



Observa que as dúas magnitudes, **impulso e cantidade de movemento**, teñen as mesmas dimensións, por iso dicimos que son dúas magnitudes **homoxéneas**.

— Unidade SI do impulso: $\text{N} \cdot \text{s}$

— Unidade SI da cantidade de movemento: $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\text{N} \cdot \text{s} = (\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot \text{s} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Impulso e cantidade de movemento

Se golpeamos unha pelota de voleibol coa man, podemos modificar o seu movemento e devolver deste xeito a pelota ó campo contrario. Pero o efecto da forza non só depende do valor desta, tamén depende do tempo durante o que actúa a forza.

Chamamos **impulso dunha forza**, $\vec{I}$, ó **produto da forza polo tempo durante o cal esta actúa**.

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

O impulso é unha magnitude vectorial que ten a mesma dirección e o mesmo sentido cá forza aplicada e como módulo: $I = F \Delta t$

A súa unidade no SI é o **newton segundo** ($\text{N} \cdot \text{s}$).

Teorema do impulso

A pelota de voleibol, tras ser golpeada, cambia a dirección do seu movemento e o módulo da súa velocidade. É dicir, o impulso dunha forza invístese en variar a cantidade de movemento dun corpo.

Esta condición pódese formular matematicamente a partir da segunda lei de Newton expresada en función da cantidade de movemento.

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} ; \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

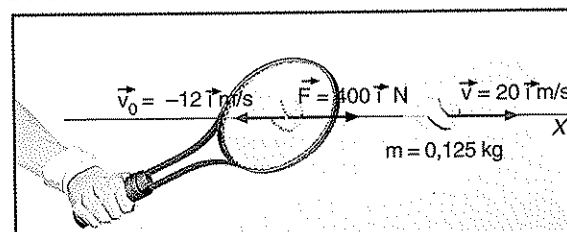
$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

O **impulso** da forza resultante que actúa sobre un corpo é **igual á variación da cantidade de movemento** dese corpo.

Exemplo 4

Un xogador de tenis golpea coa súa raqueta unha pelota de 125 g de masa, que lle chega cunha velocidade de 12 m/s, e devólvea na mesma dirección e sentido contrario a 20 m/s. Se a forza aplicada polo xogador é de 400 N, calcula cal foi o tempo de contacto entre a raqueta e a pelota.

— Datos:



— Para determinar o tempo de contacto, aplicamos o teorema do impulso. Debemos ter en conta que $\vec{v}$ e $\vec{v}_0$ teñen sentidos contrarios:

$$\vec{F} \Delta t = m \vec{v} - m \vec{v}_0$$

$$F \Delta t \vec{i} = m v \vec{i} - m v_0 \vec{i}$$

$$F \Delta t = m v - m v_0$$

$$\Delta t = \frac{m v - m v_0}{F} = \frac{m (v - v_0)}{F}$$

$$\Delta t = \frac{0,125 \text{ kg} [20 \text{ m/s} - (-12 \text{ m/s})]}{400 \text{ N}} = 0,01 \text{ s}$$

O tempo de contacto entre a raqueta e a pelota foi de 0,01 s.

Conservación da cantidade de movemento

No xogo do billar comprobamos cómo unha bóla lanzada con certa velocidade se detén tras chocar cunha segunda bóla, inicialmente en repouso, e cómo a segunda bóla comeza a moverse tralo choque. A primeira bóla cedeu a súa cantidade de movemento á segunda.

Imaxinemos un sistema formado por varios corpos que se moven. A cantidade de movemento de cada un será:

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 ; \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 ; \dots$$

Defínese a cantidade de movemento total dun sistema como a suma das cantidades de movemento de todos os corpos:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots$$

Supoñamos que a resultante das forzas exteriores do sistema é nula ($\vec{F} = 0$). Se aplicamos o teorema do impulso ó sistema:

$$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} ; 0 = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_0$$

Esta expresión constitúe o teorema de conservación da cantidade de movemento e pódese enunciar do seguinte xeito:

Se a resultante das forzas exteriores sobre un sistema é nula, a cantidade de movemento deste permanece constante.

