

8. Relatividad

Principio de relatividad de Galileo

Problema del electromagnetismo

Teoría de la relatividad especial

■ Consecuencias de la relatividad

■ Dinámica relativista

■ Paradojas relativistas

La física enuncia leyes y elabora modelos que tratan de describir los fenómenos conocidos con la esperanza de que se ajusten en lo posible a la realidad.

Al final del siglo XIX, muchos científicos pensaban que la física había sido capaz de describir por completo la naturaleza y que solo restaba pulir algunos pequeños detalles. Sin embargo, la mejora en las técnicas de medida y en los diseños experimentales, así como el desarrollo de nuevas teorías, hicieron patentar algunos fenómenos que eran desconocidos hasta el momento.

Así como avanza la ciencia: con predicciones en función de los modelos conocidos buscando dónde fallan, estudiando nuevos fenómenos que lleven a nuevas leyes físicas para describir con mayor precisión la realidad. Las viejas leyes pueden seguir siendo útiles dentro de un cierto rango de valores si con ello se simplifican los cálculos.

La física del siglo XX trajo consigo nuevas teorías que desafían la intuición, ya que sus efectos solo son apreciables cuando nos movemos a velocidades muy altas, en campos gravitatorios muy intensos, en procesos muy energéticos o a distancias muy grandes. Pero todas estas teorías se han elaborado para que describan la naturaleza de la mejor forma que hemos sabido hacer hasta el momento, y han sido comprobadas una y otra vez a través de experimentos.

¿No sabe cuándo llegará la próxima teoría que revolucione nuestra comprensión de la física!

Preguntas

De acuerdo con el texto, ¿en qué condiciones es aplicable la física que has estudiado hasta el momento?

¿Le parece aceptable que sigamos utilizando la física anterior al siglo XX en el día a día?

«La cosa más bella que podemos experimentar es lo misterioso. Es la fuente de todo el verdadero arte y ciencia», Albert Einstein.

El reto

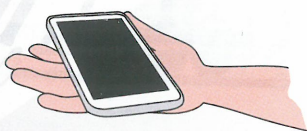
¿Sabías que Albert Einstein formuló dos teorías de la relatividad? La teoría de la relatividad especial en 1905 y la teoría de la relatividad general en 1915.

Para desarrollar esta última teoría, Einstein tuvo que añadir el principio de equivalencia. De acuerdo con este principio, no se puede distinguir si nos encontramos en reposo bajo la acción de un campo gravitatorio de los efectos que experimentaríamos en un sistema de referencia acelerado. Dicho de otro modo, las medidas, los experimentos y las leyes de la física obtenidas por un observador en caída libre serían indistinguibles de los que obtendría un observador en reposo en una zona sin campo gravitatorio. Comprobémoslo.

Experimento: Comprobación del principio de equivalencia

Usaremos un teléfono móvil con acelerómetro y alguna aplicación gratuita que permita tomar datos de los sensores del teléfono, como por ejemplo Phyphox o Physics Toolbox. Si utilizas la primera, tendrás que escoger el experimento *Aceleración con g*, mientras que si te decides por la segunda, deberás escoger *Fuerza G*. Asegúrate en los ajustes de que las gráficas muestran el valor total de la medida (el módulo de la magnitud).

①



Deja el teléfono en reposo sobre alguna superficie y fíjate en los datos que registra.

- ¿Qué significado tienen esos valores?
- ¿Qué valores habría registrado una persona que no se viese sometida a un campo gravitatorio?

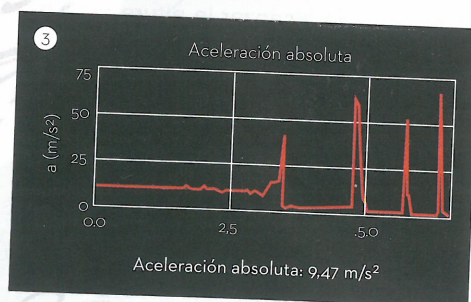
②



Asegura una zona donde puedas dejar caer el teléfono desde una altura prudencial, con ropa o cojines que amortigüen el golpe (cuidado con los rebotes). Puedes conseguir seguridad extra colocándolo entre dos esponjas de baño más grandes que el móvil sujetas con cinta adhesiva o dentro de un balón de espuma.

En la aplicación escoge la opción para grabar los datos y deja caer el móvil desde una cierta altura sobre la zona segura que has preparado.

③



Vídeo del experimento:
bit.ly/IFT_Relatividad_movil

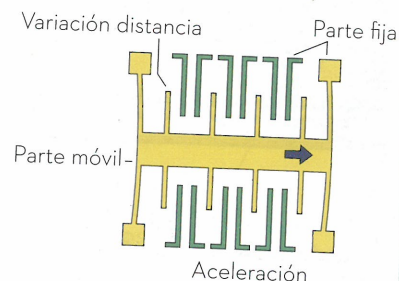
Recupera el teléfono y analiza los datos tomados por la aplicación durante la caída. Mostrará picos por la manipulación previa y el impacto contra el suelo, pero a nosotros solo nos interesa la caída, que debería ser una línea aproximadamente horizontal.

- ¿Cuál es el valor de la gráfica en ese tramo?
- ¿Se corresponde con lo esperado de acuerdo con el principio de equivalencia?

NOTA: Los datos se pueden guardar en un archivo para analizarlos con más profundidad.

Sabías que...

Los teléfonos cuentan con tres acelerómetros, uno para cada dirección del espacio, que funcionan midiendo el desplazamiento de una pieza móvil cuando se mueve el teléfono con respecto a unas placas fijas. Dado que la fuerza gravitatoria está en todo momento actuando sobre todas las piezas, la parte móvil siempre estará ligeramente desplazada. El acelerómetro contiene en sus medidas el valor de la gravedad, a menos que se elimine restándola de los datos, opción que permiten la mayoría de aplicaciones para medir solo la aceleración relativa.



Sabías que...

La relatividad general predice la existencia de ondas gravitacionales, que fueron detectadas por primera vez en 2016 gracias a la colaboración LIGO. En el momento de la detección, la colaboración estaba liderada por Gabriela González. Esta investigadora ha hecho grandes aportaciones a este campo de estudio y gracias a ello recibió en 2017 el premio NAS al descubrimiento científico de la Academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos, entre otros.

Atrévete a mirar

¿Quiero aprender?

- ¿Conozco el principio de relatividad de Galileo?
- ¿Sé lo que es un sistema de referencia y cómo afecta al estudio físico de un cuerpo?
- ¿Conozco la existencia en el universo de una velocidad máxima?

¿Soy capaz de decir cuál es?

¿Soy capaz de describir alguna de las denominadas paradojas relativistas?

2.0

principio de relatividad de Galileo comprobado por Hipatia de Aleja ya en el siglo IV. Visiona este video e interpreta lo que sucede con la caída. ¿Afecta el movimiento de la su caída?

bit.ly/Video_Hipatia

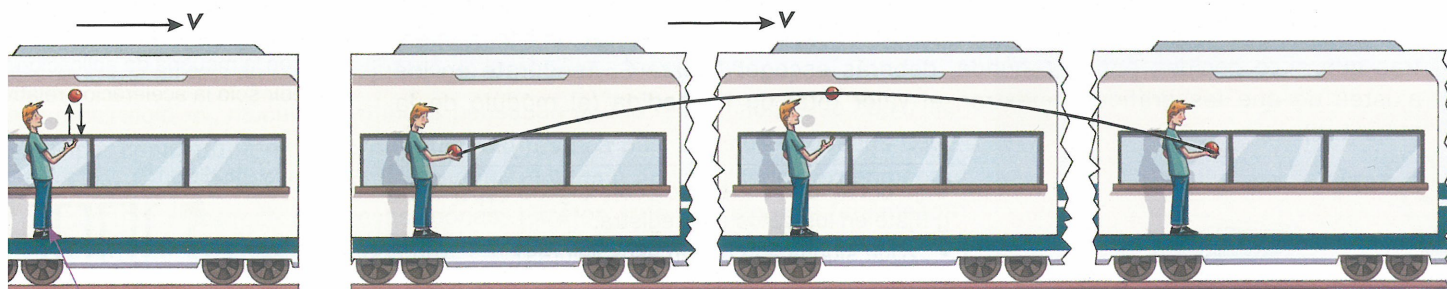
1. Principio de relatividad de Galileo

La palabra **relatividad** suele asociarse con la figura de Albert Einstein, pero la idea está presente en la física desde mucho antes. Galileo, en uno de sus libros, propuso lo siguiente:

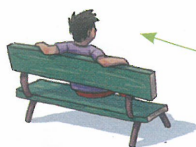
- Encerrémonos en la cabina de un barco grande y llevemos a cabo cualquier experimento mecánico cuando el barco está en reposo.
- A continuación repetamos nuestras observaciones cuando el barco se esté moviendo con un movimiento rectilíneo uniforme (sin fluctuaciones de lado a lado).

Entre ambas situaciones, no seremos capaces de detectar ninguna variación entre los resultados de los experimentos.

La siguiente figura representa un vagón de tren que se mueve con velocidad constante, en cuyo interior una persona lanza al aire una pelota:



Desde el punto de vista de la persona que está en el interior del vagón, la pelota realiza un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: sube y baja en vertical.



Para un observador situado en un andén por el que pasa el tren, la pelota también tiene una velocidad inicial en la dirección del movimiento del tren y, por tanto, realiza una trayectoria parabólica.

De este ejemplo se pueden extraer dos conclusiones:

- La descripción del movimiento es relativa, depende del observador. Esto afecta a algunos observables del movimiento, como la trayectoria, la posición o la velocidad de la pelota en un instante, pero no a otros, como el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.
- La persona del interior del vagón no observa ninguna diferencia entre el movimiento que tendría la pelota si el vagón estuviese parado y el que realiza cuando el vagón se mueve en línea recta y con velocidad constante.

Este último punto es lo que se conoce como **principio de relatividad**:

Es imposible realizar un experimento, medida u observación que permita distinguir si un sistema de referencia está en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.

2.0

Galileo hizo grandes aportes a la física a lo largo de su vida. En el siguiente enlace el divulgador Javier Albaladejo hace un repaso de su vida:

bit.ly/Bio_Galileo

Además, dispones de una serie de videos muy interesantes sobre el principio de relatividad en el blog de El Tamiz, en el siguiente enlace:

bit.ly/Relatividad_sin_fórmulas

Esto implica que no existe un sistema inercial privilegiado que se pueda considerar en reposo absoluto, ya que sería indistinguible de cualquier otro sistema inercial que se mueva con velocidad constante y, por tanto, no se puede asegurar que esté realmente en reposo.



Actividades

1. Cuando viajamos en un vehículo, por ejemplo en coche, tenemos formas de saber si estamos en reposo o en movimiento. ¿Contradice esto el principio de relatividad?
2. Desde la ventanilla de una nave espacial se observa la aproximación de otra nave y que en su interior viaja una astronauta. Si los motores de ambas naves están apagados, ¿cómo puedes saber quién se mueve? ¿Qué has necesitado para formular tu respuesta?

Física 2.0

El principio de relatividad de Galileo fue comprobado por Hipatia de Alejandría ya en el siglo IV. Visiona este vídeo e interpreta lo que sucede con el saco. ¿Afecta el movimiento del barco a su caída?

bit.ly/Vídeo_Hipatia

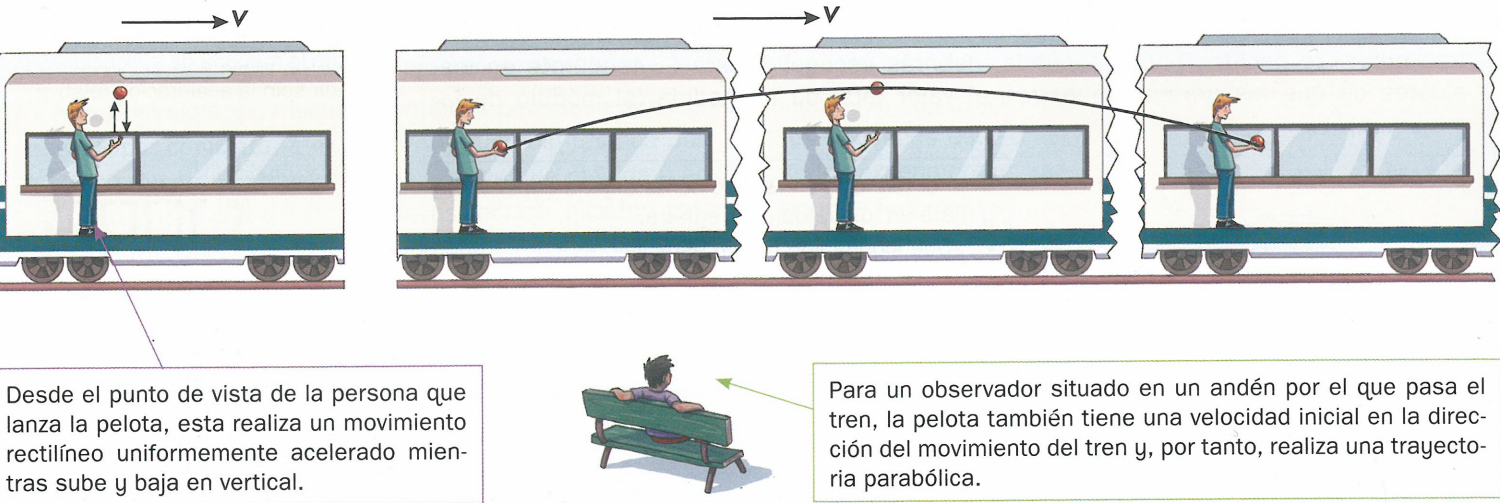
1. Principio de relatividad de Galileo

La palabra **relatividad** suele asociarse con la figura de Albert Einstein, pero la idea está presente en la física desde mucho antes. Galileo, en uno de sus libros, propuso lo siguiente:

- Encerrémonos en la cabina de un barco grande y llevemos a cabo cualquier experimento mecánico cuando el barco está en reposo.
- A continuación repetimos nuestras observaciones cuando el barco se esté moviendo con un movimiento rectilíneo uniforme (sin fluctuaciones de lado a lado).

Entre ambas situaciones, no seremos capaces de detectar ninguna variación entre los resultados de los experimentos.

