = 0,038 \text{ V}$$

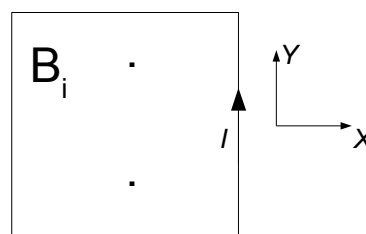
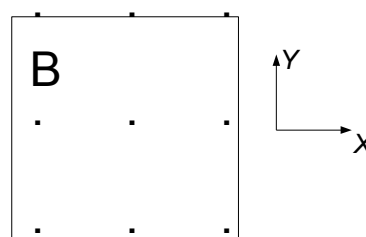
O sentido da corrente oporase á diminución de fluxo saínte (no sentido positivo do eixo Z), polo que producirá un campo magnético saínte (no sentido positivo do eixo Z) e a corrente terá un sentido contrario ao das agullas do reloxo (visto desde un punto no semieixe Z positivo)

c) Se a bobina vira ata colocarse no plano XZ describiría un ángulo de 90° e o vector superficie quedará perpendicular ao campo magnético, polo que o fluxo final será

$$\Phi = B \cdot N \cdot S \cdot \cos 90 = 0$$

e a forza electromotriz media inducida

$$\varepsilon_c = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{0 \text{ [Wb]} - 6,3 \times 10^{-3} \text{ [Wb]}}{0,10 \text{ [s]}} = 0,063 \text{ V}$$



como tamén se produce por unha diminución de fluxo magnético, o sentido da corrente é contrario ao das agullas do reloxo.

♦ CUESTIÓNS

● CAMPO ELECTROSTÁTICO

1. Dispónse de varias cargas eléctricas puntuais. Se nun punto do espazo próximo ás cargas o potencial eléctrico é nulo:
- A) Pode haber campo eléctrico nese punto.
 - B) As liñas do campo córtanse nese punto.
 - C) O campo non é conservativo.

(P.A.U. Xuño 13)

Solución: A

Por exemplo, en calquera punto equidistante de dúas cargas do mesmo valor e distinto signo (dipolo eléctrico).

O potencial electrostático creado por unha carga puntual Q nun punto que está a unha distancia r da carga é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

onde K é a constante electrostática do medio.

Calquera punto que se atope á mesma distancia de ambas cargas, terá un potencial nulo, xa que o potencial nese punto será a suma dos potenciais creados por cada unha das cargas:

$$V = K \frac{Q}{r} + K \frac{-Q}{r} = 0$$

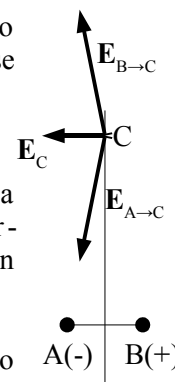
e as cargas son opostas e as distancias iguais.

Pero o campo electrostático no punto non é nulo, pois é a suma vectorial dos vectores campo creados por cada unha das dúas cargas que produce unha resultante que non é nula, como se pode ver na figura.

As outras opcións:

B. Falsa. Unha das propiedades das liñas de campo é que non se cortan en ningún punto, xa que o campo en cada punto é único en valor e dirección. As liñas de campo débúxanse de forma que o vector campo é tanxente a elas en cada punto. Si dúas liñas se cortasen existirían dous vectores campo tanxentes a cada liña nese punto, o que vai en contra da definición.

C. Falsa. O campo electrostático é un campo conservativo. O traballo da forza do campo cando unha carga de proba móvese entre dous puntos non depende do camiño. (Doutro xeito, a circulación do vector campo ao longo dunha liña pechada é nulo).



2. Se o fluxo do campo eléctrico a través dunha superficie gaussiana que rodea a unha esfera condutora cargada e en equilibrio electrostático é Q / ϵ_0 , o campo eléctrico no exterior da esfera é:
- A) Cero.
 - B) $Q / 4 \pi \epsilon_0 r^2$
 - C) Q / ϵ_0

(P.A.U. Set. 05)

Solución: B

Como o fluxo elemental $d\Phi$ do vector campo eléctrico $\vec{E}$ que atravesa unha superficie elemental dS , que se pode representar polo vector $d\vec{S}$ perpendicular a ela dirixido cara ao exterior, é

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

o produto escalar de ámbolos vectores. O fluxo total a través dunha superficie pechada é:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

A unha distancia r do centro da esfera o vector campo eléctrico $\vec{E}$ ten dirección radial e é paralelo ao vector superficie que represente calquera superficie elemental na superficie da esfera.

En tódolos puntos dunha esfera imaxinaria de radio r o valor de campo eléctrico é o mesmo porque todos distan o mesmo do centro da esfera.

O fluxo do vector campo eléctrico $\vec{E}$ que atravesa esa esfera imaxinaria é:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S |\vec{E}| \cdot |d\vec{S}| \cos 0 = \oint_S E \cdot dS = E \oint_S dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2$$

Como o fluxo total vén dado polo teorema de Gauss:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

igualando as expresións anteriores, queda

$$E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

e despexando o módulo E do campo eléctrico

$$E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

3. O potencial e a intensidade de campo eléctrico dunha esfera condutora de radio a e carga Q son, respectivamente:

- A) Nulo e constante no interior da esfera.**
- B) Constante no exterior e nulo no interior.**
- C) Constante e nulo no interior da esfera.**

(P.A.U. Set. 99)

Solución: C

A intensidade $\vec{E}$ de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nulo. (Se non fose así, as cargas moveríanse por mor do campo).