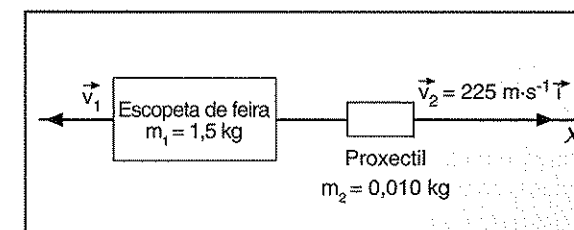
No caso de que o sistema estea formado por dous corpos, este teorema adopta a forma seguinte:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$\vec{v}_{01}$ e $\vec{v}_{02}$ = velocidades iniciais
 $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ = velocidades finais

Exemplo 5

Calcula a velocidade de retroceso dunha escopeta de feira de 1,5 kg que dispara un proxectil de 10 g a unha velocidade de 225 m/s.



Antes do disparo, as cantidades de movemento da escopeta e da bala son nulas, pois ambas as dúas están en repouso. Como non actúa ningunha forza exterior ó sistema, conservarase a cantidade de movemento.

$$0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 = -m_2 \frac{\vec{v}_2}{m_1} = -0,010 \text{ kg} \frac{225 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \vec{i}}{1,5 \text{ kg}} = -1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \vec{i}$$

A velocidade de retroceso da escopeta é de 1,5 m/s en sentido contrario á velocidade do proxectil.

Exercicios

5. Unha forza constante de 150 N actúa durante 1 s sobre un corpo de 6 kg, inicialmente en repouso. Calcula o impulso da forza e a velocidade final do corpo.

Sol.: 150 N·s; 25 m/s

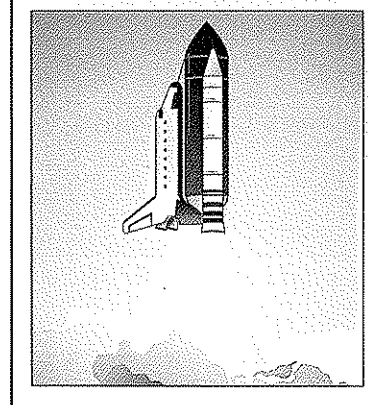
6. Unha bóla de 225 g choca a 10 m/s con outra bóla de 175 g que está en repouso. Calcula a velocidade final da primeira bóla se a segunda bóla sae cunha velocidade de 9 m/s na dirección e o sentido iniciais da primeira.

Sol.: 3 m/s

Sistemas de propulsión

A conservación da cantidade de movemento ten importantes aplicacións tecnolóxicas: por exemplo, un foguete espacial avanza gracias á expulsión de gases en sentido contrario. Este mesmo sistema de propulsión é utilizado polos avións de reacción e algúns automóviles.

Na natureza tamén atopamos exemplos deste sistema de propulsión. Algúns animais, como a lura, impúlsanse lanzando un chorro de auga en sentido contrario.





Normal: recta perpendicular a outra recta ou a un plano.

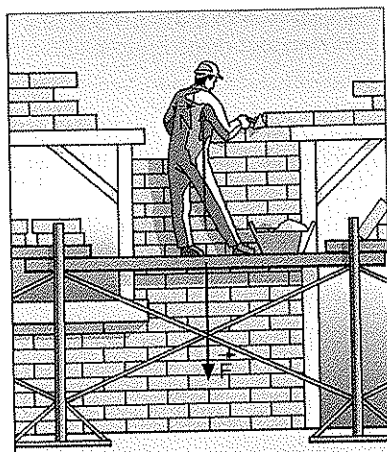


Fig. 1.

Aplicacións das leis de Newton

As leis de Newton son moi útiles para resolver problemas de dinámica. Para aplicalas debemos coñecer qué forzas actúan sobre un corpo e debuxalas nun esquema.

Comezaremos estudando dous tipos de forzas que aparecen frecuentemente nestes problemas: as **forzas normais** e as **forzas de rozamento**, para despois aplicar as leis de Newton á **dinámica dos sistemas de corpos enlazados** e á **dinámica do movemento circular**.