La siguiente figura representa un vagón de tren que se mueve con velocidad constante, en cuyo interior una persona lanza al aire una pelota:



Desde el punto de vista de la persona que lanza la pelota, esta realiza un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado mientras sube y baja en vertical.

Para un observador situado en un andén por el que pasa el tren, la pelota también tiene una velocidad inicial en la dirección del movimiento del tren y, por tanto, realiza una trayectoria parabólica.

De este ejemplo se pueden extraer dos conclusiones:

- La descripción del movimiento es relativa, depende del observador. Esto afecta a algunos observables del movimiento, como la trayectoria, la posición o la velocidad de la pelota en un instante, pero no a otros, como el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.
- La persona del interior del vagón no observa ninguna diferencia entre el movimiento que tendría la pelota si el vagón estuviese parado y el que realiza cuando el vagón se mueve en línea recta y con velocidad constante.

Este último punto es lo que se conoce como **principio de relatividad**:

Es imposible realizar un experimento, medida u observación que permita distinguir si un sistema de referencia está en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.

Física 2.0

Galileo hizo grandes aportes a la física a lo largo de su vida. En el siguiente enlace el divulgador Javier Santaolalla hace un repaso de su biografía:

bit.ly/Bio_Galileo

Asimismo, dispones de una serie de artículos muy interesantes sobre el tema en el blog de El Tamiz, en Relatividad sin fórmulas:

bit.ly/Relatividad_sin_fórmulas



Actividades

1. Cuando viajamos en un vehículo, por ejemplo en coche, tenemos formas de saber si estamos en reposo o en movimiento. ¿Contradice esto el principio de relatividad?
2. Desde la ventanilla de una nave espacial se observa la aproximación de otra nave y que en su interior viaja una astronauta. Si los motores de ambas naves están apagados, ¿cómo puedes saber quién se mueve? ¿Qué has necesitado para formular tu respuesta?

1.1. Las transformaciones de Galileo

El principio de relatividad permite hacer distinción entre dos tipos de sistemas de referencia:

Sistemas de referencia inerciales: son aquellos que están en reposo o se mueven con movimiento rectilíneo uniforme. Es decir, carecen de aceleración.

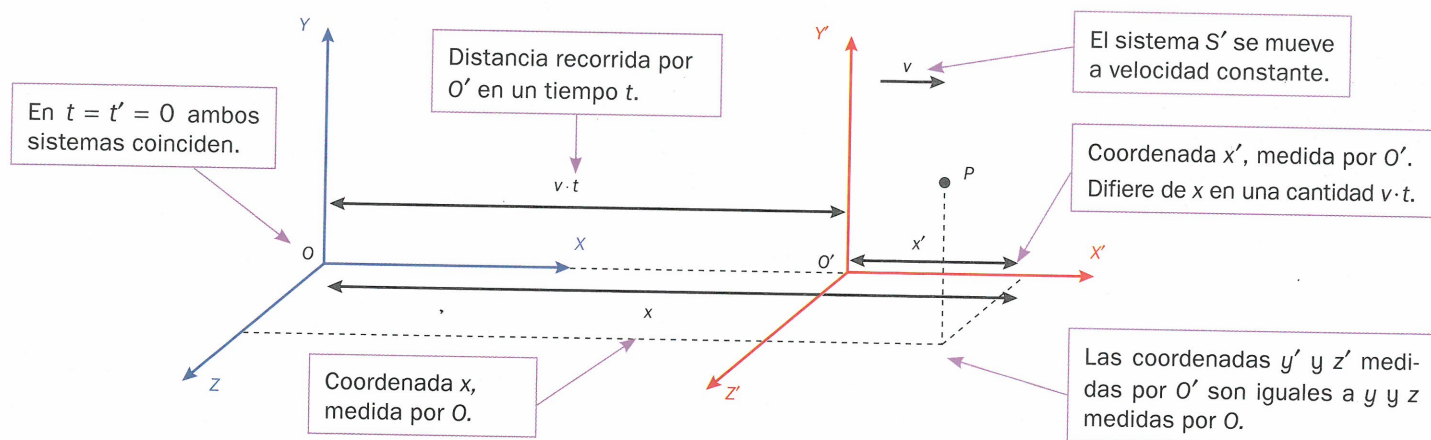
Sistemas de referencia no inerciales: son aquellos que tienen aceleración. Esto puede deberse a que estén girando o a que varíe su rapidez.



Los sistemas en rotación son no inerciales, ya que poseen, al menos, aceleración normal.

El principio de relatividad se aplica a los sistemas de referencia inerciales. Una de sus consecuencias es que las leyes de la física que deduzca un observador inercial a partir de experimentos en su sistema de referencia han de ser aplicables al resto de sistemas inerciales.

Se puede deducir una relación que permita a un observador inercial (O) averiguar a partir de sus observaciones qué medidas realizaría un observador inercial distinto (O'). Para ello supongamos dos sistemas de referencia, S y S' . El sistema S estará ligado al observador O , que se considera en reposo, y describirá un suceso P mediante el conjunto de coordenadas (t, x, y, z) . La primera coordenada indica en qué instante de tiempo sucede y las otras tres describen la posición en que ha ocurrido el suceso. El sistema S' estará ligado al observador O' , que se mueve en línea recta y con velocidad constante v a lo largo del eje OX y describirá el mismo suceso mediante unas coordenadas diferentes (t', x', y', z') . Si se supone, por simplificar, que ambos observadores sincronizan sus relojes de tal forma que la posición de O' coincide con la posición de O cuando $t = t' = 0$:



Comparando las coordenadas entre dos sistemas de referencia, se observa que:

Para dos sistemas de referencia (O, x, y, z) y (O', x', y', z') , donde el segundo se desplaza por el eje x a una velocidad v , se denomina **transformaciones de Galileo** a las siguientes relaciones:

$$x' = x - v \cdot t \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

Estas relaciones suponen que el tiempo pasa igual para los dos observadores, lo cual tendrá implicaciones importantes, como se verá a continuación.

Actividades

3. Si en un sistema de referencia un determinado objeto se localiza en reposo en el punto $(3, 4, 5)$, ¿dónde se encontrará a los 5 segundos para este y un segundo sistema de referencia que se desplaza por el eje y a una velocidad de $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ si ambos sistemas de referencia coinciden para el origen de tiempos?

S: $P_0 (3, 4, 5)$; $P_{O'} (3, -11, 5)$

! Importante

Las transformaciones de Galileo tienen en cuenta los efectos relativistas ni los efectos cuánticos que descubrieron a partir de principios del siglo xx. La física anterior a estas grandes teorías recibe el nombre de **física newtoniana**. A pesar de que describe con total precisión los fenómenos naturales, matemáticamente es menos compleja. Por ello se sigue utilizando para estudiar situaciones cotidianas en las que los efectos cuánticos y relativistas son despreciables.

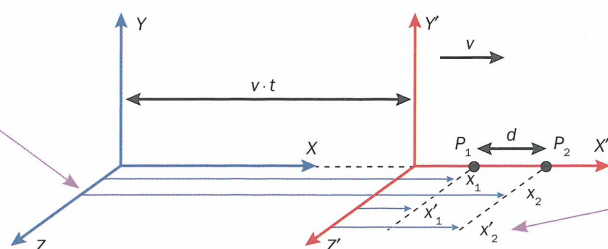
1.2. Invariantes del movimiento

Aunque la descripción de los movimientos es relativa y depende del sistema de referencia, ciertas cantidades, las **invariantes**, toman el mismo valor para todos los observadores.

A. Distancia entre dos puntos

Para medir la distancia entre dos puntos es necesario conocer las coordenadas de ambos. Para simplificar, supongamos que los dos puntos se encuentran sobre el eje OX y que los observadores miden ambas posiciones en un mismo instante de tiempo, con lo que $t_1 = t_2 = t$.

El observador O dirá que la coordenada x de P_1 y P_2 será x_1 y x_2 , respectivamente, y por tanto la distancia que los separa vendrá dada por: $d = \Delta x = x_2 - x_1$



El observador O' dará las coordenadas x'_1 y x'_2 , así que medirá una distancia: $d' = \Delta x' = x'_2 - x'_1$

Para comparar d' con d , se aplican las transformaciones de Galileo:

$$d' = \Delta x' = x'_2 - x'_1 = (x_2 - vt) - (x_1 - vt) = x_2 - x_1 = d$$

La distancia medida por ambos observadores es la misma. De aquí concluimos que:

La distancia entre dos puntos, y por tanto la **longitud**, es un invariante.

Sabías que...

Newton pensaba que el propio espacio podía tomarse como un sistema de referencia en reposo absoluto y que el flujo del tiempo debía ser igual para todos los observadores. Por eso decimos que el espacio y el tiempo son absolutos en la física newtoniana.

B. Tiempo entre dos sucesos

Sean dos sucesos cualesquiera. El observador O medirá un tiempo para cada uno, t_1 y t_2 , de modo que el intervalo de tiempo entre ambos es $\Delta t = t_2 - t_1$. El observador O' medirá los tiempos t'_1 y t'_2 , y un intervalo de $\Delta t' = t'_2 - t'_1$. Al aplicar las transformaciones de Galileo:

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = t_2 - t_1 = \Delta t$$

De donde se deduce que el intervalo de tiempo medido por ambos observadores es el mismo.

El **intervalo de tiempo** entre dos sucesos es un invariante.

Por tanto, si dos sucesos son simultáneos (ocurren en el mismo instante de tiempo) para un observador, lo serán para cualquier otro observador.

C. Velocidad

Sean u y u' la velocidad del cuerpo medida por el observador O y O' , respectivamente. Como la velocidad es la derivada de la posición:

$$u = \frac{dx}{dt} ; \quad u' = \frac{dx'}{dt'}$$

Para comparar ambas velocidades, se hace uso de las transformaciones de Galileo y se tiene en cuenta que $\Delta t' = \Delta t$ y que la velocidad relativa entre ambos sistemas, v , es constante:

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d(x - vt)}{dt'} = \frac{dx}{dt'} - \frac{d(vt)}{dt'} = \frac{dx}{dt} - \frac{d(vt)}{dt} = \frac{dx}{dt} - v \frac{dt}{dt} ; \quad u' = u - v$$

La **velocidad** no es un invariante y para dos sistemas de referencia O y O' se relaciona con la expresión: $u' = u - v$.



un camión circula a una velocidad de $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ y es adelantado por una furgoneta a $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, desde el sistema de referencia del camión se ve pasar la furgoneta a $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

D. La aceleración es un invariante

La aceleración se define como la derivada de la velocidad:

$$a = \frac{du}{dt} \quad ; \quad a' = \frac{du'}{dt'}$$

donde a y a' son las aceleraciones medidas por O y O' , respectivamente. Si se utiliza la expresión que relaciona la velocidad medida por ambos observadores:

$$a' = \frac{du'}{dt'} = \frac{d(u-v)}{dt'} = \frac{du}{dt'} - \frac{dv}{dt'} = \frac{du}{dt} - \frac{dv}{dt} = a - \frac{dv}{dt}$$

Y como la velocidad relativa entre dos sistemas de referencia inerciales, v , es constante:

$$a' = a$$

Recuerda

La derivada de una constante es 0.
Por tanto, si v es constante:

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

La **aceleración** observada por dos sistemas de referencia O y O' , es un invariante.

Actividad resuelta 1

Un tren se mueve a una velocidad constante de $108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. En su interior, una pasajera sentada observa cómo su acompañante se levanta y se dirige hacia la cafetería situada en la parte delantera del vagón a una velocidad de $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, justo cuando pasan frente al andén de una estación con una persona que ve el tren cruzar.

- ¿A qué velocidad se mueve el pasajero que se dirige a la cafetería respecto al observador que se encuentra en el andén?
- Si el observador del andén hubiera visto al pasajero volver de la cafetería a su asiento a una velocidad de $29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ respecto a su sistema de referencia, ¿qué velocidad llevaría con respecto a la acompañante que se ha quedado sentada?

Estrategia de resolución

- Consideramos el andén un sistema de referencia en reposo, S , y el tren, un sistema en movimiento rectilíneo uniforme, S' , a una velocidad:

$$v = 108 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La pasajera que permanece sentada mide la velocidad; en el sistema S' , $u' = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Por tanto, la velocidad con respecto a la persona del andén, que está en el sistema S , es:

$$u' = u - v \quad ; \quad u = u' + v = 1,2 + 30 = 31,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- En este caso, conocemos la velocidad en el sistema en reposo: $u = 29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

La persona sentada en el tren medirá una velocidad u' dada por:

$$u' = u - v = 29 - 30 = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Actividades

- Un ascensor sube con una velocidad constante de $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. En su interior un niño deja caer una pelota desde 1 metro de altura. Determina la velocidad con que la pelota llega al suelo con respecto al sistema del ascensor y respecto a un sistema en reposo.

$$\text{S: } v = -4,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; v = -2,93 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Un ciclista circula por el arcén de una carretera a una velocidad de $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ cuando es adelantado por un coche. El ciclista estima que el coche circula a $35 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ con respecto a su sistema de referencia. ¿Cuál será la velocidad del coche respecto a un observador en reposo? Si el coche circulara a la misma velocidad pero en sentido contrario, ¿cuál sería su velocidad con respecto al ciclista?

$$\text{S: } v = 75 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}; v = -115 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

2. El problema del electromagnetismo

Cuando Galileo enunció el principio de relatividad, el electromagnetismo y la óptica no se habían desarrollado todavía. Cuando estas dos áreas de la física comenzaron a estudiarse, quedó patente que o bien dichas teorías, o bien el principio de relatividad necesitaban modificarse para ser compatibles entre sí. Veamos dos ejemplos que lo atestiguan:

- Sea un electrón que se mueve paralelo a un hilo rectilíneo por el que pasa una corriente:

El campo magnético creado por la corriente (producida por electrones en movimiento) **genera una fuerza magnética** sobre el electrón debido a que este está en movimiento.

Desde el sistema de referencia que se mueve junto con el electrón, son las cargas positivas del cable las que se mueven en sentido contrario a como se movían las cargas negativas, generando así un campo magnético con la misma dirección y sentido que en el primer caso. Sin embargo, dado que en este sistema de referencia el electrón está en reposo, **no sufre ninguna fuerza magnética**.

¿Cómo es posible que la fuerza magnética exista o no según el sistema de referencia?