Como a diferenza de potencial entre dous puntos $V_A - V_B$ é:

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_A - V_B = 0$$

ou sexa, o potencial será constante.

$$V_A = V_B$$

4. Nunha esfera condutora cargada e en equilibrio electrostático cúmprese que:

- A) O potencial eléctrico no interior é constante.**
- B) O campo interior é función da distancia ao centro.**
- C) A carga eléctrica distribúese uniformemente por todo o volume.**

(P.A.U. Xuño 03)

Solución: A. Véxase a cuestión de [Set. 99](#)

5. No interior dun condutor esférico cargado i en equilibrio electrostático cúmprese:
 A) O potencial e o campo aumentan dende o centro ata a superficie da esfera.
 B) O potencial é nulo e o campo constante.
 C) O potencial é constante e o campo nulo.

(P.A.U. Xuño 05)

Solución: C. Véxase a cuestión de [Set. 99](#)

6. Se unha carga de $1\ \mu\text{C}$ se move entre dous puntos da superficie dun condutor separados $1\ \text{m}$ (cargado e en equilibrio electrostático), cal é a variación de enerxía potencial que experimenta esta carga?:

- A) $9\ \text{kJ}$
 B) Depende do potencial do condutor.
 C) Cero.

$$K = 9 \times 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2};\ 1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\ \text{C}$$

(P.A.U. Set. 08)

Solución: C

Todos os puntos dun condutor cargado en equilibrio están ao mesmo potencial.

Se non o estivesen, as cargas positivas desprazaríanse en cara a os potenciais decrecentes e xa non estaría en equilibrio.

Como o potencial V dun punto é a enerxía potencial E_p da unidade de carga situada nese punto:

$$\Delta E_p = q \Delta V = 0$$

7. Dúas esferas de radio R con cargas $+Q$ e $-Q$, teñen os seus centros separados unha distancia d . A unha distancia $d/2$ (sendo $d/2 \gg R$); cúmprese:

- A) O potencial é cero e o campo electrostático $4 k Q d^2$
 B) O potencial é cero e o campo electrostático $8 k Q d^2$
 C) O potencial é $4 k Q d^{-1}$ e o campo cero.

(P.A.U. Xuño 12)

Solución: B

Si $d/2 \gg R$, as esferas poden considerarse como cargas puntuais.

O potencial nun punto debido a dúas cargas puntuais é a suma alxébrica dos potenciais que cada carga crea nese punto sen ser afectada pola presenza da outra.

O potencial V electrostático nun punto creado por unha carga Q puntual (ou esférica) situada a unha distancia R é:

$$V = K \frac{Q}{R}$$

onde K é a constante electrostática.

Xa que logo o potencial electrostático no punto medio creado por ambas cargas é cero:

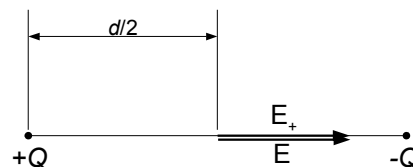
$$V = V_+ + V_- = K \frac{+Q}{d/2} + K \frac{-Q}{d/2} = 0$$

Polo principio de superposición, a intensidade do campo electrostático nun punto creado por un conxunto de cargas puntuais é a suma vectorial das intensidades de campo electrostático debidas a cada unha delas coma se o resto das cargas non estivese presente.

A expresión da intensidade $\vec{E}$ do campo electrostático creado por unha carga Q puntual nun punto a unha distancia r

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

sendo $\vec{u}_r$ o vector unitario na dirección do punto tomando como orixe a carga.



Polo principio de superposición

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = K \frac{+Q}{(d/2)^2} \vec{i} + K \frac{-Q}{(d/2)^2} (-\vec{i}) = 2 \left(4 K \frac{Q}{d^2} \right) \vec{i} = 8 K \frac{Q}{d^2} \vec{i}$$

$$|\vec{E}| = 8 K \frac{Q}{d^2}$$

8. Dadas dúas esferas condutoras cargadas e de diferente raio, con cargas Q_A e Q_B , se se poñen en contacto:

- a) Iguálanse as cargas nas dúas esferas.
- b) Iguálanse os potenciais das esferas.
- c) Non ocorre nada.

(P.A.U. Set. 09)

Solución: B

Cando dúas esferas condutoras cargadas pónense en contacto eléctrico as cargas desprázanse desde a esfera que ten maior potencial cara á do menor potencial ata que os seus potenciais fanse iguais. As cargas eléctricas positivas desprázanse sempre no sentido dos potenciais decrecentes. Supondo que o sistema de dúas esferas está illado do exterior, a carga eléctrica deberá conservarse. Polo tanto poderíase calcular a carga final q' de cada esfera resolvendo o sistema de ecuacións:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$

$$V'_1 = K \frac{q'_1}{R_1} = K \frac{q'_2}{R_2} = V'_2$$

● CAMPO MAGNÉTICO

1. Un campo magnético constante $\vec{B}$ exerce unha forza sobre unha carga eléctrica:

- A) Se a carga está en repouso.
- B) Se a carga se move perpendicularmente a $\vec{B}$.
- C) Se a carga se move paralelamente a $\vec{B}$.

(P.A.U. Set. 12)

Solución: B

A forza $\vec{F}$ sobre unha carga eléctrica q en movemento réxese pola lei de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

na que $\vec{v}$ é a velocidade da carga e $\vec{B}$ a indución magnética (intensidade do campo magnético). O módulo do produto vectorial dos vectores velocidade e indución magnética é

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \varphi$$

onde φ é o ángulo que forman eses vectores. Se fosen perpendiculares, $\sin \varphi = 1$

As outras opcións.

A. Falsa. Se está en repouso, a velocidade é nula e o produto vectorial tamén.

C. Falsa. Se son paralelos, o $\sin \varphi = 0$ e o produto vectorial é nulo. Non hai forza.

2. Analiza cal das seguintes afirmacións referentes a unha partícula cargada é verdadeira e xustifícala por que:
- A) Se se move nun campo magnético uniforme, aumenta a súa velocidade cando se despraza na dirección das liñas do campo.
- B) Pode moverse nunha rexión na que existe un campo magnético e un campo eléctrico sen experimentar ningunha forza.
- C) O traballo que realiza o campo eléctrico para desprazar esa partícula depende do camiño seguido.