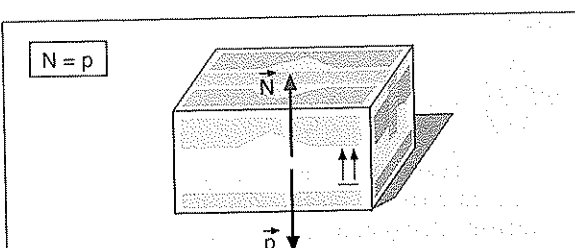
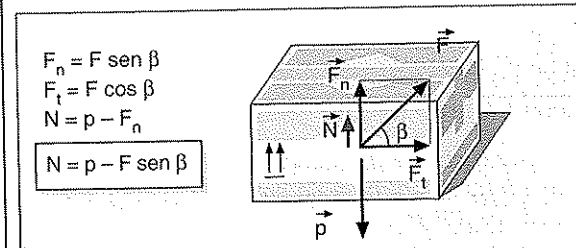
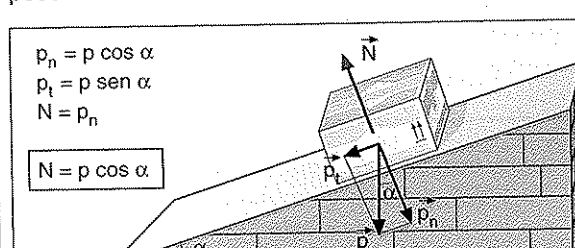
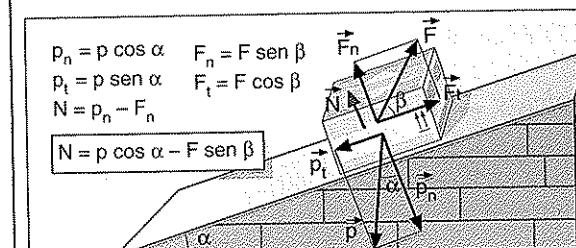
Forzas normais

A figura 1 representa un albanel subido a unha estada. A estada experimenta unha forza $\vec{F}$ debida ó peso do albanel e exerce unha forza de reacción $\vec{N}$ sobre este, evitando que caia.

Chamamos **forza normal**, $\vec{N}$, á forza que exerce a superficie de apoio dun corpo sobre este.

A forza normal é unha forza de reacción á que o corpo exerce sobre a superficie. Sempre é perpendicular a esa superficie, de aí o seu nome.

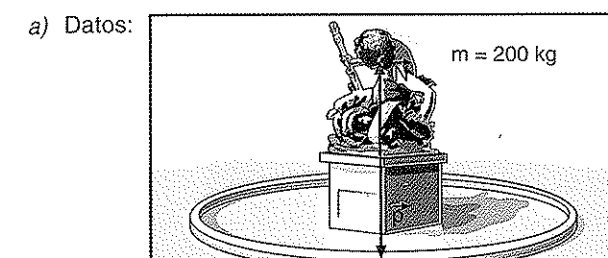
Vexamos qué valor toma a forza normal nalgúns casos sinxelos.

Corpos apoiados sobre unha superficie horizontal	
Se non aplicamos forzas externas	Se aplicamos unha forza $\vec{F}$
A forza normal ten a mesma dirección có peso e sentido contrario. $N = p$ 	A forza normal é igual ó peso do corpo menos a compoñente normal da forza $\vec{F}$. $F_n = F \sin \beta$ $F_t = F \cos \beta$ $N = p - F_n$ $N = p - F \sin \beta$ 
Corpos apoiados sobre unha superficie inclinada	
Se non aplicamos forzas externas	Se aplicamos unha forza $\vec{F}$
A forza normal é igual á compoñente normal do peso. $p_n = p \cos \alpha$ $p_t = p \sin \alpha$ $N = p_n$ $N = p \cos \alpha$ 	A forza normal é igual á compoñente normal do peso menos a compoñente normal da forza $\vec{F}$. $p_n = p \cos \alpha$ $p_t = p \sin \alpha$ $N = p_n - F_n$ $N = p \cos \alpha - F \sin \beta$ 

Exemplo 6

Determina a forza normal que exerce unha superficie de apoio sobre unha escultura de 200 kg de masa nos seguintes casos:

- A superficie de apoio é horizontal.
- A superficie está inclinada 30° con respecto á horizontal.