- Pensemos ahora en la forma en que se propaga una onda electromagnética. Sabemos que los campos eléctrico y magnético variables que conforman la onda se sostienen el uno al otro gracias a la inducción. Pero si vemos la onda electromagnética desde un sistema de referencia que se mueve junto con la onda a la velocidad de la luz, estos campos serían estacionarios y no generarían inducción, por lo que no habría onda electromagnética.

Las ecuaciones de Maxwell de 1865 sobre electromagnetismo permitieron:

- Reconocer que la luz es una onda electromagnética.
- Calcular **teóricamente** la velocidad de este tipo de ondas. En el caso de que la onda se propague por el vacío, lo hará con una velocidad aproximada de $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Además, esta velocidad debería ser la misma sin importar el estado de movimiento de la fuente o del observador (sin importar el sistema de referencia).

Estos resultados discrepan del principio de relatividad de Galileo, según el cual un observador inercial moviéndose a velocidad v debería medir una velocidad de la luz en el vacío diferente.

Observador O : $u = c$

Observador O' : $u' = u - v = c - v$

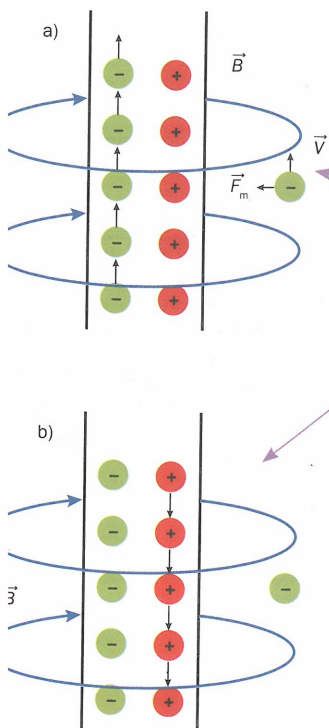
Pero si esto fuese cierto, las ecuaciones de Maxwell deberían ser diferentes para cada uno de ellos, lo que incumpliría el principio de relatividad. Esto dejaba abiertas dos posibilidades:

- O bien la teoría electromagnética se debía corregir, lo cual era difícil de aceptar, ya que estaba de acuerdo con todos los experimentos realizados hasta la fecha.
- O bien las transformaciones de Galileo eran incorrectas, lo que obligaría a revisar toda la mecánica de Newton, puesto que estaba de acuerdo con ellas.

Y un último conflicto: según la teoría de Maxwell, las ondas electromagnéticas, al contrario que las ondas mecánicas, pueden propagarse por el vacío sin un medio material.

Existía una hipótesis que solventaba muchos de estos problemas, pero que no había sido verificada hasta la fecha. Se trataba del **éter**, un medio material por el que las ondas electromagnéticas se propagarían igual que lo hacen las ondas mecánicas en otros medios.

El éter impregnaría todo el espacio; debía ser muy rígido para permitir velocidades de propagación tan altas como la de la luz y a la vez no tener masa, ya que los objetos debían moverse a través de él sin ningún tipo de resistencia, o de lo contrario ya se habrían observado sus efectos. Además, el éter se consideraba un sistema de referencia en reposo absoluto. De acuerdo con esta propuesta, las ecuaciones de Maxwell solo serían válidas en el sistema de referencia del éter; en cualquier otro sistema de referencia, tendrían que ser modificadas.



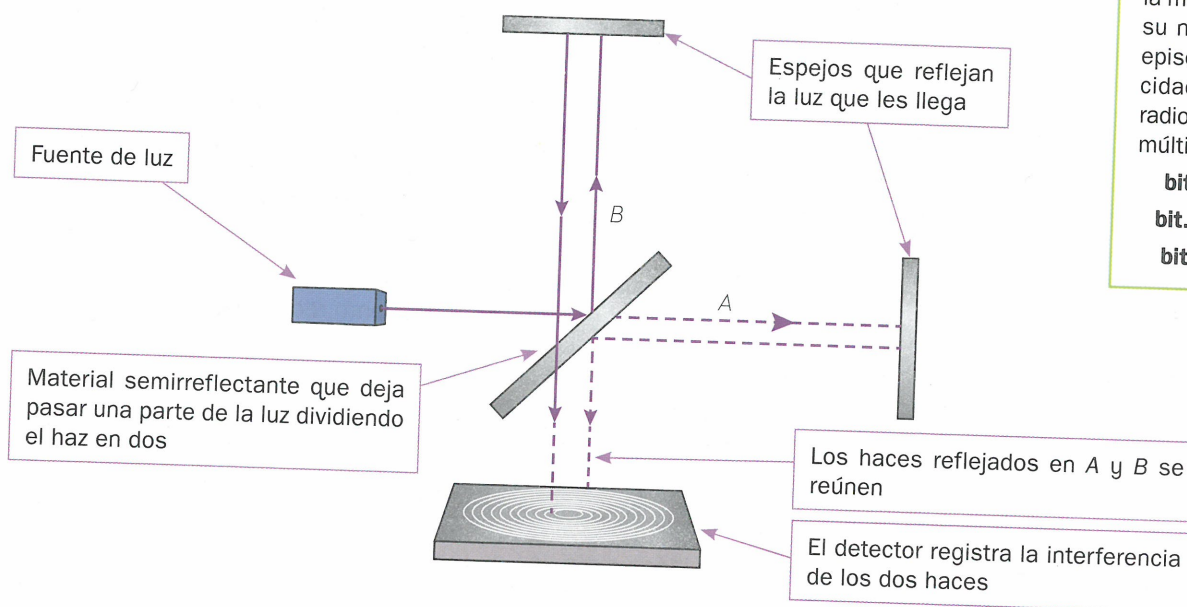
Sabías que...

dice que cuando Einstein apenas a 16 años, se preguntó qué vería una persona que viajara a la velocidad de la luz.

2.1. El experimento de Michelson y Morley

De acuerdo con la hipótesis del éter, la velocidad de la luz en el vacío correspondería a la que mediríamos en el sistema de referencia del éter. En cualquier otro sistema, la velocidad de la luz sería diferente. Sin embargo, a pesar de los intentos, se medía la misma velocidad para la luz en todos los sistemas de referencia inerciales.

Por otro lado, muchos físicos trataron de detectar la presencia del éter. El más famoso de estos experimentos fue realizado por A. A. Michelson (1852-1931) y E. W. Morley (1838-1923) en 1887. A continuación se puede ver un esquema de este experimento:



Como la Tierra se mueve a través del éter y los brazos del detector son perpendiculares entre sí, la velocidad relativa de la luz con respecto al éter al recorrer cada camino debería ser diferente. Si se hace girar el detector, las velocidades relativas de la luz en cada brazo deberían cambiar, con lo que la interferencia medida por el detector variaría, confirmando así la existencia del éter. Sin embargo, los resultados obtenidos no fueron los esperados: no se observó diferencia alguna entre las velocidades de la luz al recorrer cada brazo.

Los resultados del experimento de Michelson y Morley podían explicarse de diferentes maneras. Por un lado, si la Tierra en su movimiento arrastra parte del éter con ella, este dejaría de ser un sistema en reposo absoluto y la Tierra estaría en reposo respecto al éter que la rodea. Por otro lado, cabía la posibilidad de que la teoría de Maxwell fuera correcta y la velocidad de la luz fuese la misma en todos los sistemas de referencia, siendo así innecesaria la hipótesis de la existencia del éter. Pero había una tercera opción, y es que la longitud de un objeto se viese contraída al moverse a través del éter.

2.2. La contracción de Lorentz-Fitzgerald

G. F. Fitzgerald (1851-1901) y H. A. Lorentz (1853-1928) propusieron que si los efectos debidos a la diferencia de velocidades de la luz en cada brazo se viesan compensados por una contracción de la longitud medida en la dirección del movimiento de la Tierra a través del éter, los resultados del experimento de Michelson y Morley serían consistentes.

Según su hipótesis, cuando un objeto se mueve a través del éter, su longitud en la dirección del movimiento disminuye, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

siendo v la velocidad del objeto a través del éter. Este efecto se conoce como **contracción de Lorentz-Fitzgerald**.

Física 2.0

En la siguiente dirección encontrarás una simulación interactiva del experimento de Michelson-Morley. Activa el éter y observa el resultado esperado en su presencia.

bit.ly/Vascz_Michelson_Morley

Y para una interesante tertulia sobre la medida de la velocidad de la luz y su naturaleza, podéis escuchar el episodio «Determinación de la velocidad de la luz», del programa de radio *A ciencia cierta* (28/10/19), en múltiples plataformas:

bit.ly/Ivoox_determinación_c

bit.ly/Google_determinación_c

bit.ly/Apple_determinación_c

Sabías que...

Versiones más modernas del experimento de Michelson-Morley se han repetido a lo largo de los años, todas ellas con los mismos resultados.

3. Teoría de la relatividad especial

En 1905, A. Einstein (1879-1955) publicó cuatro artículos científicos, y todos ellos resultaron de gran importancia para la física. En uno de ellos, a partir de dos principios muy sencillos, construyó una teoría que supuso una revisión a fondo de la mecánica conocida hasta la época y cambió la concepción del espacio y el tiempo. Esta teoría se conoce como **teoría de la relatividad especial**.

3.1. Postulados de Einstein

Para sus deducciones, Einstein se basó en dos postulados:

Definición

Un **postulado** es una proposición que se acepta como válida sin necesidad de demostrarla y que sirve como punto de partida para otros razonamientos.

Primer postulado o principio de relatividad

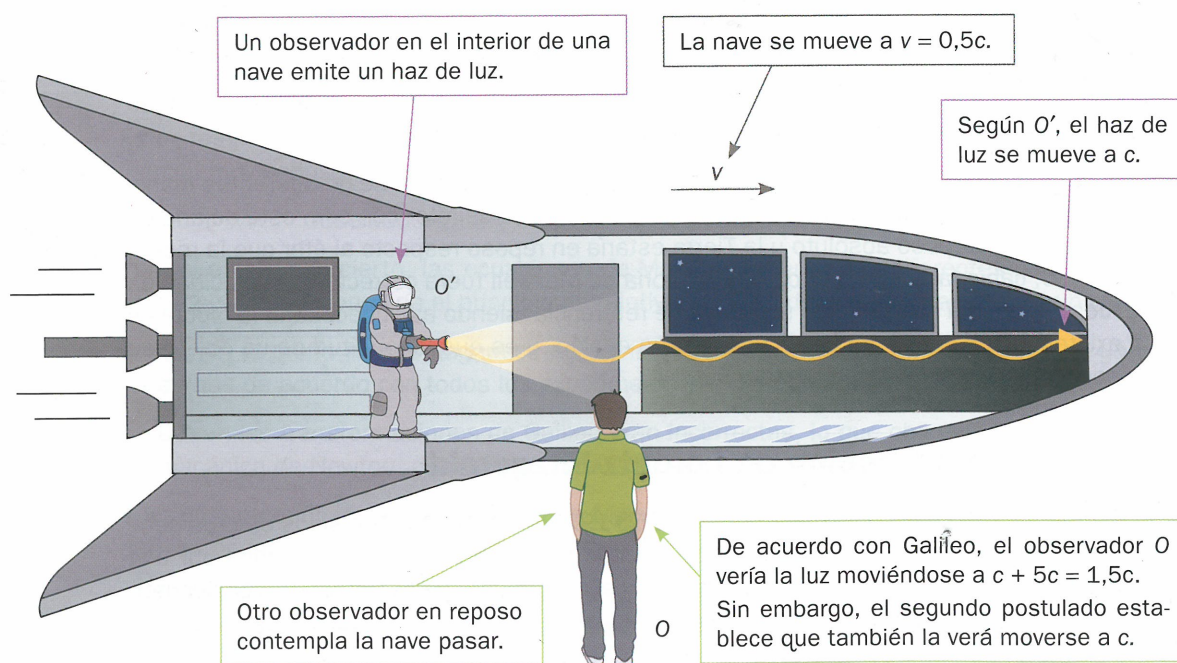
Las leyes de la física, incluida su expresión matemática, han de ser las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales.

Este postulado implica que todos los sistemas de referencia inerciales son equivalentes y no se puede distinguir si se encuentran en reposo o en movimiento rectilíneo.

Segundo postulado o principio de invariancia de la velocidad de la luz

La velocidad de la luz en el vacío es la misma para todos los observadores inerciales, independientemente del movimiento de la fuente o del observador.

Einstein supone que las conclusiones extraídas de la teoría de Maxwell son correctas y que no es necesario recurrir al éter para explicar la propagación de las ondas electromagnéticas.



Actividades

- Interpreta lo que apreciaría O si un observador O' , situado en una nave que se mueve a velocidad c , emite un haz de luz en sentido contrario al avance de la nave.

3.2. Transformaciones de Lorentz

El segundo postulado es claramente incompatible con la expresión obtenida a partir de las transformaciones de Galileo, que relacionan las velocidades medidas por dos observadores inerciales. Por tanto, las transformaciones de Galileo han de ser modificadas para que cumplan con los postulados de la relatividad especial. Al hacerlo de la forma adecuada, se llega a unas nuevas expresiones que reciben el nombre de **transformaciones de Lorentz**:

Para dos sistemas de referencia (O, x, y, z) y (O', x', y', z'), donde el segundo se desplaza por el eje x a una velocidad v , el cambio de sistema de coordenadas se realiza mediante las **transformaciones de Galileo**:

$$x' = \gamma(x - v \cdot t) \quad ; \quad y' = y \quad ; \quad z' = z \quad ; \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v \cdot x}{c^2}\right)$$

En donde γ recibe el nombre de **factor de Lorentz** y se calcula mediante la expresión:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

El factor de Lorentz es una cantidad adimensional, carece de unidades.

Dado que los efectos relativistas solo son apreciables cuando el movimiento tiene lugar a velocidades muy altas, comparables a la de la luz, en relatividad es habitual expresar la velocidad como un múltiplo de c . Por ello también es frecuente llamar β a la relación entre v y la velocidad de la luz para simplificar algunas expresiones matemáticas.

$$\beta = \frac{v}{c}$$

Fíjate que, a velocidades muy bajas comparadas con c ($v \ll c$), el valor de β tiende a cero. En ese límite, $\gamma \approx 1$ y las transformaciones de Lorentz se reducen a la misma expresión que las transformaciones de Galileo.