(P.A.U. Set. 11)

Solución: B

A forza $\vec{F}$ sobre unha carga eléctrica q en movemento réxese pola lei de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \vec{E}$$

na que $\vec{v}$ é a velocidade da carga, $\vec{B}$ a indución magnética (intensidade do campo magnético) e $\vec{E}$ a intensidade do campo electrostático.

Mentres que a dirección da forza eléctrica é paralela ao campo electrostático, a dirección da forza magnética é perpendicular ao campo magnético.

A partícula pode non experimentar ningunha forza se hai un campo magnético e un campo electrostático perpendiculares á dirección de movemento da partícula e perpendiculares entre si, de modo que

$$q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \vec{E} = \vec{0}$$

ou sexa

$$|\vec{v}| |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

3. Obsérvase un chorro de electróns que atravesa unha rexión do espazo sen desviarse.
- A) Non poden existir campos eléctricos.
- B) Non poden existir campos magnéticos.
- C) Poden existir campos eléctricos e magnéticos.

(P.A.U. Set. 96)

Solución: C

A forza $\vec{F}$ sobre unha carga eléctrica q en movemento vén dada pola lei de Lorentz

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \vec{E}$$

na que $\vec{v}$ é a velocidade da carga, $\vec{B}$ a indución magnética (intensidade do campo magnético) e $\vec{E}$ a intensidade do campo electrostático.

Mentres que a dirección da forza eléctrica é paralela ao campo electrostático, a dirección da forza magnética é perpendicular ao campo magnético.

(Se a dirección do campo magnético é paralela á da velocidade non haberá forza magnética).

Se os electróns non se desvían pode ser porque:

- Non hai campos nin electrostáticos nin magnéticos.
- Só hai un campo electrostático paralelo á dirección de movemento dos electróns. Os electróns aceleraríanse ou frearíanse, pero non se desviarían.
- Só hai un campo magnético paralelo á dirección de movemento dos electróns. A forza resultante será nula, xa que o produto vectorial de $\vec{v} \times \vec{B}$ será o vector nulo $\vec{0}$.
- hai un campo magnético e un campo electrostático paralelos á dirección de movemento dos electróns.
- hai un campo magnético e un campo electrostático perpendiculares á dirección de movemento dos electróns e perpendiculares entre si, de xeito que $q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \vec{E} = \vec{0}$, ou sexa

$$|\vec{v}| |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

Se a dirección da velocidade é a do sentido positivo do eixo X , $\vec{v} = v \vec{i}$, a do campo magnético é a do sentido positivo do eixo Y , $\vec{B} = B \vec{j}$ e do campo electrostático é a do sentido negativo do eixo Z , $\vec{E} = -E \vec{k}$, e se cumpre a condición de que $vB = E$, entón

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \vec{E} = q (v \vec{i} \times B \vec{j}) + q (-E \vec{k}) = q (vB \vec{k} - E \vec{k}) = q (E \vec{k} - E \vec{k}) = \vec{0}$$

Este principio cumprese no selector de velocidades previo ao selector de masas do espectrógrafo de masas.

4. Unha partícula cargada atravesa un campo magnético B con velocidade v . A continuación, fai o mesmo outra partícula coa mesma v , dobre masa e triplo carga, e en ámbolos dous casos a traxectoria é idéntica. Xustifica cal é a resposta correcta:

A) Non é posible.

B) Só é posible se a partícula inicial é un electrón.

C) É posible nunha orientación determinada.

(P.A.U. Xuño 11)

Solución: C

Un campo magnético B exerce sobre una partícula de masa m e carga q que o atravesa cunha velocidade v , unha forza F que pode calcularse pola expresión de Lorentz.

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F = |q| v \cdot B \sin \alpha$$

Como a forza F é sempre perpendicular á velocidade, a partícula ten unha aceleración centrípeta que só cambia a dirección da velocidade,

$$F = m \cdot a_N = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

polo que a traxectoria é unha circunferencia de radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| B \sin \alpha}$$

Coa mesma velocidade v e o mesmo campo magnético B , o dobre de masa e o triplo de carga, o radio non podería dar o mesmo resultado que a primeira vez a no ser que o ángulo α entre o vector velocidade e o vector campo magnético fose distinto, pero nese caso a traxectoria non sería a mesma.

Pero existe unha posibilidade. Se o vector velocidade e o vector campo magnético fosen paralelos ($\alpha = 0$), non habería forza sobre a partícula e seguiría unha traxectoria rectilínea en ámbolos dous casos.

5. Unha partícula cargada e con velocidade u , introdúcese nunha rexión do espazo onde hai un campo eléctrico e un campo magnético constantes. Se a partícula se move con movemento rectilíneo uniforme débese a que os dous campos:

A) Son da mesma dirección e sentido.

B) Son da mesma dirección e sentido contrario.

C) Son perpendiculares entre si.

(P.A.U. Set. 09)

Solución: C

A forza $\vec{F}$ sobre unha carga eléctrica q en movemento segue a lei de Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B}) + q \vec{E}$$

na que $\vec{u}$ é a velocidade da carga, $\vec{B}$ a indución magnética (intensidade do campo magnético) e $\vec{E}$ a intensidade do campo electrostático.

Mentres que a dirección da forza do campo electrostático é paralela a el, a do campo magnético é perpendicular, sempre que a dirección do campo non sexa paralela á da velocidade.

Se a partícula cargada non se desvía pode ser porque:

- hai un campo magnético e un campo electrostático paralelos á dirección de movemento das partículas.