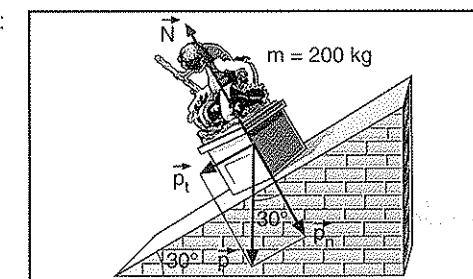
— Calculamos o peso da escultura:

$$p = m g = 200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

— A forza normal é igual ó peso do corpo:

$$N = p = 1960 \text{ N}$$

b) Datos:



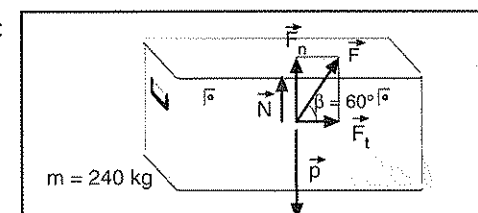
— Calculamos a forza normal:

$$N = p_n = p \cos \alpha = 1960 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 1697,4 \text{ N}$$

Exemplo 7

Sobre un baúl de 240 kg de masa apoiado no chan exercemos unha forza $\vec{F}$ cara a arriba que forma un ángulo de 60° coa horizontal. Calcula o valor mínimo de F para que o baúl se separe do chan.

— Datos:



— No momento en que o baúl se separe do chan a forza normal anúlase:

$$0 = N = p - F_n; 0 = p - F \sin \beta$$

$$F = \frac{p}{\sin \beta} = \frac{m g}{\sin \beta}$$

$$F = \frac{240 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{\sin 60^\circ} = 2715,9 \text{ N}$$

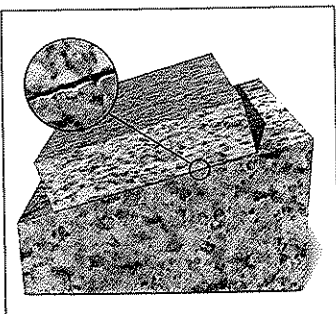
O valor mínimo de F para que o baúl se separe do chan é de 2 715,9 N.

Exercicios

- Un monitor de ordenador está apoiado sobre unha mesa. Debuxa nun esquema todas as forzas que actúan sobre o monitor e sobre a mesa.
- Calcula o valor da forza normal exercida pola superficie da Lúa sobre un astronauta de 80 kg de masa, se na Lúa o valor de g é $1,6 \text{ m/s}^2$.
Sol.: 128 N
- Determina o valor da forza normal que actúa sobre un automóbil de 1 200 kg de masa nos seguintes casos:
 - O automóbil circula por unha estrada horizontal.
 - O automóbil sobe unha rampla inclinada 30° respecto á horizontal.
 Sol.: a) 11 760 N; b) 10 184 N
- Calcula o peso dun corpo que experimenta unha forza normal de 35 N cando está apoiado sobre unha superficie inclinada 45° respecto á horizontal.
Sol.: 49,5 N
- Sobre unha cadeira de 2,5 kg de masa apoiada no chan exercemos unha forza $F = 10 \text{ N}$ cara a arriba que forma un ángulo de 45° coa horizontal. Calcula: a) a forza normal sobre a cadeira; b) o valor mínimo de F para que a cadeira se separe do chan.
Sol.: a) 17,4 N; b) 34,6 N
- Sobre unha rocha apoiada no chan exercemos unha forza F cara a arriba que forma un ángulo de 30° coa horizontal. Calcula a masa da rocha se o valor mínimo de F para que a rocha se separe do chan é de 392 N.
Sol.: 20 kg



Desde un punto de vista microscópico, as **forzas de rozamento** débense a pequenas unións ou soldaduras que se forman e rompen continuamente entre as partículas das dúas superficies en contacto.



Forzas de rozamento

A primeira lei de Newton afirma que un corpo permanece no seu estado de repouso ou de movemento rectilíneo uniforme se non actúa ningunha forza sobre el. Sen embargo, a experiencia parece contradicir este principio: se facemos rodar unha pelota polo chan, observamos que ó cabo dun tempo se detén.

¿Cal é a razón? ¿Acaso non se cumpre a primeira lei de Newton?