De hecho, se puede utilizar el valor de γ como un indicador de la importancia que tienen los efectos relativistas. Si γ toma un valor muy cercano a 1, los efectos relativistas pueden despreciarse y se puede trabajar con la física newtoniana sin problemas. Pero cuanto mayor es su valor, más importancia tiene la teoría de la relatividad y mayores serán los errores cometidos si no se tiene en cuenta.

! Importante

En la relatividad el tiempo se trata como una coordenada más y debe transformarse al cambiar de sistema de referencia. Por ello se deja de hablar de espacio y tiempo como cantidades separadas y se utiliza el concepto de **espacio-tiempo**.

... Sabías que...

La teoría de la relatividad especial tiene en cuenta los efectos de la velocidad. En 1915, Einstein publicó una nueva teoría que sí la tiene en cuenta y que se conoce como **teoría de la relatividad general**.

Actividades

7. ¿Por qué crees que pasó tanto tiempo hasta darnos cuenta de que las transformaciones de Galileo son incorrectas?
 8. Un coche circula por la noche a velocidad constante con los faros encendidos.
 - a) ¿A qué velocidad se mueve la luz emitida por los faros en el sistema de referencia del conductor?
 - b) ¿A qué velocidad se moverá la luz para un observador que se encuentra en reposo en la acera y ve el coche acercarse a él?
 - c) ¿Cambiará la velocidad de la luz medida por el observador en reposo si el coche se aleja en lugar de acercarse?
- S:** En todos los apartados la velocidad a la que se mueve la luz es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
9. Teniendo en cuenta que para el observador O' es el sistema S' el que está en reposo y S el que se mueve a velocidad v pero en sentido contrario, deduce cómo son las transformaciones inversas para obtener las coordenadas de S a partir de las de S' .

4. Consecuencias de la relatividad

La invariancia de la distancia y del tiempo está ligada al uso de las transformaciones de Galileo. Al ser sustituidas por las de Lorentz, es necesario revisar su invariancia.

4.1. Dilatación del tiempo

En las transformaciones de Lorentz, el tiempo medido por dos observadores inerciales diferentes no es el mismo, sino que debe transformarse con su propia ecuación. Esto implica que el intervalo de tiempo entre dos sucesos ya no es un invariante bajo las transformaciones de Lorentz, sino que observadores distintos miden intervalos de tiempo diferente.

De todos los sistemas de referencia inerciales en donde realizar esta medida, hay uno que tiene un particular interés: aquel en el que los dos sucesos ocurren en la **misma posición**.

Supongamos una nave que viaja desde la Tierra hasta Marte y definimos dos sucesos:

Suceso A. La nave parte de la Tierra.

Suceso B. La nave llega a Marte.

Para un observador que se mueve con la nave, ambos sucesos han ocurrido en la misma posición, en el origen de su sistema de referencia. Al tiempo medido en este sistema de referencia se le da el nombre de **tiempo propio** y se representa con la letra griega τ .

Las transformaciones de Lorentz permiten obtener una expresión que relaciona el intervalo de tiempo medido en cualquier otro sistema de referencia con el intervalo de tiempo propio.

El tiempo entre dos sucesos medido en un sistema inercial cualquiera es siempre mayor o igual que el tiempo propio entre ambos sucesos.

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta \tau$$

A este efecto se le conoce como **dilatación del tiempo** y es más grande cuanto mayor es la velocidad relativa entre ambos sistemas de referencia.

► Actividad resuelta 2

Una nave parte de la Tierra en dirección a Próxima Centauri, que se encuentra a una distancia de 4 años-luz, con una velocidad constante de 0,6c. Determina el tiempo que tardará en realizar el viaje según un observador situado en la Tierra y según un observador situado en el interior de la nave.

Estrategia de resolución

En primer lugar, determinamos cuál es el sistema propio. Definimos los sucesos: suceso A, la nave parte de la Tierra; y suceso B, la nave llega a Próxima Centauri. Queda claro que el tiempo propio se mide en el sistema de referencia de la nave, ya que para ella ambos sucesos ocurren en su misma posición.

El tiempo en el sistema de referencia de la Tierra es:

$$d = v \cdot \Delta t \quad ; \quad \Delta t = \frac{d}{v} = \frac{4 \text{ años-luz}}{0,6 \cdot c} \cdot \frac{1 \text{ año} \cdot c}{1 \text{ año-luz}} = 6,67 \text{ años}$$

Para obtener el tiempo medido por el observador de la nave, calculamos primero el factor de Lorentz y luego utilizamos la expresión de la dilatación del tiempo:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 1,25$$

$$\Delta t = \gamma \Delta \tau \quad ; \quad \Delta \tau = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{6,67}{1,25} = 5,34 \text{ años}$$

puede imaginar un reloj que funcionando rebotar un haz de luz dos superficies reflectantes, de que cada ida y vuelta sea un «tic» o «toc».

un sistema de referencia en que el reloj esté en movimiento, el haz de luz debe recorrer un camino mayor, dado que su velocidad es la misma, tardará un tiempo mayor en recorrer el recorrido.

Actividad 2.0

Experimenta con la dilatación del tiempo y el reloj de luz en la siguiente dirección:

bit.ly/Vascaz_dilatacion_t

Varía la velocidad y observa cómo transcurre el tiempo al pulsar el botón.

Importante

El año-luz es una unidad de distancia, se define como la distancia que recorre la luz en el vacío en un año.

$$1 \text{ año-luz} =$$

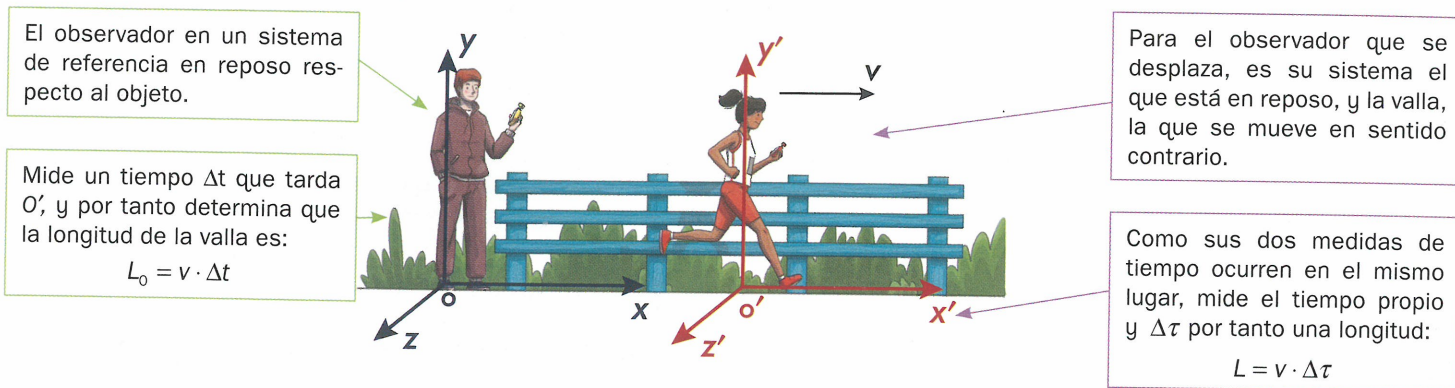
$$3 \cdot 10^8 \cdot (365 \cdot 24 \cdot 3600) =$$

$$= 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Expresamos la distancia en años-luz, el tiempo en años y la velocidad como un múltiplo de la velocidad de la luz. La ecuación $d = v \cdot \Delta t$ es dimensionalmente homogénea.

4.2. Contracción de la longitud

Imaginemos el siguiente método para medir longitudes. Dejamos en reposo el objeto cuya longitud se desea medir y un observador caminará junto al objeto a una cierta velocidad v . Se determinará la longitud (L) del objeto a través del tiempo que tarda un observador en movimiento en recorrer todo el objeto:



Teniendo en cuenta las dos expresiones y la dilatación del tiempo, se concluye que:

La longitud de un objeto medida en un sistema de referencia inercial cualquiera es siempre menor que la longitud medida en el sistema de referencia en que el objeto está en reposo.

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

A la longitud medida en el sistema en que el objeto está en reposo, L_0 , se le da el nombre de **longitud propia**. Este efecto se conoce como **contracción de longitudes** o **contracción de Lorentz** o de **Lorentz-Fitzgerald** por su similitud a la explicación de estos para el experimento de Michelson-Moreley.

Física 2.0

Puedes experimentar con la contracción del espacio y la teoría de Einstein y la de Newton en la dirección:

bit.ly/Vascaz_contraccion_e

Marca sobre las numeraciones para observar cada una de las posibilidades.

► Actividad resuelta 3

La nave de la actividad resuelta 2 mide 120 m según el observador que viaja en su interior. Determina la longitud de la nave respecto al observador que la ve pasar desde la Tierra y la distancia recorrida por esta según cada observador.

Estrategia de resolución

- Como la nave está en reposo con respecto al observador que viaja en su interior, la longitud medida por esta persona es la longitud propia: $L_0 = 120$ m.

Por tanto, la longitud medida por el observador de la Tierra será menor en un factor γ :

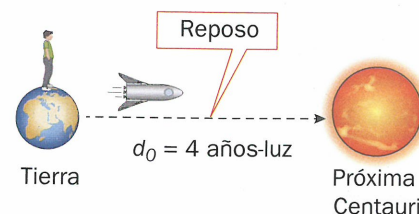
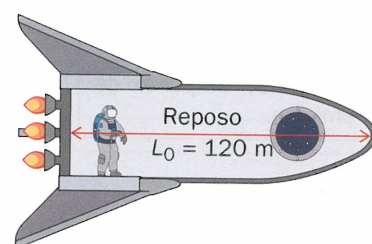
$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{120 \text{ m}}{1,25} = 96 \text{ m}$$

- En cuanto a la distancia recorrida por la nave, la distancia medida por el observador de la Tierra es la distancia propia, ya que el espacio recorrido por la nave se encuentra en reposo respecto a este observador. Por tanto, $d_0 = 4$ años-luz.

Para el observador situado en la nave, es la propia nave la que está en reposo y todo el universo se desplaza en sentido contrario; por tanto, la distancia medida por este observador estará contraída:

$$d = \frac{d_0}{\gamma} = \frac{4}{1,25} = 3,2 \text{ años-luz}$$

Se puede comprobar que es el mismo resultado que obtendríamos si calculáramos la distancia a partir del tiempo medido por el observador y la velocidad de la nave.



4.3. Simultaneidad

Dos sucesos son simultáneos si ocurren en el mismo instante de tiempo, y, por consiguiente, el intervalo de tiempo entre ambos es $\Delta t = 0$.

Analicemos primero el caso particular de sucesos que son simultáneos en el sistema de referencia en que ambos ocurren en el mismo lugar. En este sistema el tiempo medido es el tiempo propio, por lo que $\Delta\tau = 0$. Por otro lado, la dilatación del tiempo dice que, en cualquier otro sistema, el intervalo de tiempo entre ambos sucesos es:

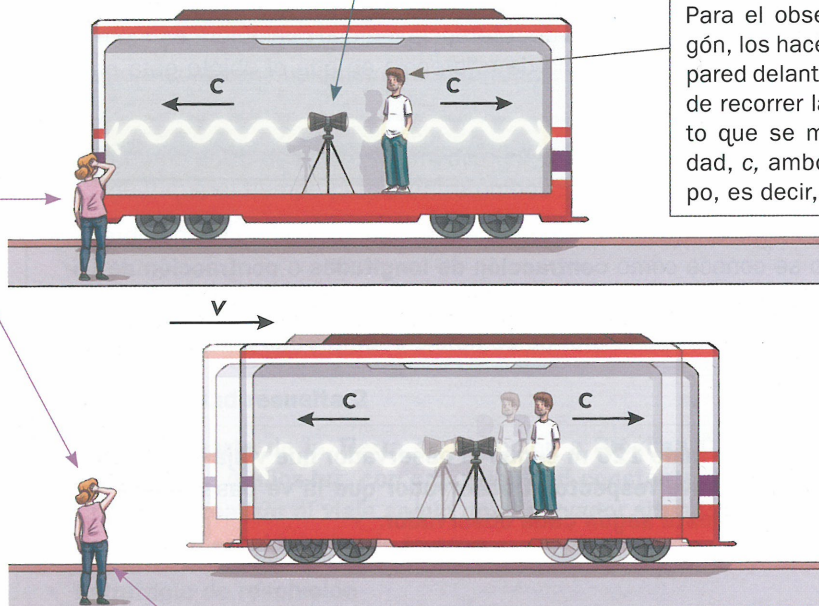
$$\Delta t = \gamma \Delta\tau = \gamma \cdot 0 = 0$$

Sucesos **simultáneos** en el sistema de referencia en que ambos ocurren en la misma **posición** son simultáneos en todos los sistemas de referencia inerciales.

Pero ¿qué ocurre con los sucesos que no cumplen esa condición?

Como los haces se emiten desde la misma posición, la emisión es **simultánea** en todos los sistemas de referencia.

Para el observador del interior del vagón, los haces de luz que se dirigen a la pared delantera y trasera del vagón han de recorrer la misma distancia, y puesto que se mueven a la misma velocidad, c , ambos llegarán al mismo tiempo, es decir, de forma **simultánea**.



Por tanto, el observador del exterior concluirá que primero alcanzará la pared el haz que se mueve hacia la parte trasera y más tarde el otro haz alcanzará la parte delantera. En su sistema de referencia dichos sucesos **no son simultáneos**.

Sucesos **simultáneos** en un sistema de referencia no tienen por qué ser simultáneos en otros sistemas de referencia.

4.4. Transformación relativista de velocidades

Dado que las transformaciones de Galileo han sido sustituidas por las de Lorentz, la expresión que permite obtener la velocidad de movimiento de un objeto al cambiar de sistema de referencia inercial también ha de ser actualizada para que cumpla con los postulados de la relatividad especial.

El observador del exterior del vagón, la emisión de los haces de luz es simultánea, y de acuerdo al segundo postulado de Einstein se moverán a la misma velocidad. Pero dado que el vagón está moviéndose, el tiempo que tarda en alcanzar la pared, ya que esta se está moviendo, es menor. Por tanto, el observador del exterior concluirá que primero alcanzará la pared el haz que se mueve hacia la parte trasera y más tarde el otro haz alcanzará la parte delantera. En su sistema de referencia dichos sucesos no son simultáneos.