- hai un campo magnético e un campo electrostático perpendiculares á dirección de movemento das partículas e perpendiculares entre si, de xeito que $q(\vec{u} \times \vec{B}) + q \vec{E} = \vec{0}$, ou sexa

$$|\vec{u}| |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

Se a dirección da velocidade é a do sentido positivo do eixo X , $\vec{u} = u \vec{i}$, a do campo magnético é a do sentido positivo do eixo Y , $\vec{B} = B \vec{j}$ e a do campo electrostático é a do sentido negativo do eixo Z , $\vec{E} = -E \vec{k}$, e se cumpre que $u B = E$, entón

$$\vec{F} = q (\vec{u} \times \vec{B}) + q \vec{E} = q (u \vec{i} \times B \vec{j}) + q (-E \vec{k}) = q (u B \vec{k} - E \vec{k}) = q (E \vec{k} - E \vec{k}) = \vec{0}$$

Este principio aplícase no selector de velocidades do espectrógrafo de masas.

6. Unha partícula con carga eléctrica móvese no seno dun campo magnético uniforme, de dirección perpendicular á velocidade da partícula. A traxectoria que describe a partícula é:

- A) Recta.
B) Circular.
C) Non hai bastantes datos para predicir a traxectoria.

(P.A.U. Xuño 97)

Solución: B

A lei de Lorentz di que cando unha partícula de carga q entra nun campo magnético de intensidade $\vec{B}$, cunha velocidade $\vec{v}$, a forza $\vec{F}_B$ que exerce o campo magnético sobre a partícula vén dada polo produto vectorial:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

O vector $\vec{F}_B$ será sempre perpendicular á velocidade $\vec{v}$. Sendo a única forza (o peso soe ser desprezable), será a forza resultante, e, pola segunda lei de Newton, a aceleración

$$\vec{a} = \vec{F}_{\text{RESULTANTE}} / m$$

será tamén perpendicular á velocidade, ou sexa, será unha aceleración normal.

$$|\vec{a}| = |\vec{a}_N| = v^2 / R$$

no que v é o módulo da velocidade e R o radio de curvatura da traxectoria.

Como a aceleración é normal non existe aceleración tanxencial e o módulo da velocidade será constante.

$$|\vec{v}| = v = \text{cte.}$$

Como o campo magnético $\vec{B}$ tamén é constante, o módulo da forza magnética $|\vec{F}_B|$ será constante,

$$|\vec{F}_B| = q |\vec{v}| |\vec{B}| \sin(\pi/2) = \text{cte.}$$

e tamén será constante a aceleración normal

$$|\vec{a}_N| = v^2 / R = \text{cte.}$$

Polo tanto o radio da traxectoria será constante. Ou sexa, a traxectoria será circular

7. Un positrón de carga $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, entra nun campo magnético $\vec{B} = 0,1 \vec{j} \text{ T}$. Se a velocidade do positrón é $\vec{v} = 10^5 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$, a forza que sofre, en Newton, é:

- A) $1,6 \times 10^{-15} \vec{i}$
B) $1,6 \times 10^{-15} \vec{j}$
C) $1,6 \times 10^{-15} \vec{k}$

(P.A.U. Set. 97)

Solución: C

A lei de Lorentz di que cando unha partícula de carga q entra nun campo magnético de intensidade $\vec{B}$, cunha velocidade $\vec{v}$, a forza $\vec{F}_B$ que exerce o campo magnético sobre a partícula vén dada polo produto vectorial:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Substituíndo os datos

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B}) = 1,6 \times 10^{-19} [\text{C}] (10^5 \vec{i} [\text{m s}^{-1}] \times 0,1 \vec{j} [\text{T}]) = 1,6 \times 10^{-15} \vec{k} [\text{N}]$$

8. Un electrón e un protón describen órbitas circulares nun mesmo campo B uniforme e coa mesma enerxía cinética:

- A) A velocidade do protón é maior.
 B) O radio da órbita do protón é maior.
 C) Os períodos de rotación son os mesmos.

Dato: $m_p \gg m_e$

(P.A.U. Xuño 03)

Solución: B

Se teñen a mesma enerxía, a relación entre as velocidades e as masas é:

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_e v_e^2$$

$$v_p = v_e \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \ll v_e$$

polo que a primeira opción non é correcta

Por mor da forza magnética, que é en todo momento, perpendicular á velocidade, aparece unha aceleración normal que provoca un movemento circular uniforme. Pola 2ª Lei de Newton:

$$|\vec{F}| = m |\vec{a}_N| = m |\vec{v}|^2 / R = m v^2 / R$$

Segundo a lei de Lorentz, a forza magnética $\vec{F}$ é igual ao produto vectorial da velocidade $\vec{v}$ da partícula pola intensidade $\vec{B}$ do campo magnético (indución magnética) pola carga q da partícula.

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow |\vec{F}| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \varphi = q v B \sin \varphi$$

Igualando as dúas expresións,

$$q B \sin \varphi = m v / R$$

Despexando o radio R ,

$$R = m v / (q B \sin \varphi)$$

Pódese relacionar o momento lineal “ $m v$ ” coa enerxía cinética, a partir de:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{(m v)^2}{2 m}$$

$$m_p v_p = \sqrt{2 m_p E} > \sqrt{2 m_e E} = m_e v_e$$

Se teñen a mesma enerxía E , o protón terá maior momento lineal, e, polo tanto, maior radio, pois a carga do protón é igual que a do electrón, e o campo magnético B e o ángulo φ son os mesmos.

$$R_p = \frac{m_p v_p}{q B \sin \varphi} > \frac{m_e v_e}{q B \sin \varphi} = R_e$$

9. Un cable recto de lonxitude ℓ e corrente i está colocado nun campo magnético uniforme B formando con el un ángulo θ . O módulo da forza exercida sobre dito cable é:

- A) $i \ell B \operatorname{tg} \theta$
 B) $i \ell B \sin \theta$
 C) $i \ell B \cos \theta$

(P.A.U. Set. 05)

Solución: B

A 2ª lei de Laplace di que a forza $\vec{F}$ exercida por un campo magnético B uniforme sobre un cable recto de lonxitude l polo que pasa unha corrente i vén dado polo produto vectorial do vector $\vec{l}$ polo vector $\vec{B}$ campo magnético multiplicado pola intensidade i que atravesa o condutor.

$$\vec{F} = i (\vec{l} \times \vec{B})$$

O produto vectorial de dous vectores $\vec{I}$ e $\vec{B}$ é outro vector o módulo do cal vale o produto dos módulos polo seno do ángulo que forman cando coinciden os súas orixes.

$$|\vec{F}| = i |\vec{I}| |\vec{B}| \sin \theta$$

que se puiden escribir tamén como:

$$F = i l B \sin \theta$$

10. Un fío recto e condutor de lonxitude ℓ e corrente I , situado nun campo magnético B , sofre unha forza de módulo $I \cdot \ell \cdot B$:

- A) Se I e B son paralelos e do mesmo sentido.
- B) Se I e B son paralelos e de sentido contrario.
- C) Se I e B son perpendiculares.