Si se cumpre, por suposto. A pelota detense porque sobre ela actúa unha forza, a **forza de rozamento**, que frea o seu movemento.

Chamamos **forza de rozamento**, $\vec{F}_r$, á forza que aparece na superficie de contacto dos corpos, opoñéndose ó movemento destes.

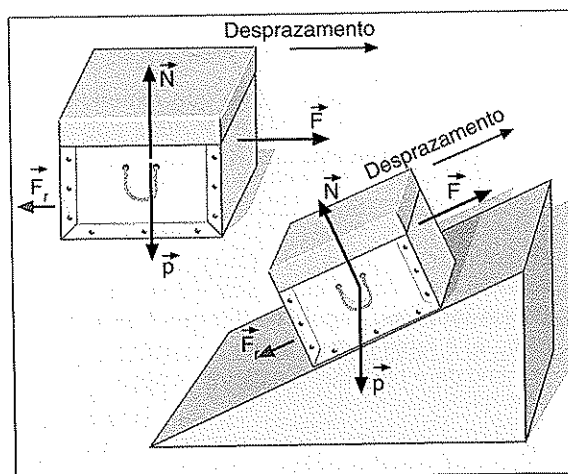
Corpos en movemento

- A forza de rozamento, $\vec{F}_r$, ten a dirección paralela á superficie de esvaramento e sentido contrario á velocidade.
- O seu módulo é proporcional á forza normal, $\vec{N}$, que actúa sobre o corpo.

$$F_r = \mu_c N$$

- A constante de proporcionalidade μ_c é un número sen dimensións denominado **coeficiente de rozamento cinético**.

Este coeficiente depende da natureza das superficies en contacto, así como do seu estado, pero non da área de contacto. Canto máis lisas sexan estas, máis pequeno será μ_c , e polo tanto, menor será a forza de rozamento.



A forza de rozamento máxima que se opón a que se inicie o movemento dun corpo é maior cá forza de rozamento que aparece cando o corpo xa está en movemento. Isto quere dicir que o coeficiente de rozamento estático é maior có coeficiente de rozamento cinético.

$$\mu_e > \mu_c$$

Corpos en repouso

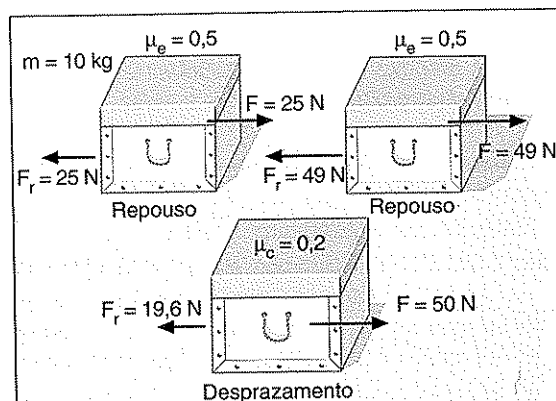
- Se un corpo permanece en repouso sobre unha superficie despois de aplicarlle unha forza $\vec{F}$, débese a que existe unha forza de rozamento $\vec{F}_r$. A forza $\vec{F}_r$ ten a dirección paralela á superficie de contacto e sentido contrario á compoñente tanxencial da forza $\vec{F}$.

- O seu módulo ten exactamente o mesmo valor que a compoñente tanxencial da forza aplicada. Ó aumentar esta compoñente tamén aumenta a forza de rozamento ata un valor máximo:

$$F_r = \mu_e N$$

Alcanzado este valor, o corpo empeza a escorregar.

- A constante de proporcionalidade μ_e é un número sen dimensións denominado **coeficiente de rozamento estático**. Ó igual que μ_c , depende da natureza das superficies de contacto, así como do seu estado, pero non da área de contacto.