2.0

El siguiente vídeo de Quantum Fractal explica la simultaneidad de forma más visual:

bit.ly/QF_presente

Si un objeto se mueve con velocidad constante en la dirección del eje x y determinamos su posición para dos instantes de tiempo dados, podemos determinar su velocidad haciendo:

$$u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Otro observador inercial obtendrá valores diferentes para la posición y el tiempo de esos dos sucesos. Podemos saber qué medirá este observador con las transformaciones de Lorentz:

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \gamma(x_1 - vt_1) \\ x'_2 &= \gamma(x_2 - vt_2) \end{aligned} \right\} \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \quad \left. \begin{aligned} t'_1 &= \gamma\left(t_1 - \frac{v x_1}{c^2}\right) \\ t'_2 &= \gamma\left(t_2 - \frac{v x_2}{c^2}\right) \end{aligned} \right\} \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2}\right)$$

De modo que la velocidad medida en el otro sistema de referencia inercial será:

$$u'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\gamma(\Delta x - v\Delta t)}{\gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)} = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}}$$

Finalmente, dividiendo numerador y denominador entre Δt se llega al siguiente resultado:

Para dos sistemas de referencia (O, x, y, z) y (O', x', y', z') , donde el segundo se desplaza por el eje x a una velocidad v , la relación entre velocidades se obtiene a través de la **transformación relativista de velocidades**:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x \cdot v}{c^2}}$$

Sabías que...

Aunque la velocidad relativa entre los dos sistemas de referencia sea a lo largo de un solo eje, como en nuestro caso el x , las otras componentes de la velocidad también se modifican de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x \cdot v}{c^2}\right)}$$

$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x \cdot v}{c^2}\right)}$$

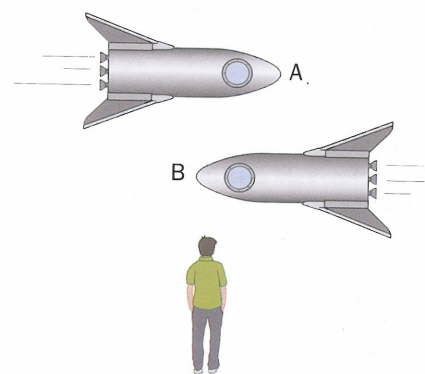
Actividad resuelta 4

Un observador en reposo ve pasar dos naves, A y B, en sentidos opuestos. Este observador determina que la nave A se mueve a $0,5c$ en el sentido positivo de su eje x , mientras que la nave B se mueve a $0,6c$ en el sentido negativo del mismo eje. Determina la velocidad de la nave B respecto a un observador situado en la nave A.

Estrategia de resolución

La nave A es un sistema de referencia inercial que se mueve a una velocidad $v = 0,5c$. El observador en reposo mide una velocidad $u = -0,6c$ para la nave B, ya que se mueve en el sentido negativo del eje x . Por tanto, el observador A la verá moverse a velocidad:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x \cdot v}{c^2}} = \frac{(-0,6c) - 0,5c}{1 - \frac{(-0,6c) \cdot 0,5c}{c^2}} = \frac{-1,1c}{1 + 0,3} = -0,846c$$



Actividades

10. Ayudándote de los planteamientos indicados en los epígrafes 4.1 y 4.2, demuestra las expresiones matemáticas de la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes.

11. Una nave se mueve a un 86,6 % de la velocidad de la luz. Determina a qué distancia está de la Tierra al cabo de 1 minuto (siendo este tiempo medido por un observador en la Tierra) de acuerdo con el sistema de referencia de la Tierra y de la nave.

S: $1,56 \cdot 10^{10}$ para el sistema de la Tierra; $7,8 \cdot 10^9$ en el sistema de la nave.

12. Alicia realizará un viaje en una nave que se moverá a $0,4c$. Antes de partir se pone de acuerdo con su amigo Berto en que, cuando pase junto a la estrella Sirio (situada a 8,6 años-luz de la Tierra), le enviará una señal de radio para informarle. ¿Cuánto tiempo tardará la señal en llegar a Berto desde que Alicia partió de la Tierra? Realiza el cálculo en el sistema de referencia de Alicia y en el de Berto.

S: 30,1 años para Berto; 27,6 años para Alicia.

13. Utiliza la transformación relativista de velocidades para demostrar que un rayo de luz se mueve a velocidad c en cualquier sistema de referencia inercial.

5. Dinámica relativista

La dinámica relativista estudia cómo los cuerpos interactúan entre ellos en la relatividad especial y revisa las leyes de conservación más importantes.

5.1. Momento lineal relativista

En la física newtoniana el momento lineal de una partícula se define como:

$$p = m \cdot v$$

Y de la definición de fuerza se deriva la **ley de conservación del momento lineal**, que dice:

El **principio de conservación del momento lineal** indica que, en ausencia de fuerzas externas, el momento lineal total de un sistema de partículas se conserva.

El principio de relatividad asegura que si en un sistema de referencia el momento lineal se conserva, en cualquier otro sistema de referencia inercial también lo hará. Esto es cierto con la definición clásica del momento si al cambiar de sistema de referencia se utilizan las transformaciones de Galileo para determinar las velocidades en el otro sistema. Pero en relatividad se deben emplear las transformaciones de Lorentz, y se puede comprobar fácilmente mediante el estudio de colisiones que el hecho de que en un sistema se conserve el momento no garantiza que se conserve en todos los sistemas.

Esto da pie a plantearse que la definición del momento lineal se deba modificar, de forma que su ley de conservación cumpla el principio de relatividad.

En relatividad especial se define el **momento lineal relativista** mediante la siguiente expresión:

$$p = \gamma \cdot m \cdot v$$

donde el factor de Lorentz, γ , debe determinarse con la velocidad de la partícula cuyo momento se está calculando. En el límite en que la velocidad es muy baja comparada con la de la luz, el factor de Lorentz tiende a 1 y se recupera la expresión clásica.

En ocasiones, a la cantidad $m' = \gamma \cdot m$ se le da el nombre de **masa relativista**. Esto se hace sencillamente para que el momento lineal relativista se pueda escribir de una forma análoga a la expresión clásica:

$$p = m' \cdot v$$

Es frecuente que a la masa de la partícula, m , se le llame también **masa en reposo**. Esto se debe a que, en el caso de un objeto en reposo, $\gamma = 1$ y por tanto $m' = m$. La masa en reposo es un invariante en relatividad especial.



Actividades

- 14.** Un objeto de masa 150 g se mueve al 57 % de la velocidad de la luz en el vacío. Determina su momento lineal relativista.

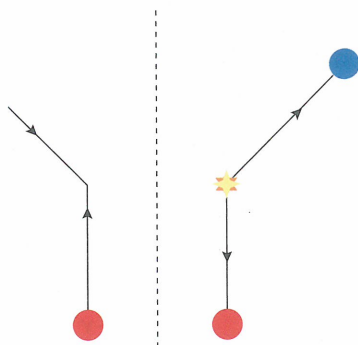
S: $p = 3,12 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

- 15.** Contesta a estas cuestiones:

- a) ¿A qué velocidad debe moverse una partícula para que su masa relativista sea tres veces su masa en reposo?
- b) Si su masa en reposo es de 5 μg , ¿cuál es el valor de su momento lineal?

S: $v = 2,83 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $p = 4,25 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Estudio de colisiones sencillas muestra que el momento lineal no se conserva en relatividad, a menos que fijemos su definición.



5.2. Energía relativista

Al utilizar la nueva definición del momento lineal relativista para determinar la energía de un objeto, se obtiene una nueva expresión para esta:

La **energía relativista** de una partícula de masa m que se mueve a velocidad v es:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2$$

donde el factor γ se calcula a partir de la velocidad del objeto.

Esta expresión se parece mucho a la famosa ecuación de Einstein de la teoría de la relatividad, que no es más que un caso particular en el que el objeto se encuentra en reposo ($\gamma = 1$).

La **energía en reposo** de un objeto de masa m viene dada por la expresión:

$$E_0 = m \cdot c^2$$

Esta expresión recibe el nombre de **equivalencia entre masa y energía**, y se puede interpretar diciendo que la masa es una forma de energía. Esto da pie a que podamos utilizar las unidades de energía para indicar la masa de una partícula, ya que:

$$m = \frac{E_0}{c^2}$$

Esta es una práctica habitual en física de partículas en donde se utiliza el valor de la energía en reposo para indicar la masa de las partículas y se expresa en unidades de energía divididas por c^2 . La unidad de energía que habitualmente se utiliza es el **electronvoltio (eV)**.

Se define el **electronvoltio (eV)** como la energía que adquiere una carga de valor igual a la carga elemental al ser acelerada por una diferencia de potencial de 1 voltio:

$$\Delta E = q\Delta V = e \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

De modo que la unidad de energía electronvoltio equivale, en el SI, a:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Por ejemplo, para el caso del electrón:

$$E_0 = m_e c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 511000 \text{ eV} = 511 \text{ keV}$$

De modo que se puede decir que la masa del electrón es de $511 \text{ keV} \cdot c^{-2}$.

En mecánica, la energía cinética es la energía de un cuerpo debida a su movimiento. La energía relativista tiene en cuenta el movimiento del cuerpo, ya que el factor de Lorentz depende de la velocidad, pero también incluye a la energía en reposo. Para determinar la expresión relativista de la energía cinética, tan solo hemos de restar a la energía relativista la energía en reposo. La diferencia entre ambas es la energía debida al movimiento:

$$E_c = E - E_0 = \gamma mc^2 - mc^2$$

La **energía cinética relativista** de un objeto de masa m viene dada por la expresión:

$$E_c = (\gamma - 1)mc^2$$

En el límite en que la velocidad tiende a c , el factor de Lorentz tiende a infinito. Por tanto, para que un cuerpo alcance la velocidad de la luz, hay que incrementar su energía en una cantidad infinita, motivo por el cual una partícula con masa no puede alcanzar la velocidad de la luz.

Sabías que...

A continuación tienes las masas de algunas partículas expresadas en múltiplos del $\text{eV} \cdot c^{-2}$:

Masa del electrón: $511 \text{ keV} \cdot c^{-2}$.

Masa del protón: $938 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$.

Masa del neutrón: $940 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$.

Masa del muon: $106 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$.

Sabías que...

Utilizando un método matemático conocido como **desarrollos en serie de potencias**, se puede demostrar que a velocidades bajas la expresión de la energía cinética relativista se transforma en la expresión clásica a la que estamos acostumbrados:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

5.3. Relación entre el momento lineal y la energía

A partir de las definiciones clásicas de la energía cinética y del momento lineal, se puede obtener una expresión que las relaciona:

$$\left. \begin{aligned} p &= m \cdot v \\ E_c &= \frac{1}{2} m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} E_c = \frac{p^2}{2m}$$

Pero, dado que han cambiado las expresiones de la energía y del momento lineal, su relación ahora es diferente. Se puede demostrar que la expresión correcta en relatividad es:

La expresión de la **energía relativista** en función del momento lineal de una partícula de masa m viene dada por la expresión:

$$E^2 = p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4$$

donde recordamos que E no es la energía cinética, sino la energía relativista.

Esta relación es válida incluso en el caso de partículas que no tengan masa. Un ejemplo de este tipo de partículas es el fotón, partículas de luz que estudiaremos con más detalle en la próxima unidad. Para dichas partículas se cumple que:

$$E^2 = p^2 \cdot c^2 + 0^2 \cdot c^4 = p^2 \cdot c^2$$

$$E = p \cdot c$$

Esta relación implica que una partícula sin masa como el fotón tiene momento lineal a pesar de no tener masa, pero debe calcularse a partir de su energía y no mediante la definición del momento lineal dada en el epígrafe 5.1.

► Actividad resuelta 5

La energía cinética de una partícula es igual al 50 % de su energía en reposo. Determina la velocidad a la que se mueve la partícula.

Estrategia de resolución

La relación entre la energía cinética y la energía en reposo de una partícula es:

$$E_c = (\gamma - 1)mc^2 = (\gamma - 1)E_0$$

En nuestro caso, sabemos que:

$$E_c = 0,5 \cdot E_0$$

Por tanto:

$$\gamma - 1 = 0,5$$

$$\gamma = 1,5$$

Podemos utilizar esto para determinar la velocidad a partir del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \quad ; \quad 1-\beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} \quad ; \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

De modo que:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1,5^2}} = 0,745$$

Eso significa que se mueve a una velocidad de $0,745c$, es decir, al 74,5 % de la velocidad de la luz. En el sistema internacional esa velocidad es:

$$v = \beta \cdot c = 0,745 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,235 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

► Actividad resuelta 6

Un electrón ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) se mueve con una energía cinética de 3 keV. Calcula:

- La energía total del electrón en el sistema internacional y en MeV.
- El momento lineal del electrón.

Estrategia de resolución

a) La energía en reposo del electrón es: $E_0 = mc^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14}$ J

que equivale a: $E_0 = 8,19 \cdot 10^{-14}$ J $\cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \cdot \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 0,512 \text{ MeV}$

De modo que la energía total del electrón será:

$$E = E_0 + E_c = 0,512 + 0,003 = 0,515 \text{ MeV}$$

Y expresada en el sistema internacional:

$$0,515 \text{ MeV} \cdot \frac{10^6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 8,24 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

b) A partir de la relación entre la energía y el momento lineal:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad ; \quad E^2 = p^2 c^2 + E_0^2 \quad ; \quad p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 \quad ; \quad p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2}$$

De modo que el momento lineal relativista del electrón es:

$$p = \sqrt{\frac{E^2 - E_0^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{(8,24 \cdot 10^{-14})^2 - (8,19 \cdot 10^{-14})^2}{(3 \cdot 10^8)^2}} = 3,02 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

► Actividad resuelta 7

Una partícula inicialmente en reposo tiene una energía de 0,9 GeV. Un fotón incide sobre la partícula y esta absorbe toda su energía, tras lo cual se mueve con una velocidad de $3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Obtén la energía del fotón antes de ser absorbido.