(P.A.U. Set. 08)

Solución: C

A 2ª lei de Laplace di que a forza $\vec{F}$ exercida por un campo magnético B uniforme sobre un cable recto de lonxitude l polo que pasa unha corrente i vén dado polo produto vectorial do vector $\vec{I}$ polo vector campo $\vec{B}$ magnético multiplicado pola intensidade i que atravesa o condutor.

$$\vec{F} = i (\vec{I} \times \vec{B})$$

O produto vectorial de dous vectores $\vec{I}$ e $\vec{B}$ é outro vector cuxo módulo vale o produto dos módulos polo seo do ángulo que forman cando coinciden as súas orixes.

$$|\vec{F}| = i |\vec{I}| |\vec{B}| \sin \theta$$

que se puiden escribir tamén como:

$$F = i l B \sin \theta$$

Cando o cable é perpendicular ao campo magnético, $\sin \theta = 1$, e

$$F = i l B$$

11. As liñas de forza do campo magnético son:

- A) Sempre pechadas.
- B) Abertas ou cerradas dependendo do imán ou bobina.
- C) Abertas coma as do campo eléctrico.

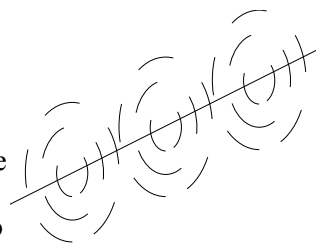
(P.A.U. Set. 13, Xuño 98)

Solución: A

Se o campo magnético é producido por un imán, un solenoide ou unha espira, as fontes do campo magnético son os polos N do elemento mentres que os sumidoiros son os polos S. Pero como ámbolos polos son inseparables, as liñas de campo son cerradas.

(Se partimos un imán en dous, cada parte segue tendo ámbolos dous polos. Non se poden conseguir por división monopolos magnéticos)

Se o campo é producido por unha corrente rectilínea indefinida, as liñas de campo son circunferencias concéntricas arredor do fío.



12. As liñas do campo magnético B creado por unha bobina ideal:

- A) Nacen na cara norte e morren na cara sur da bobina.
- B) Son liñas cerradas sobre si mesmas que atravesan a sección da bobina.
- C) Son liñas cerradas arredor da bobina e que nunca a atravesan.

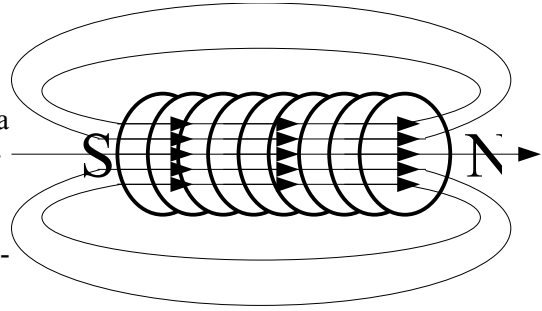
(P.A.U. Xuño 06)

Solución: B

As liñas de campo magnético son liñas pechadas.

Nunha bobina recta as liñas son pechadas, que no exterior saen do polo (ou cara) norte e entran polo polo sur, de forma análoga ás dun imán rectangular, percorrendo o interior da bobina (desde o polo sur cara ao polo norte).

Nunha bobina toroidal as liñas son pechadas, encerradas no interior da bobina, e no exterior dela non hai liñas de campo magnético. Neste caso non existen polos norte nin sur.



13. O campo magnético creado por un fío infinito e recto con corrente de I A nun punto á distancia de r m do fío:

- A) Depende da inversa do cadrado da distancia.
- B) Ten a dirección de liñas circulares arredor do fío.
- C) Depende do cadrado da intensidade de corrente.

(P.A.U. Xuño 00)

Solución: B

No campo producido por unha corrente rectilínea indefinida, as liñas de campo son circunferencias concéntricas arredor do fío.

As outras respostas.

A e C. Son falsa. Segundo o teorema de Ampère, que di que a circulación do campo magnético $\vec{B}$ arredor dunha liña cerrada e proporcional á suma alxébrica das intensidades I de corrente eléctrica envolvidas pola liña

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

Calculando a circulación do campo magnético a unha liña circular coincidente con ela, de radio r , arredor dun fío infinito polo que pasa unha corrente I , queda

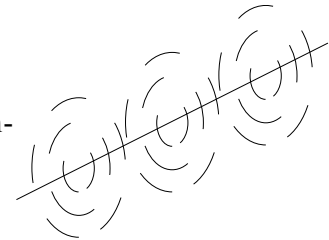
$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint B dl \cos 0 = \oint B dl = B \oint dl = B 2\pi r$$

Aplicando o teorema de Ampère

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \mu_0 I / 2\pi r$$

O campo magnético nun punto que dista r dun fío indefinido polo que circula unha intensidade de corrente I , é directamente proporcional á corrente I e inversamente proporcional á distancia r dende o punto ao fío



14. Dous fíos paralelos moi longos con correntes eléctricas I e I' estacionarias e (P.A.U. Set. 97) de sentidos contrarios situados á distancia r : (Xuño 06) do mesmo sentido:

- A) Atráense entre si.
- B) Repélense entre si.
- C) Non interaccionan.