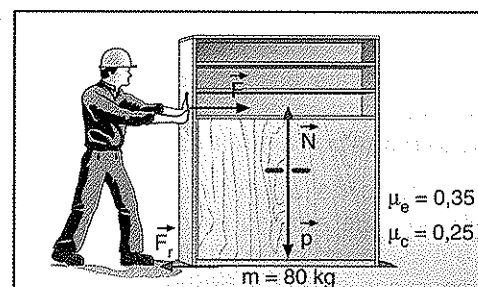


Exemplo 8

Aplicamos horizontalmente unha forza $\vec{F}$ a un moble de 80 kg de masa que está en repouso sobre unha superficie horizontal. Determina se se moverá ou permanecerá en repouso e calcula a forza de rozamento en cada un dos seguintes casos: a) $F = 250$ N; b) $F = 325$ N

($\mu_e = 0,35$; $\mu_c = 0,25$)

— Datos:



- Previamente achamos o peso do moble e a forza normal: $p = m g = 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 784 \text{ N}$

Por tratarse dunha superficie horizontal, a forza normal é igual ó peso: $N = p = 784 \text{ N}$

- Calculamos a mínima forza $F_{\min}$ necesaria para que o moble comece a desprazarse. Esta é igual á forza de rozamento máxima:

$$F_{\min} = F_r = \mu_e N ; F_{\min} = 0,35 \cdot 784 \text{ N} = 274,4 \text{ N}$$

- No primeiro caso, $F = 250 \text{ N}$, o moble non se moverá, pois $F < F_{\min}$. A forza de rozamento será:

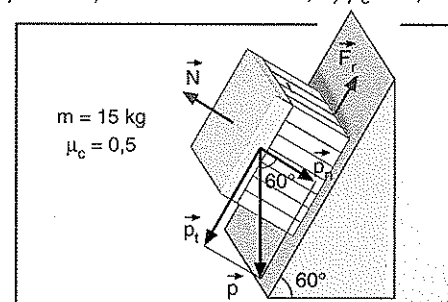
$$F_r = F = 250 \text{ N}$$

- No segundo caso, $F = 325 \text{ N}$, o moble desprazárase, pois $F > F_{\min}$. A forza de rozamento será: $F_r = \mu_c N ; F_r = 0,25 \cdot 784 \text{ N} = 196 \text{ N}$

Exemplo 9

Un corpo de 15 kg déixase caer por un plano inclinado 60° respecto da horizontal. Calcula a aceleración que adquire o corpo se: a) non hai rozamento; b) $\mu_c = 0,5$

— Datos:



- a) As forzas $\vec{N}$ e $\vec{p}_n$ compénsanse, posto que non hai movemento na dirección normal. Polo tanto, en ausencia de rozamento a forza resultante é $\vec{R} = \vec{p}_t$.

— Calculamos a compoñente tanxencial do peso:

$$p_t = p \sin \alpha = m g \sin \alpha$$

$$p_t = 15 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 60^\circ = 127,3 \text{ N}$$

- Aplicamos a segunda lei de Newton para determinar a aceleración: $R = p_t = m a$

$$a = \frac{p_t}{m} = \frac{127,3 \text{ N}}{15 \text{ kg}} = 8,5 \text{ m/s}^2$$

- b) Cando hai rozamento, a forza resultante é: $R = p_t - F_r$

— Calculamos a forza normal e a de rozamento:

$$N = p_n = m g \cos \alpha$$

$$N = 15 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 60^\circ = 73,5 \text{ N}$$

$$F_r = \mu_c N = 0,5 \cdot 73,5 \text{ N} = 36,7 \text{ N}$$

- Aplicamos a segunda lei de Newton para determinar a aceleración:

$$R = p_t - F_r = m a$$

$$a = \frac{p_t - F_r}{m} = \frac{127,3 \text{ N} - 36,7 \text{ N}}{15 \text{ kg}} = 6,0 \text{ m/s}^2$$

Exercicios

13. ¿É posible que un corpo se mantenga en repouso sobre unha superficie inclinada? Xustifica a túa resposta.

14. Un corpo de 20 kg está en repouso sobre un plano horizontal. Calcula os coeficientes de rozamento estático e cinético se hai que aplicar unha forza de 78,4 N paralela ó plano para que empece a escorregar e outra de 39,2 N para que mantenga o seu MRU.

Sol.: 0,4; 0,2

15. Un corpo baixa a velocidade constante por unha superficie inclinada 31° con respecto á horizontal. Calcula o coeficiente de rozamento cinético.