Estrategia de resolución

Tras absorber el fotón, la partícula se mueve a $v = 3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,1c$. Por tanto, su factor de Lorentz será:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,1^2}} = 1,005$$

Y su energía: $E = \gamma mc^2 = \gamma E_0 = 1,005 \cdot 0,9 = 0,9045 \text{ GeV}$

La energía del fotón será la diferencia entre la energía en reposo y la energía final:

$$E_{\text{fotón}} = 0,9045 - 0,9 = 0,0045 \text{ GeV} = 4,5 \text{ MeV}$$

✍ Actividades

16. La energía en reposo de una partícula denominada *pion* es de unos 140 MeV. Obtén su masa en el sistema internacional.

S: $m = 2,49 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$

17. Determina la energía y el momento lineal de un muon que se mueve a $0,995c$.

Dato: energía en reposo del muon: 105,7 MeV.

S: $E = 1057 \text{ MeV}$; $p = 5,61 \cdot 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

18. Un electrón se acelera hasta alcanzar el 80 % de la velocidad de la luz. Compara su energía cinética relativista con el valor de la energía cinética según la física newtoniana.

Dato: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

S: En relatividad, $E_c = 5,46 \cdot 10^{-14} \text{ J}$;
en física newtoniana, $E_c = 2,62 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

6. Paradojas relativistas

En ocasiones se plantean situaciones aparentemente paradójicas para comprobar si una teoría es sólida. A continuación se muestran las dos paradojas más famosas de la relatividad.

6.1. Paradoja de los gemelos

La paradoja de los gemelos hace patente una característica de la relatividad que a menudo se malinterpreta: aunque la percepción del espacio y del tiempo varíe de un observador a otro, la realidad debe ser la misma para todos ellos. Es decir, los sucesos no pueden ser distintos para los diferentes observadores; si algo ocurre para un observador, debe ocurrir para todos.

La paradoja se plantea de la siguiente manera:

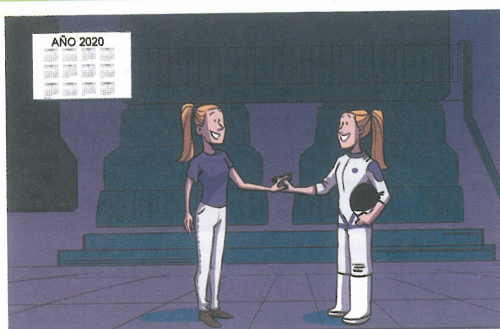
ca 2.0

el siguiente vídeo del Laboratorio Nacional Fermi (o Fermilab) de Estados Unidos, tienes una explicación de la paradoja con cálculos que es a tu alcance:

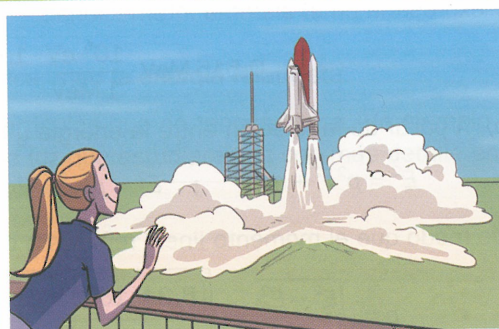
bit.ly/Fermilab_gemelos

pones de una explicación más detallada en:

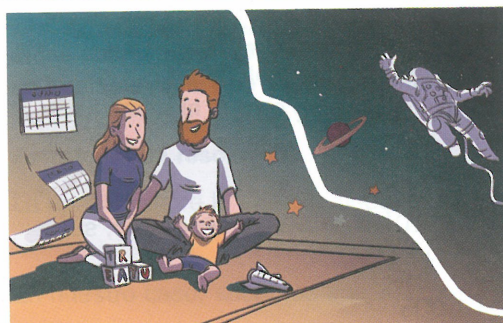
bit.ly/RSF_Paradoja_gemelos



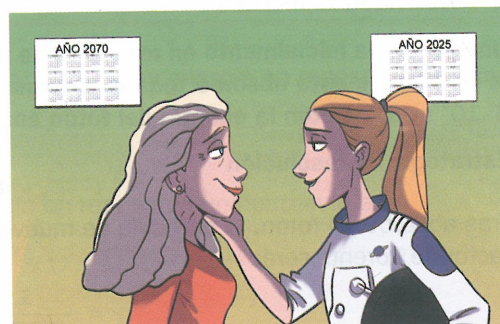
Dos gemelas idénticas llevan a cabo un experimento: una de ellas hará un viaje interestelar y la otra permanecerá en la Tierra.



En el sistema de referencia de la hermana que permanece en la Tierra, su gemela realiza un viaje a velocidades cercanas a c mientras ella permanece en reposo.



Según la gemela de la Tierra, el tiempo para su hermana transcurre más despacio al estar en movimiento debido a la dilatación del tiempo.



Por tanto, cuando vuelvan a encontrarse, la gemela que viajaba en la nave será más joven que la que ha permanecido en la Tierra.

Sabías que...

y otras formas de explicar la paradoja de los gemelos, por ejemplo, aludiendo al hecho de que en algunos momentos de su viaje el gemelo de la nave debe acelerar o frenar y, por tanto, su sistema de referencia es no inercial en esos tramos. Otra argumentación tiene en cuenta la relatividad general y la dilatación del tiempo debida a la presencia de un campo gravitatorio. Pero todas ellas llevan a la misma conclusión, aunque con cálculos más complicados.

Pero la paradoja no consiste en que las gemelas tengan edades diferentes. La cuestión es que si pensamos en la misma situación desde el punto de vista de la gemela de la nave, en su sistema de referencia ella misma está en reposo y es la otra gemela, junto con la Tierra, quien se aleja de ella a velocidades relativistas. Eso implica que, para la gemela de la nave, quien ha envejecido menos es la gemela de la Tierra.

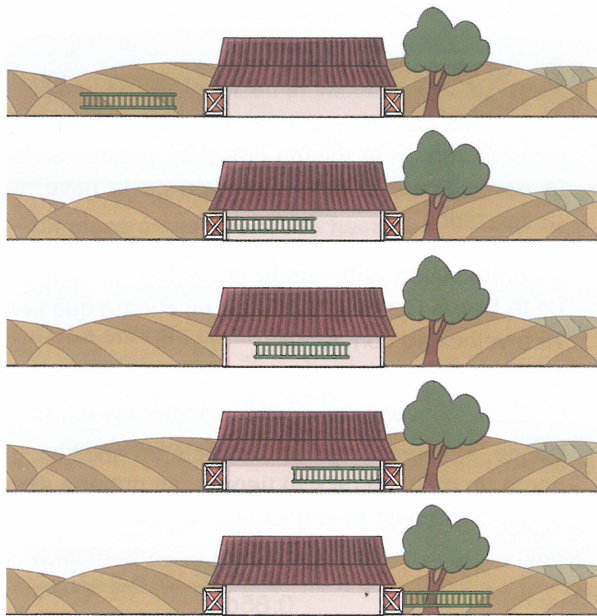
Está claro que no pueden ocurrir ambas cosas a la vez, pero, entonces, ¿quién tiene razón? ¿O la relatividad está equivocada y la dilatación del tiempo es un fenómeno inexistente?

La solución más sencilla a la paradoja se encuentra en que el problema carece de simetría. La gemela que viaja en la nave en algún momento ha de dar la vuelta para regresar, y eso supone que no ha estado en un único sistema de referencia durante el viaje, sino en varios. Al realizar los cálculos teniendo esto en cuenta, encontramos que, cualquiera que sea el sistema de referencia que se utilice, **la gemela de la nave envejece menos que la gemela de la Tierra.**

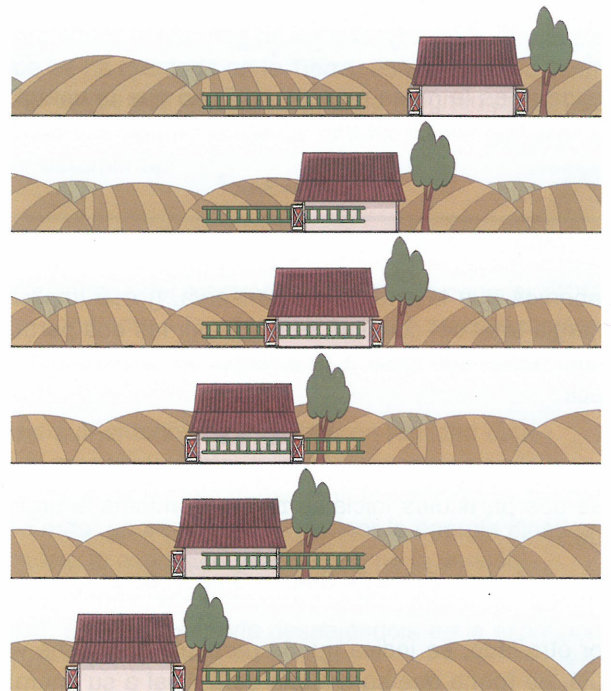
6.2. Paradoja del granero

Imaginemos que tenemos una escalera larga y un pequeño granero. El granero tiene dos puertas en paredes opuestas, y la distancia de una puerta a la otra es inferior a la longitud de la escalera. Las puertas del granero disponen de sensores, de manera que la puerta de entrada se cierra automáticamente cuando el extremo posterior de la escalera ha entrado en el granero, y la puerta de salida se abre automáticamente cuando el extremo frontal de la escalera llega hasta su posición.

La cuestión es: ¿cabe la posibilidad de que la escalera quepa por completo dentro del granero? Es decir, que al menos durante unos instantes ambas puertas se mantengan cerradas con la escalera dentro. La respuesta, *a priori*, es que no, ya que la escalera es demasiado larga, pero si tenemos en cuenta la contracción de longitudes de la relatividad especial, podemos encontrar un resultado sorprendente.



En el sistema de referencia del granero, la longitud de la escalera está contraída, de modo que si la persona que la sostiene corre suficientemente rápido, podría contraerse lo bastante como para caber en el granero.



Sin embargo, en el sistema de referencia de la escalera es el granero el que está en movimiento y, por tanto, la distancia entre las puertas está contraída. De modo que si en reposo la escalera no cabía en su interior, es evidente que ahora tampoco lo hará.

¿Cuál es la descripción correcta entonces? ¿Han estado en algún momento las dos puertas cerradas simultáneamente con la escalera dentro?

Puede que esta situación sea poco intuitiva, pero en el marco de la relatividad no hay ningún problema con que los dos observadores describan situaciones diferentes. Recordemos que el hecho de que dos sucesos sean simultáneos en un sistema de referencia no implica que lo vayan a ser en todos los sistemas de referencia; esto solo ocurre cuando ambos sucesos ocurren en la misma posición.

Es más, la relatividad especial permite que sucesos que para un observador ocurren en un determinado orden, para otro observador ocurran en el orden contrario. Pero para que esto pase, los dos sucesos deben estar lo suficientemente alejados como para que ni siquiera a un rayo de luz le dé tiempo a viajar de la posición de uno a la del otro en el intervalo de tiempo entre los dos sucesos (y, por tanto, el primero no puede ser causa del segundo). De este modo, ambas descripciones de este experimento mental serían correctas.

Física 2.0

En el siguiente enlace dispones de una variante de la paradoja del granero. En esta ocasión, la escalera es más corta que el granero.

bit.ly/RSF_Paradoja_granero

ACTIVIDADES RESUELTAS

1. EV AU Una partícula de masa en reposo m y energía igual a tres veces su energía en reposo se une a otra de igual masa y energía para formar una única partícula con velocidad nula y energía en reposo Mc^2 . Si en el proceso de unión se conserva la energía, calcula el valor de M en función de m y la velocidad de las partículas iniciales en función de la velocidad de la luz en el vacío, c .

(Comunidad Valenciana, 2019)

Estrategia de resolución

La energía de una partícula relativista viene dada por la expresión:

$$E = \gamma mc^2$$

donde m es la masa en reposo. Dado que la energía de las partículas iniciales es tres veces su energía en reposo:

$$E = 3mc^2$$

Por tanto $\gamma = 3$.

Sabemos que la energía se conserva, y eso implica que la energía total del conjunto formado por las dos partículas iniciales debe ser igual a la energía de la partícula final. Es decir:

$$E_1 + E_2 = E_f$$

Las dos partículas iniciales tienen la misma energía, por lo que:

$$E_1 + E_2 = 3mc^2 + 3mc^2 = 6mc^2$$

Por otro lado, se indica que la partícula final tiene velocidad nula, de forma que su energía será igual a su energía en reposo:

$$E_f = Mc^2$$

Así que, igualando la energía inicial con la final:

$$6mc^2 = Mc^2$$

$$M = 6m$$

Para terminar, obtenemos la velocidad a partir del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \beta^2 \quad ; \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{3^2}} = 0,943$$

De manera que las partículas iniciales se mueven a una velocidad de:

$$v = 0,943c = 0,943 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,829 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. EV AU Una nave interestelar parte hacia la estrella Sirio, situada a 8,7 años-luz de la Tierra, viajando a una velocidad de 0,85c. Calcula el tiempo (expresado en años) que invierte la nave en alcanzar dicha estrella según los relojes terrestres y según los relojes de a bordo.

(Canarias, 2019)

Estrategia de resolución

Para saber el tiempo en ambos sistemas de referencia, hemos de tener en cuenta la dilatación temporal. Y para aplicarla correctamente, necesitamos saber en qué sistema se mide el tiempo propio. Para ello es útil definir los sucesos:

A. La nave parte de la Tierra.

B. La nave llega a Sirio.

El sistema que mide el tiempo propio es aquel en el que ambos ocurren en la misma posición, y dicho sistema es el de la nave (desde el punto de vista de la nave, ella no se ha desplazado).

A continuación obtenemos el tiempo medido por los relojes de la Tierra. Para ello tenemos en cuenta que la nave se mueve a velocidad constante:

$$d = v \cdot \Delta t \quad ; \quad \Delta t = \frac{d}{v}$$

donde, si expresamos la distancia en años-luz y la velocidad como un múltiplo de c el tiempo, se obtiene directamente en años, como pide el enunciado. Así que:

$$\Delta t = \frac{8,7 \text{ años-luz}}{0,85c} = 10,2 \text{ años}$$

según los relojes de la Tierra.