(P.A.U. Set. 97, Xuño 06)

Solución: B

A dirección do campo magnético $\vec{B}$ creado por unha intensidade I de corrente que circula por un condutor rectilíneo indefinido é circular ao redor do fío e o seu valor nun punto a unha distancia d do fío vén dada pola lei de Biot-Savart:

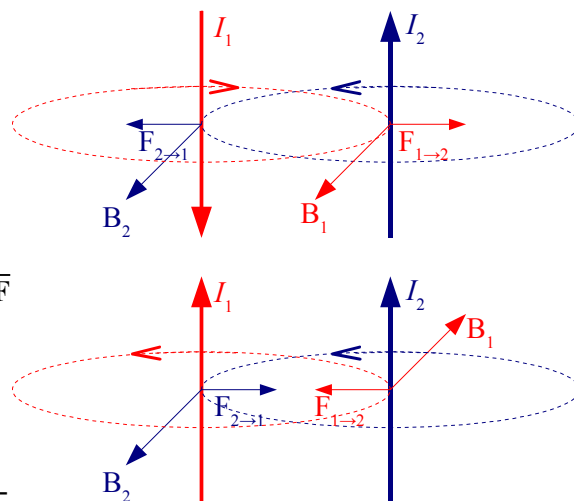
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

O sentido do campo magnético vén dado pola regra da man dereita (o sentido do campo magnético é o da pechadura da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente eléctrica).

A 2ª lei de Laplace dá o valor, dirección e sentido da forza $\vec{F}$ debida a un campo magnético $\vec{B}$ sobre un tramo $\vec{I}$ recto de corrente polo que circula unha intensidade I de corrente eléctrica.

$$\vec{F} = I (\vec{I} \times \vec{B})$$

Ao ser un produto vectorial, a dirección da forza é perpendicular ao tramo $\vec{I}$ de corrente e tamén perpendicular ao vector campo magnético $\vec{B}$. O sentido vén dado por outra regra da man dereita (ao pechar a man desde o primeiro vector $\vec{I}$ cara ao segundo $\vec{B}$, o sentido da forza $\vec{F}$ é o do dedo polgar). Se as correntes son de sentidos opostos (Set. 97) os fíos se repelen. Se as correntes son do mesmo sentido (Xuño 06) os fíos atraense.



15. Dispónse dun fío infinito recto e con corrente eléctrica I . Unha carga eléctrica $+q$ próxima ao fío movéndose paralelamente a el e no mesmo sentido que a corrente:

- A) Será atraída.
- B) Será repelida.
- C) Non experimentará ningunha forza.

(P.A.U. Xuño 04)

Solución: A

A partir da aplicación da lei de Lorentz que da a forza $\vec{F}$ exercida por un campo magnético sobre una carga q que se move con unha velocidade v :

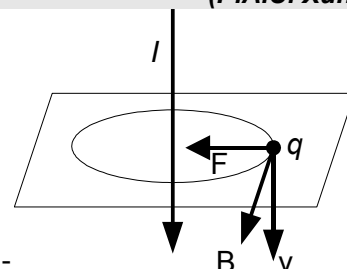
$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

e da lei de Biot-Savart que da o campo magnético creado por un fío indefinido polo que pasa unha intensidade de corrente I , nun punto que dista d do fío

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

e da dirección do campo magnético dado pola regra da man dereita, poderemos coñecer as direccións das forzas debidas a acción mutua entre correntes.

A forza $\vec{F}$ do campo magnético $\vec{B}$ (debido á corrente I) sobre a carga $+q$ que se move paralelamente e no mesmo sentido que a corrente vén dada pola regra da man esquerda.



16. Por dous condutores largos rectos e paralelos circulan correntes I no mesmo sentido. Nun punto do plano situado entre os dous condutores o campo magnético resultante, comparado co creado por un solo dos condutores é:

- A) Maior.
- B) Menor.
- C) O mesmo.

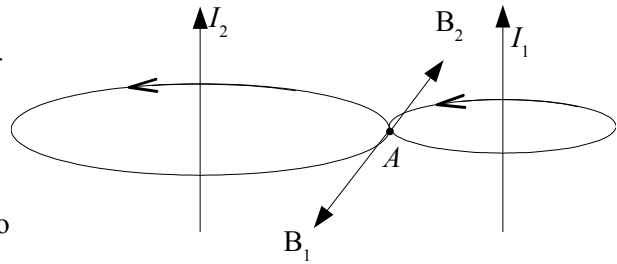
(P.A.U. Set. 01)

Solución: B

Como se ve na figura, nun punto A entre ámbolos condutores, os campos magnéticos creados polas correntes paralelas dos fíos son de sentidos opostos, polo que o campo resultante será menor.

Se o punto A atópase máis cerca do fío 1, o campo magnético debido a el será maior que o do fío dous e o campo resultante terá o seu sentido.

Se o punto A atópase á mesma distancia de ambos, o campo resultante será nulo.



● INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

1. De que depende a f.e.m. inducida nun circuíto?

- A) De que varía nunha magnitude grande ou pequena o fluxo magnético que a atravesa.
- B) Da variación de fluxo magnético «rapidez con que cambia» a través do mesmo.
- C) Do valor do fluxo magnético que o atravesa suposto constante.

(P.A.U. Xuño 98)

Solución: B

Pola lei de Faraday – Lenz, inducirase corrente nun circuíto pola variación de fluxo magnético a través del.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

no que ε é a forza electromotriz inducida no circuíto, e Φ o fluxo magnético que o atravesa.

A resposta correcta é a B porque a f.e.m. depende do ritmo de variación do fluxo magnético $d\Phi / dt$.

2. Se se acerca de súpeto o polo norte dun imán ao plano dunha espira sen corrente, nesta prodúcese:

- A) f.e.m. inducida en sentido horario.
- B) f.e.m. inducida en sentido antihorario.
- C) Ningunha f.e.m. porque a espira inicialmente no posúe corrente.