Sol.: 0,6

16. Déixase caer un corpo por un plano inclinado 30° con respecto á horizontal. Calcula a aceleración do corpo se: a) non hai rozamento; b) $\mu_c = 0,5$.

Sol.: a) 4,9 m/s²; b) 0,66 m/s²

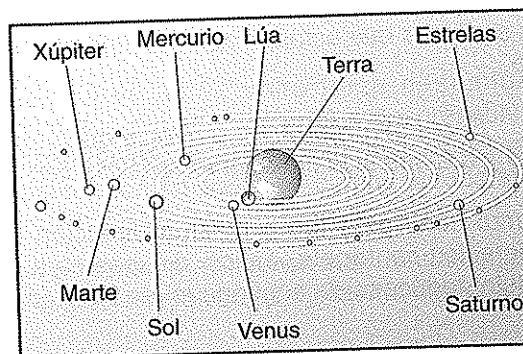
Modelos do universo ó longo da historia

Hai uns 4 000 anos, algunhas civilizacións, como a chinesa, a hindú, a exipcia ou a babilónica, xa observaron que os obxectos celestes estaban en movemento, e incluso elaboraron calendarios baseándose na periodicidade con que aparecen as constelacións no ceo. É evidente que distinguían as estrelas, que parecían fixas no firmamento, dos planetas, que presentaban un determinado movemento. Pero, ¿como se moven os planetas no Sistema Solar?

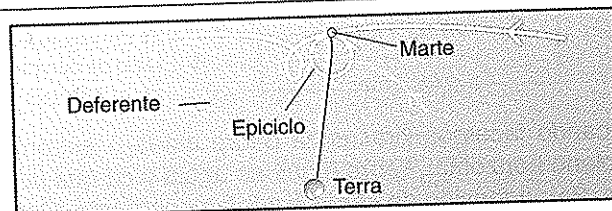
O modelo xeocéntrico

Desde o século VI a. C. os gregos continuaron o estudo dos astros e estableceron un modelo de universo. Este modelo, chamado *xeocéntrico*, supoñía que a Terra estaba inmóbil no centro do universo e os planetas xiraban ó redor dela en esferas concéntricas. Segundo Aristóteles (384-322 a. C.), o movemento circular dos planetas era perfecto e non era necesaria forza algunha para manter o seu movemento.

No século II d. C., o matemático e astrónomo grego Ptolomeo resumiu os coñecementos astronómicos dos gregos na súa obra *Megale mathematike syntaxis*. Nela estableceu firmemente o modelo xeocéntrico. Incluso deu explicación a certas dificultades que ofrecía o modelo, como o movemento retrógrado de Marte.



Visto desde a Terra, Marte parece avanzar e retroceder sucesivamente sobre o fondo de estrelas. Ptolomeo explicou este movemento, chamado retrógrado, supoñendo que Marte xira nunha pequena esfera ou *epiciclo*, o centro da cal xira á súa vez ó redor da Terra noutra esfera maior ou *deferente*.

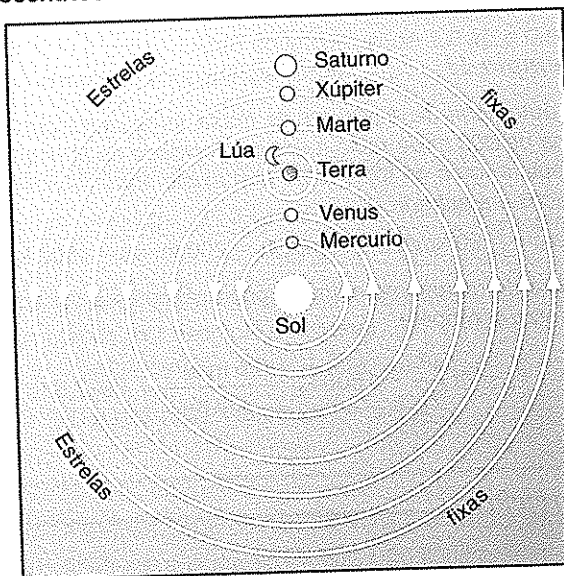


O modelo heliocéntrico

O modelo xeocéntrico de Ptolomeo foi aceptado durante máis de catorce séculos a pesar de que, ó longo dos anos, se advertiron nel serios inconvenientes.