A continuación obtenemos el factor de Lorentz para la velocidad a la que se mueve la nave:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Como la nave se mueve a 0,85c, eso significa que $\beta = 0,85$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,85^2}} = 1,90$$

Finalmente, aplicando la dilatación temporal y recordando que el tiempo propio es el medido por la nave:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta \tau$$

$$\Delta \tau = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{10,2}{1,90} = 5,37 \text{ años}$$

según los relojes de la nave.

EVALÚATE

1 Dos hermanos gemelos tienen 32 años cuando uno de ellos sale de viaje en una nave que se mueve con una velocidad cercana a la de la luz.

- Cuando el astronauta cumple 35 años en su nave, el hermano en la Tierra cumple 40. Calcula la velocidad con la que se mueve la nave.
- Durante el viaje, el gemelo astronauta mide la longitud de la nave en la dirección del movimiento con un resultado de 100 m. Determina la longitud de la nave que mediría su hermano en la Tierra al verla pasar.

Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(La Rioja, 2018)

PROCEDIMIENTO

Conocemos el tiempo medido en ambos sistemas de referencia. En primer lugar, se determina cuál de ellos mide el tiempo propio, y para ello resulta útil definir los dos sucesos separados por ese intervalo de tiempo.

Una vez aclarado cuál es el tiempo propio, se puede usar la dilatación temporal para obtener el factor de Lorentz. Y conocido el factor de Lorentz, es posible calcular la velocidad a la que se está moviendo la nave.

Para saber la longitud de la nave que mide el gemelo que se ha quedado en la Tierra, es necesario aclarar cuál de los dos hermanos mide la longitud propia, de tal forma que podamos aplicar la contracción de longitudes correctamente.

2 Un electrón es acelerado hasta que su masa es dos veces su masa en reposo. Determina:

- La energía cinética del electrón.
- La velocidad a la que ha sido acelerado.

Masa en reposo del electrón,
 $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;
 velocidad de la luz en el vacío,
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(Andalucía, 2018)

PROCEDIMIENTO

Para calcular la energía cinética del electrón, es necesario conocer el factor de Lorentz correspondiente a la velocidad a la que se está moviendo. Este dato lo podemos deducir del hecho de que su masa es el doble que su masa en reposo.

Al decir que su masa ha aumentado, el enunciado en realidad está haciendo referencia a la masa relativista, y, por tanto, comparando la masa relativista con la masa en reposo deducimos el valor del factor de Lorentz. Una vez hecho esto, ya se puede determinar la energía cinética, asegurándonos de emplear la expresión relativista y no la versión clásica a la que estamos acostumbrados.

En cuanto a la velocidad, es fácil obtenerla despejándola en la expresión matemática del factor de Lorentz.

3 En las partes altas de la atmósfera, y debido a los rayos cósmicos, se producen unas partículas elementales, denominadas muones, que se mueven a velocidades relativistas hacia la superficie de la Tierra. Un muon desciende verticalmente con una velocidad $v = 0,9c$.

- Calcula la energía en reposo y la energía total del muon en MeV.
- El muon se ha producido a una altura de 10 km. Determina el intervalo de tiempo que tarda el muon en alcanzar la superficie, según un sistema de referencia ligado a la Tierra y según un sistema de referencia que viaje con el muon.

Datos: velocidad de la luz en el vacío,
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; masa (en reposo) del muon,
 $m = 1,88 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$; carga elemental,
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

(Comunidad Valenciana, 2015)

PROCEDIMIENTO

La energía en reposo del muon se obtiene a partir de la ecuación de Einstein que relaciona masa y energía.

Para determinar la energía total relativista, en primer lugar debe obtenerse γ a partir de la velocidad a la que se mueve el muon.

El enunciado indica que estas energías se deben expresar en MeV, de modo que haremos uso de la carga elemental para realizar el cambio de unidades.

Calcular el tiempo que tarda el muon en llegar a la superficie es sencillo en el sistema de referencia ligado a la Tierra, ya que el muon se mueve a velocidad constante.

Para conocer el tiempo en el sistema de referencia que se mueve junto con el muon, se debe tener claro en qué sistema se mide el tiempo propio. Primero definimos los dos sucesos que definen el intervalo de tiempo, de modo que nos sirvan de ayuda para deducir cuál es el tiempo propio. Una vez hecho esto, basta con aplicar la dilatación temporal.

1 SOLUCIÓN: a) Consideremos los sucesos:

A. La nave parte cuando los gemelos tienen 32 años.

B. Pasado un tiempo, ha recorrido cierta distancia.

El tiempo propio entre ambos sucesos es el medido en el sistema de referencia de la nave, ya que en ese sistema ocurren en la misma posición (la nave no se ha movido respecto a su propio sistema de referencia). Por tanto, el tiempo medido por el gemelo que está en este sistema de referencia será el tiempo propio, y como el suceso B ocurre cuando este gemelo cumple 35 años, tenemos que:

$$\Delta\tau = 3 \text{ años}$$

El gemelo de la Tierra cumple 40 años en su sistema de referencia cuando ocurre el suceso B, de modo que en su sistema ha pasado un tiempo:

$$\Delta t = 8 \text{ años}$$

De acuerdo con la dilatación temporal, sabemos que:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta\tau \quad ; \quad 8 = \gamma \cdot 3 \quad ; \quad \gamma = \frac{8}{3}$$

Utilizando ahora la definición del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \beta^2 \quad ; \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{3^2}{8^2}} = 0,927$$

Lo cual significa que la nave se mueve a una velocidad de:

$$v = 0,927c = 0,927 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,78 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

respecto al sistema de referencia de la Tierra.

b) La longitud propia es la obtenida en el sistema de referencia en que el objeto medido se encuentra en reposo, y por tanto será la longitud que mide el gemelo en el sistema de referencia de la nave.

$$L_0 = 100 \text{ m}$$

De acuerdo con la contracción de longitudes, el gemelo que está en el sistema de referencia de la Tierra medirá una longitud de:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100 \text{ m}}{\frac{8}{3}} = 37,5 \text{ m}$$

2 SOLUCIÓN: a) Cuando se indica que su masa es mayor que su masa en reposo, se está haciendo referencia a la masa relativista. Si esta es dos veces la masa en reposo, eso significa que:

$$m' = \gamma \cdot m = 2m$$

Por tanto, el factor de Lorentz es 2.

Con esta información ya podemos calcular la energía cinética de la partícula:

$$E_c = (\gamma - 1)mc^2$$

$$E_c = (2 - 1) \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,199 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

b) Para determinar la velocidad del electrón, partimos del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \frac{1}{\gamma^2} = 1 - \beta^2 \quad ; \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}} = 0,866$$

Y, por tanto, se mueve a una velocidad de:

$$v = 0,866c = 0,866 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,598 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3 SOLUCIÓN: a) La energía en reposo del muon se obtiene mediante la expresión:

$$E = mc^2 = 1,88 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,69 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

A continuación la expresamos en MeV:

$$E = 1,69 \cdot 10^{-11} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \cdot \frac{1 \text{ MeV}}{10^6 \text{ eV}} = 106 \text{ MeV}$$

Para obtener la energía total, necesitamos conocer el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,29$$

De modo que la energía total será:

$$E = \gamma \cdot E_0 = 2,29 \cdot 106 \text{ MeV} = 243 \text{ MeV}$$

b) Para calcular los intervalos de tiempo, primero decidimos cuál es el tiempo propio. Si definimos los sucesos:

A. El muon se crea a 10 km de altura,

B. El muon llega a la superficie de la Tierra,

queda claro que el tiempo propio es el medido en el sistema de referencia del muon.

Para el sistema de referencia de la Tierra, obtenemos el tiempo a partir de la distancia que recorre y de su velocidad, que es de $v = 0,9c = 0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,7 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{10\,000 \text{ m}}{2,7 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 3,70 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Finalmente, obtenemos el tiempo en el sistema del muon (el tiempo propio) a partir de la dilatación temporal:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta\tau$$

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{3,7 \cdot 10^{-5} \text{ s}}{2,29} = 1,62 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

1. **EV3 AU** Una nave parte hacia un planeta situado a 8 años-luz de la Tierra, a una velocidad de $0,8c$. Si se consideran despreciables los tiempos empleados en aceleraciones y cambios de sentido, calcula el tiempo invertido en el viaje de ida y vuelta para un observador en la Tierra y para un astronauta que viaja en la nave.

Solución (un error)

En el sistema de referencia de la Tierra, la nave tarda en hacer el viaje de ida un tiempo dado por el intervalo:

$$d = v\Delta\tau \quad ; \quad \Delta\tau_{\text{ida}} = \frac{d}{v} = \frac{8 \text{ años-luz}}{0,8c} = 10 \text{ años}$$

Como realiza la ida y la vuelta a la misma velocidad, tardará el mismo tiempo, y despreciando aceleraciones y cambio de sentido, el tiempo total invertido es:

$$\Delta\tau_{\text{total}} = 2\Delta\tau_{\text{ida}} = 2 \cdot 10 \text{ años} = 20 \text{ años}$$

Para saber el tiempo en el sistema del astronauta, determinamos el factor de Lorentz:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,8c}{c} = 0,8$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = \frac{5}{3}$$

Y puesto que el tiempo propio es el medido por el observador de la Tierra, el tiempo medido por el astronauta es:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta\tau = \frac{5}{3} \cdot 20 \text{ años} = 33,3 \text{ años}$$

2. **EV3 AU** Determina:

- a) La masa relativista y la cantidad de movimiento de un protón cuando se mueve a $2,70 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- b) El aumento de energía necesario para que el protón del apartado anterior cambie su velocidad de $v_1 = 2,70 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $v_2 = 2,85 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Datos: masa del protón en reposo = $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; velocidad de la luz en el vacío = $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Solución (un error en cada apartado)

Calculamos el factor de Lorentz:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2,70 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 0,9$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,29$$

Determinamos la masa relativista:

$$m' = \gamma m = 2,29 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3,82 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Obtenemos el momento lineal:

$$p = \frac{mv}{\gamma} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2,70 \cdot 10^8}{2,29} = 2,19 \cdot 10^{-19} \text{ kg}$$

Para calcular la energía inicial, utilizamos el factor de Lorentz del apartado anterior:

$$E_1 = \gamma_1 mc^2 = 2,29 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 3,44 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Para la energía final, calculamos el nuevo factor de Lorentz utilizando la velocidad final:

$$\beta_2 = \frac{v_2}{c} = \frac{2,85 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 0,95$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,95^2}} = 4,47$$

$$E_2 = \gamma_2 mc^2 = 4,47 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 6,72 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Finalmente, el aumento de energía necesario es:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 6,72 \cdot 10^{-10} - 3,44 \cdot 10^{-10} = 3,28 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

3. **EV3 AU** La energía cinética relativista de un electrón es el doble de su energía en reposo. Calcula su energía total y su velocidad en unidades del SI.

Datos: masa del electrón = $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; velocidad de la luz en el vacío = $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Solución (tres errores)

La energía cinética relativista es:

$$E_c = \gamma mc^2 = \gamma E_0$$

Como se indica que es el doble de la energía en reposo, es implica que:

$$\gamma = 2$$

La energía total se obtiene con la expresión:

$$E = (\gamma + 1)mc^2$$

De modo que:

$$E = (2 + 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 2,46 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Finalmente, obtenemos la velocidad a partir del factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Al despejar se obtiene:

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0,71$$

De modo que la velocidad es:

$$v = 0,71c = 0,71 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,13 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ACTIVIDADES

actividad de Galileo

Un objeto pasa de la posición $x_1 = 3 \text{ m}$ en $t_1 = 0 \text{ s}$ a la posición $x_2 = -5 \text{ m}$ en $t_2 = 2 \text{ s}$ de acuerdo con un observador en reposo. Utiliza las transformaciones de Galileo para determinar:

- Su velocidad respecto a ese sistema de referencia.
- Las posiciones x'_1 y x'_2 respecto a otro observador que se mueve con velocidad $v = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ respecto del primero.
- La velocidad del objeto en el sistema de referencia en movimiento.

S: a) $u = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $x'_1 = 3 \text{ m}$ y $x'_2 = -8 \text{ m}$;
c) $u' = -5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Un tren se mueve a una velocidad de $150 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. En cierto instante se cruza con otro tren que viaja a $175 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ en sentido contrario.



- ¿A qué velocidad verá pasar un pasajero del primer tren el segundo tren respecto a un sistema de referencia situado en el interior del primero?
- Si el pasajero del primer tren observa que un tercer tren le adelanta a una velocidad relativa de $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, ¿a qué velocidad se está moviendo este tercer tren respecto a un observador en reposo que lo ve pasar desde el andén?

S: a) $u' = -325 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; b) $u = 230 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

Cuando se estudia un movimiento en un sistema de referencia no inercial, se deben añadir fuerzas ficticias. Se trata de fuerzas que en realidad no existen, pero se utilizan para tener en cuenta los efectos de la inercia al estar en un sistema acelerado y conseguir que nuestros cálculos encajen con las observaciones. ¿Contradice esto el principio de relatividad al no tener la misma expresión la segunda ley de Newton en este sistema comparado con un sistema en reposo?

problema del electromagnetismo

✂ Investigad qué otras propuestas se hicieron, además de la contracción de Lorentz-Fitzgerald, para explicar los resultados del experimento de Michelson-Morley y debatidlas con el resto de la clase.

- Según la hipótesis del éter, los rayos de luz se mueven a una velocidad c con respecto a este medio. Utiliza la física de Galileo para averiguar la rapidez de un rayo de luz que se mueve a una velocidad v con respecto al éter en los siguientes casos:

- El sistema se mueve en la misma dirección y sentido que el rayo de luz.
- El sistema se mueve en la misma dirección que el rayo de luz, pero en sentido contrario.
- El sistema se mueve perpendicular al rayo de luz.

S: a) $u = c - v$; b) $u = c + v$; c) $u = \sqrt{c^2 + v^2}$

Transformaciones de Lorentz

- Un objeto pasa de la posición $x_1 = 0 \text{ m}$ en $t_1 = 0 \text{ s}$ a la posición $x_2 = -5 \cdot 10^7 \text{ m}$ en $t_2 = 2 \text{ s}$ de acuerdo con un observador en reposo. Utiliza las transformaciones de Lorentz para determinar:

- Su velocidad respecto a ese sistema de referencia.
- Las posiciones x'_1 y x'_2 respecto a otro observador que se mueve con velocidad $v = 0,7c$.
- La velocidad del objeto en el sistema de referencia en movimiento.