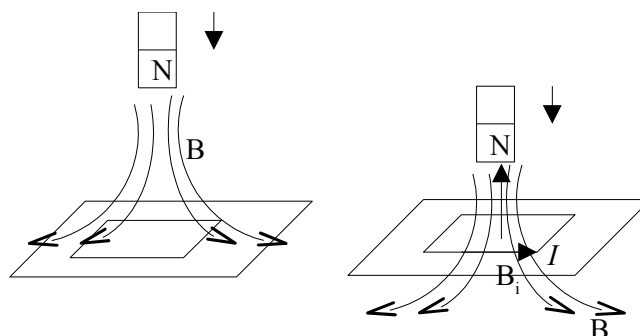
(P.A.U. Xuño 02)

Solución: B

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira.

A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



Ao chegar o polo norte do imán, aumenta o número de liñas de campo magnético que atravesan a espira, polo que a corrente inducida circulará no sentido de “corrixir” o aumento de liñas, é dicir, farao de xeito que o campo magnético B_i debido á corrente I inducida teña sentido oposto ao que tiña o do imán. Pola regra da man dereita, a corrente debe ser en sentido contrario ao das agullas do reloxo.

3. Se se achega o polo norte dun imán rectilíneo ao plano dunha espira plana e circular:

A) Prodúcese na espira unha corrente inducida que circula en sentido antihorario.

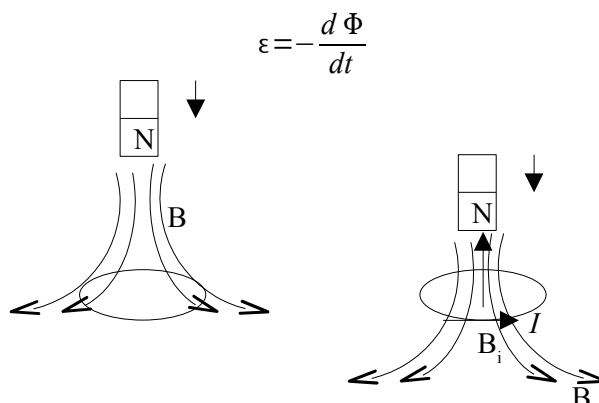
B) Xérase un par de forzas que fai rotar a espira.

C) A espira é atraída polo imán.

(P.A.U. Set. 06)

Solución: A

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.



Ao chegar o polo norte do imán, aumenta o número de liñas de campo magnético que atravesan a espira, polo que a corrente inducida circulará no sentido de “corrixir” o aumento de liñas, é dicir, farao de xeito que o campo magnético B_i debido á corrente I inducida teña sentido oposto ao que tiña o do imán. Pola regra da man dereita, a corrente debe ser en sentido contrario ao das agullas do reloxo.

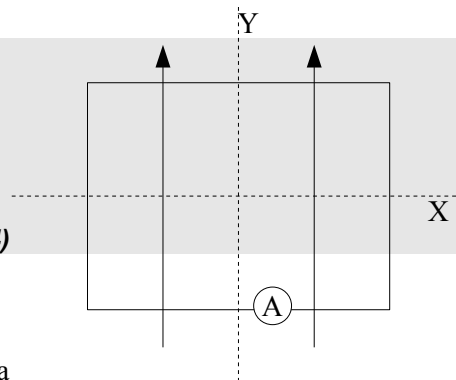
4. Unha espira rectangular está situada nun campo magnético uniforme, representado polas frechas da figura. Razoa si o amperímetro indicará paso de corrente:

A) Si a espira xira arredor do eixe Y.

B) Si xira arredor do eixe X.

C) Si se despraza ao longo de calquera dos eixes X ou Y.

(P.A.U. Set. 04)

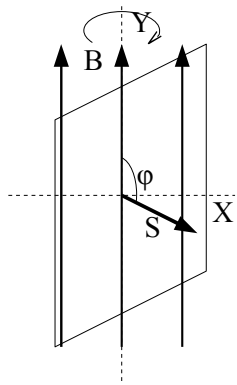


Solución: B

A lei de Faraday – Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\vec{B}$ campo magnético polo vector $\vec{S}$ perpendicular á superficie delimitada pola espira.

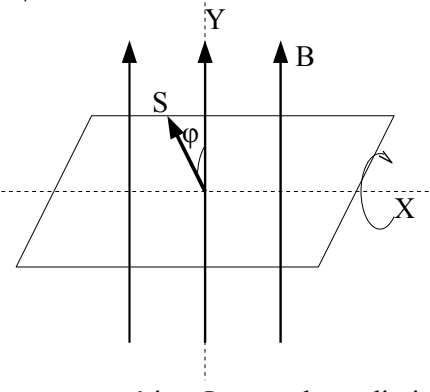


$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \varphi$$

Cando a espira xira arredor do eixe Y, o fluxo magnético non varía, posto que é nulo todo o tempo: as liñas do campo magnético non atravesan a superficie da espira nin cando a espira está en repouso nin cando xira arredor do eixe Y, pos son sempre paralelas ao plano da espira. O ángulo φ vale sempre $\pi/2$ rad e o $\cos \pi/2 = 0$.

Pero cando a espira xira arredor do eixe X, as liñas de campo atravesan a superficie plana delimitada pola espira, variando o fluxo magnético dende 0 ata un máximo cando a espira está no plano XZ perpendicular o eixe Y que é o do campo magnético. Logo volve a diminuír ata facerse nulo cando teña xirado π rad.

Ao desprazarse a espira, sempre paralelamente ás liñas de campo, o fluxo seguirá a ser nulo en tódolos casos.



5. Unha espira está situada no plano xy e é atravesada por un campo magnético constante B en dirección do eixe z. Indúcese unha forza electromotriz:

- A) Se a espira móvese no plano xy.
- B) Se a espira vira ao redor dun eixe perpendicular á espira.
- C) Se se anula gradualmente o campo B .