S: a) $u = -2,5 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $x'_1 = 0 \text{ m}$ y $x'_2 = -5,88 \cdot 10^8 \text{ m}$;
c) $u' = -2,22 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- ✂ Representad gráficamente el factor de Lorentz en función de la velocidad. A continuación, dad vuestra opinión acerca del valor a partir del cual los efectos relativistas dejan de ser despreciables.
- Dos sucesos ocurren en la misma posición en un cierto sistema en los instantes de tiempo $t_1 = 5 \text{ s}$ y $t_2 = 8 \text{ s}$. ¿Qué distancia separa ambos sucesos en otro sistema de referencia que se mueve con velocidad $0,8c$ respecto al primero?

S: $\Delta x = 1,2 \cdot 10^9 \text{ m}$

Dilatación del tiempo

- ¿A qué velocidad debe moverse un observador para que su tiempo propio sea la mitad del tiempo medido por un observador en reposo?

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

S: $v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- Dos observadores, uno en la Tierra y otro en una nave, sincronizan sus relojes justo cuando el segundo inicia un viaje a una velocidad de $1,2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. ¿Qué tiempo habrá pasado para el observador de la nave cuando en la Tierra hayan transcurrido dos horas?

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

S: $t = 1 \text{ hora y } 50 \text{ minutos}$

11. Un viajero interestelar viaja en una nave que se desplaza a $0,8c$ respecto a la Tierra. Si inició su viaje cuando tenía 30 años y ahora tiene 45 años de acuerdo con su sistema de referencia, ¿qué tiempo ha pasado para un observador situado en la Tierra?

S: $\Delta t = 25$ años

12. **EV AU** Si la vida media de los piones en reposo es de $2,6 \cdot 10^8$ s, ¿a qué velocidad deben viajar para que su vida media, medida en el laboratorio, sea $4,2 \cdot 10^8$ s?

Datos: velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $v = 2,36 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$

Contracción de longitudes

13. ¿En qué porcentaje se reduce la longitud de un objeto al medirla un observador en reposo cuando este se mueve al 75 % de la velocidad de la luz?

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: 34 %

14. ¿A qué velocidad debe moverse un objeto para que su longitud sea la cuarta parte de su longitud en reposo?

S: $v = 2,90 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$

15. Calcula el perímetro de un cuadrado cuando se mueve a $0,9c$ de forma paralela a uno de sus lados sabiendo que la longitud de sus lados, medida en reposo, es a .

S: Perímetro = $2,87a$

16. **EV AU** Un cohete tiene una longitud de 20 m cuando se encuentra en reposo respecto de la Tierra. Supón que se aleja de la Tierra a una velocidad de $0,8c$, siendo c la velocidad de la luz. ¿Qué longitud tendría el cohete para un observador terrestre? ¿Y si se aleja a una velocidad de $0,01c$?

S: $L = 12$ m; $L = 19,999$ m



17. **EV AU** ¿Qué velocidad debe tener un rectángulo de lados x e y , que se mueve en la dirección del lado y , para que su superficie sea $3/4$ partes de su superficie en reposo?

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $v = 1,98 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$

Transformación de velocidades

18. Dos naves se mueven en la misma dirección y sentido velocidades de $0,5c$ y $0,7c$ respecto a la Tierra.

- a) ¿A qué velocidad observará moverse a la otra nave un astronauta situado en el interior de la primera?
b) ¿Y si se moviesen en sentidos opuestos?
c) Si la segunda nave emite un haz de luz en la dirección su movimiento, ¿a qué velocidad verá moverse el haz la luz el observador de la otra?

S: a) $u = 0,308c$; b) $u = -0,89c$; c) Se moverá a c

19. **EV AU** Cuando un cohete pasa en su órbita por la Tierra con velocidad v , manda un pulso de luz por delante de él. ¿qué velocidad se moverá el pulso de luz con respecto al observador que se encuentra sobre la Tierra?

S: Lo verá moverse a velocidad c .

20. **EV AU** Una nave espacial se desplaza, respecto a un observador situado en la Tierra, con una velocidad $v_1 = 0,15c$. En un momento dado, es adelantada por otra nave que se mueve en la misma dirección y sentido con una velocidad $v_2 = 0,3c$. ¿Qué velocidad tiene esta nave respecto de la primera?

S: $u = 0,05c$

Momento lineal y energía relativista

21. Calcula el momento lineal relativista de un neutrón que se mueve a $2,55 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

Datos: masa del neutrón: $1,675 \cdot 10^{-27}$ kg; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $p = 8,11 \cdot 10^{-19}$ kg $\cdot$ m $\cdot$ s $^{-1}$

22. Obtén el momento lineal de un objeto cuya masa en reposo es de 3 kg cuando se mueve a una velocidad a la que su masa relativista es de 5 kg.

Datos: velocidad de la luz, $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $p = 1,2 \cdot 10^9$ kg $\cdot$ m $\cdot$ s $^{-1}$

23. Calcula la energía en reposo de un protón. Expresa el resultado en GeV.

Datos: masa del protón: $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $E_0 = 0,941$ GeV

24. ¿Cuál es la energía total de un electrón que se mueve a $2,0 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$? ¿Cuál es su energía cinética?

Datos: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $E = 1,1 \cdot 10^{-13}$ J; $E_c = 2,8 \cdot 10^{-14}$ J

25. Calcula la energía necesaria para acelerar un electrón desde el reposo hasta $0,4c$ y para acelerarlo desde esa velocidad hasta $0,8c$. Expresa el resultado en keV.

Datos: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m $\cdot$ s $^{-1}$.

S: $E = 46,6$ keV; $E = 294,7$ keV

Calcula el momento lineal de un protón que posee una energía cinética de 60 keV.

Datos: masa del protón: $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$p = 5,67 \cdot 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Encuentra la relación entre la energía cinética relativista y la energía total (E_c/E) de una partícula que se mueve con una velocidad de $0,8c$.

$$E_c/E = 0,4$$

Calcula:

El momento lineal de un fotón que tiene una energía de 2,5 keV.

La velocidad que adquiere un electrón en reposo si absorbe toda la energía de ese fotón.

Datos: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$a) p = 1,33 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}; b) v = 2,95 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El CNA (Centro Nacional de Aceleradores) de la Universidad de Sevilla tienen un ciclotrón capaz de acelerar protones hasta energías cinéticas de 18 MeV. Calcula la energía total de estos protones y la velocidad a la que se mueven.

Datos: masa del protón: $1,673 \cdot 10^{-27}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$E = 959 \text{ MeV}; v = 5,77 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La energía en reposo de un electrón tiene un valor de 0,51 MeV. Si el electrón se mueve con una velocidad de $0,8c$, siendo c la velocidad de la luz en el vacío:

¿Cuál es la masa relativista del electrón para esta velocidad?

¿Cuál es la energía total relativista?

Datos: carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$m' = 1,5 \cdot 10^{-30} \text{ kg}; b) E = 0,852 \text{ MeV}$$

La masa de un electrón es $m = 9,10 \cdot 10^{-31}$ kg. Si lleva una velocidad de $2,10 \cdot 10^8$ m·s⁻¹, calcula:

La energía total.

La energía del electrón en reposo.

La energía cinética del electrón.

¿Qué diferencia de potencial ha sido sometido el electrón para alcanzar la velocidad indicada?

Datos: carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en el vacío: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$E = 1,15 \cdot 10^{-13} \text{ J}; b) E_0 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J}; c) E_c = 3,31 \cdot 10^{-14} \text{ J}; d) \Delta V = 2,07 \cdot 10^5 \text{ V}$$

32. **EV AU** En un sincrotrón se aceleran electrones para la producción de haces intensos de rayos X que se emplean en experimentos de biología, farmacia, física, medicina y química. En el sincrotrón ALBA (sito en Barcelona), se aceleran electrones hasta una velocidad para la que su masa es 6 000 veces el valor de la masa en reposo. Calcula la energía (en julios y en MeV) de los electrones.

Datos: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$S: E = 4,91 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 3 069 \text{ MeV}$$

Problemas globales

33. **EV AU** Desde la Tierra despegue una nave que se mueve con una velocidad constante de valor el 70 % de la velocidad de la luz. La nave transmite datos a la Tierra mediante una radio alimentada por una batería que dura 15 años medidos en un sistema en reposo.

a) ¿Cuánto tiempo dura la batería de la nave según el sistema de referencia de la Tierra? ¿En cuál de los dos sistemas se mide un tiempo dilatado?

b) Según el sistema de referencia de la nave, ¿a qué distancia se encuentra la Tierra cuando la batería se agota?

$$S: a) \Delta t = 21 \text{ años}; b) d = 10,5 \text{ años-luz}$$

34. Un tripulante de una nave que se mueve a $0,75c$ respecto a la Tierra decide pasar el tiempo escuchando una canción que dura 5 minutos respecto a su sistema de referencia.

a) ¿Cuánto dura la canción respecto al sistema de referencia de la Tierra?

b) Si la canción empieza a sonar justo cuando la nave pasa junto a la Tierra, ¿a qué distancia de la Tierra estará cuando deje de sonar? Realiza el cálculo en los sistemas de referencia de la Tierra y de la nave.

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$S: a) \Delta t = 7,55 \text{ min}; b) 1,02 \cdot 10^{11} \text{ m respecto a la Tierra y } 6,75 \cdot 10^{10} \text{ m respecto a la nave}$$

35. Una partícula cuya energía en reposo es de 140 MeV se desintegra en 25 nanosegundos cuando está en reposo. Si se mueve a una velocidad a la que el tiempo que tarda en desintegrarse es de 0,1 microsegundos, calcula:

a) La velocidad a la que se mueve.

b) La distancia recorrida por la partícula hasta desintegrarse en el sistema de referencia del laboratorio.

c) Su energía cinética relativista y su energía total.

d) El momento lineal relativista de la partícula.

Datos: carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

$$S: a) v = 2,90 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; b) d = 29 \text{ m};$$

$$c) E_c = 420 \text{ MeV}; E = 560 \text{ MeV};$$

$$d) p = 2,89 \cdot 10^{-19} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

36. En un experimento se aceleran electrones para producir rayos X.

a) Si la energía que alcanzan los electrones es de 1 MeV, calcula la relación entre esta energía y su energía en reposo (E/E_0), así como la velocidad de los electrones.

b) Si los fotones de los rayos X obtenidos tienen una energía de 12 keV, determina su momento lineal.

Datos: masa del electrón: $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga elemental: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C; velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

S: a) $E/E_0 = 1,95$, $v = 2,58 \cdot 10^8$ m·s⁻¹;

b) $p = 6,4 \cdot 10^{-24}$ kg·m·s⁻¹

37. Una de las comprobaciones experimentales de la relatividad especial fue el experimento de Rossi y Hall en 1941. La atmósfera se ve bombardeada constantemente por rayos cósmicos que, al chocar con las moléculas de la atmósfera, producen nuevas partículas. Una de estas partículas es el muon, cuya vida media (el tiempo que tarda de media en desintegrarse y desaparecer) es de 2 microsegundos. Con este dato midieron los muones que llegaban a dos alturas distintas y comprobaron que al punto más bajo llegaban más muones de los esperados, es decir, se habían desintegrado menos muones de los que predecía la teoría.

Teniendo en cuenta que el dato de la vida media de los muones hace referencia a un sistema en que el muon está en reposo, y que los muones generados en los rayos cósmicos se mueven a una velocidad de aproximadamente 0,9978c, calcula:

a) La distancia que recorrerían los muones a esa velocidad en un tiempo igual a su vida media.

b) La vida media de los muones respecto a un sistema en el que estos se mueven a 0,9978c.

c) La distancia que recorren en ese tiempo.

d) La distancia calculada en el apartado anterior medida respecto al sistema de referencia en que los muones están en reposo.

e) Utiliza los resultados de los apartados anteriores para explicar el experimento de Rossi y Hall.

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

S: a) $d = 599$ m; b) $\Delta t = 30,2$ μ s; c) $d_0 = 9040$ m;

d) $d = 599$ m

38. Una nave interestelar viaja desde la Tierra a otro sistema estelar que se encuentra a 15 años-luz medidos en el sistema de referencia de la Tierra. Si la distancia que separa la Tierra de su destino medida respecto a la nave es de 12 años-luz:

a) ¿A qué velocidad se mueve la nave?

b) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su destino de acuerdo con un observador en la nave?

c) Al llegar, la nave emite una señal de luz a la Tierra para informar de su éxito. ¿Cuánto tiempo pasa desde que parte de la Tierra hasta que llega la señal con respecto a un observador en la Tierra?

Expresa los resultados en función de c.

S: a) $v = 0,6c$; b) $\Delta t = 20$ años; c) $\Delta t = 40$ años

39. Los gemelos Scott y Mark Kelly son astronautas de NASA. Como parte de un experimento se envió a Scott a la Estación Espacial Internacional (EEI) durante aproximadamente un año mientras Mark permanecía en la Tierra. A vuelta se estudiaron las diferencias biológicas entre ambos que, al compartir el material genético, se esperaba que debieran a la diferencia entre las condiciones a que se vieron sometidos ambos hermanos.



Si la EEI orbita a la Tierra a una velocidad de unos 7,66 km·s⁻¹:

a) ¿Crees que habrá una diferencia apreciable entre el tiempo vivido por cada uno de los gemelos de acuerdo con la relatividad especial?

b) ¿A qué velocidad tendría que orbitar para que al cabo de un año (medido respecto a la Tierra) el gemelo de la nave hubiese vivido un segundo menos que su hermano?

Datos: velocidad de la luz: $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

S: b) $v = 75,5$ km·s⁻¹

●●● Atrévete a mirar

¿He aprendido realmente?

¿Entiendo el experimento de Michelson-Morley y el contexto histórico en que se desarrolló la relatividad?

¿Comprendo que espacio y tiempo no son absolutos, sino parte de un espacio-tiempo cuyas medidas dependen del sistema de referencia?

¿Sé calcular efectos relativistas como la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes?

¿Entiendo y aplico a casos sencillos la equivalencia entre masa y energía?

¿Entiendo la necesidad de cambiar la definición del momento lineal? ¿Tengo claro que la luz, pese a no tener masa, transporta momento lineal?

¿Conozco la solución a algunas aparentes paradojas que surgen con la relatividad?