(P.A.U. Set. 12)

Solución: C

A lei de Faraday – Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\vec{B}$ campo magnético polo vector $\vec{S}$ perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \varphi$$

Se se anula gradualmente o campo magnético B , prodúcese unha variación de fluxo magnético Φ e unha forza electromotriz inducida, que, pola lei de Lenz, opoñeráse á diminución do fluxo magnético que atravesa a espira.

As outras opcións:

A: Falsa. Se a espira móvese no plano XY que a contén, non se produce variación de campo magnético nin da superficie atravesada por el (a non ser que a espira saia da zona do campo). Se o fluxo magnético a través da espira non varía, non se producirá ningunha f.e.m. inducida.

C: Falsa. Se a espira vira arredor do eixe Z, o fluxo magnético non varía, posto que a superficie atravesada é sempre a mesma.

6. Segundo a lei de Faraday-Lenz, un campo magnético B induce forza electromotriz nunha espira plana:

- A) Si un B constante atravesa ó plano da espira en repouso.
- B) Si un B variable é paralelo ao plano da espira.
- C) Si un B variable atravesa o plano da espira en repouso.

(P.A.U. Xuño 10)

Solución: C

A lei de Faraday – Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\vec{B}$ campo magnético polo vector $\vec{S}$ perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \varphi$$

Se un campo magnético B variable atravesa o plano da espira en repouso, o ángulo $\varphi \neq 90^\circ$, polo que $\cos \varphi \neq 0$. Se B é variable, a súa derivada non é nula e existirá unha f.e.m.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B S \cos \varphi)}{dt} = -S \cos \varphi \frac{dB}{dt} \neq 0$$

As outras opcións:

- A. Se o campo é constante e a espira está en repouso, todo é constante e a derivada é nula: non hai f.e.m.
 B. Se o campo é variable pero é paralelo ao plano da espira, o ángulo entre o campo $\vec{B}$ o o vector superficie (perpendicular á espira) é de 90° e o $\cos 90^\circ = 0$

7. Para construír un xerador elemental de corrente alterna cunha bobina e un imán (fai un esquema):

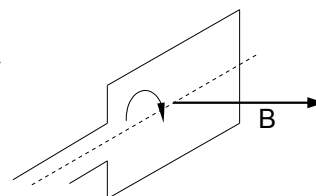
- A) A bobina rota con respecto ao campo magnético B .**
B) A sección da bobina desprázase paralelamente a B .
C) A bobina está fixa e é atravesada por un campo B constante.

(P.A.U. Set. 10)

Solución: A

Prodúcese unha corrente inducida, segundo a Lei de Faraday-Lenz, cando hai una variación de fluxo magnético co tempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\vec{B}$ campo magnético polo vector $\vec{S}$ perpendicular á sección da bobina.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cos \varphi$$

Se a bobina rota cunha velocidade angular constante

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

respecto dun campo magnético $\vec{B}$, de xeito que o ángulo φ varíe co tempo, a derivada do fluxo respecto do tempo é:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cos \varphi)}{dt} = -B \cdot S \frac{d \cos \varphi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \varphi = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$

e prodúcese unha f.e.m. variable co tempo (sinusoidal)

8. Unha espira móvese no plano XY, onde tamén hai unha zona cun campo magnético B constante en dirección +Z. Aparece na espira unha corrente en sentido antihorario:

- A) Se a espira entra na zona de B .**
B) Cando sae desa zona.
C) Cando se despraza por esa zona.

(P.A.U. Xuño 11)

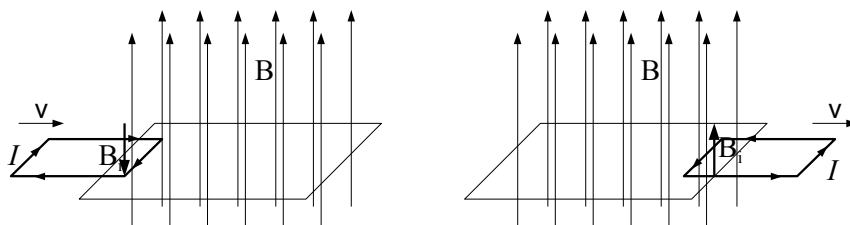
Solución: B

Pola lei de Faraday-Lenz, a forza electromotriz ε inducida nunha espira é igual ao ritmo de variación de fluxo magnético Φ que a atravesa

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

e o sentido opónse á variación de fluxo.

Cando a espira que se move no plano XY entra no campo magnético B en dirección +Z, prodúcese unha corrente inducida que se opón ao aumento do fluxo saínte (visto desde o extremo do eixe Z), polo que se producirá unha corrente inducida en sentido horario que cree un campo entrante (-Z). Ao saír do campo, a corrente inducida en sentido antihorario creará un campo magnético saínte que se opón a diminución do fluxo entrante.



Índice de contido

<u>ELECTROMAGNETISMO</u>	1
◇ <u>INTRODUCCIÓN</u>	1
• <u>MÉTODOS</u>	1
• <u>RECOMENDACIONES</u>	2
◇ <u>PROBLEMAS</u>	3
• <u>CAMPO ELECTROSTÁTICO</u>	3
• <u>CAMPO MAGNÉTICO</u>	34
• <u>INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA</u>	50
◇ <u>CUESTIONES</u>	51
• <u>CAMPO ELECTROSTÁTICO</u>	51
• <u>CAMPO MAGNÉTICO</u>	55
• <u>INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA</u>	62

Cuestións e problemas das Probas de Acceso á Universidade (P.A.U.) en Galicia.

Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán, alfbar@bigfoot.com

Algunhas ecuacións construíronse coas macros da extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego fíxose coa axuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Alguns cálculos fixéronse cunha [folla de cálculo](#) OpenOffice (ou LibreOffice) feita por Alfonso J. Barbadillo Marán.