En 1543, o astrónomo Nicolás Copérnico (1473-1543), poucos meses antes da súa morte, publicou unha obra que produciría unha auténtica revolución científica. Nela propuxo un modelo *heliocéntrico* do universo, no que supoñía que o Sol, e non a Terra, estaba inmóbil no centro do universo e todos os planetas xiraban ó redor del en órbitas circulares. A Lúa, sen embargo, era un satélite que xiraba ó redor da Terra.

Galileo (1564-1642), fiel defensor do modelo de Copérnico, utilizou por primeira vez un telescopio nas súas observacións do universo e levou a cabo grandes descubrimentos, como a existencia de manchas no Sol, os catro satélites de Xúpiter ou as fases de Venus. Posteriormente, o astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630), baseándose nas minuciosas observacións astronómicas do astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601), enunciou as leis do movemento planetario.

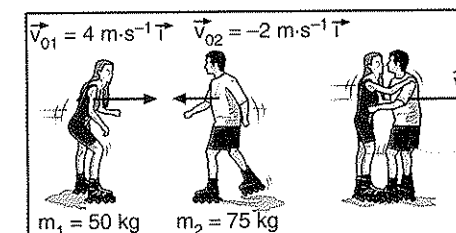


Actualmente sabemos que o Sol tampouco está inmóbil, senón que xira ó redor do centro da nosa galaxia, a Vía Láctea. Incluso as diferentes galaxias están en movemento, afastándose unhas das outras. Podémosnos preguntar se existe algún corpo no universo que estea fixo na súa posición. A resposta é non. O universo está en constante expansión.

Resolución de exercicios e problemas

- 1** Dous patinadores de masas 50 kg e 75 kg móvense na mesma dirección e en sentido contrario con velocidades respectivas de $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. De pronto chocan e, a consecuencia do susto, quedan abrazados. Calcula a velocidade final dos dous patinadores.

— Datos:



$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02}}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v} = \frac{50 \text{ kg} \cdot 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \vec{i} - 75 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \vec{i}}{50 \text{ kg} + 75 \text{ kg}}$$

$$\vec{v} = 0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \vec{i}$$

A velocidade final dos patinadores é de $0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ na dirección e o sentido do primeiro patinador.

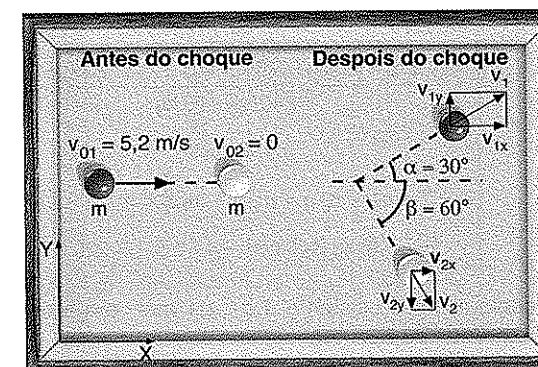
1. Un patinador de 70 kg de masa, que se move cunha velocidade de 10 m/s, choca con outro patinador de 50 kg de masa que está parado. Se despois do choque quedan abrazados, calcula a velocidade final dos dous patinadores.

Sol.: 5,8 m/s

2. Un esquiador de 62 kg, que se despraza cunha velocidade de 12 m/s, alcanza a outro esquiador de 80 kg que se despraza cunha velocidade de 6 m/s na mesma dirección e sentido. Se despois do choque se moven xuntos, calcula a velocidade final de ambos os dous.

Sol.: 8,6 m/s

- 2** Unha bola de billar choca a unha velocidade de 5,2 m/s contra outra bola igual que está parada. Despois do choque, a primeira bola móvese nunha dirección que forma 30° coa súa dirección inicial, e a segunda bola, nunha dirección que forma -60° coa dirección inicial da primeira. Calcula a velocidade final das dúas bolas.



— Aplicamos o principio de conservación da cantidade de movemento:

$$m \vec{v}_{01} + m \vec{v}_{02} = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2$$

$$m v_{01} \vec{i} + 0 = m (v_1 \cos \alpha \vec{i} + v_1 \sin \alpha \vec{j}) + m (v_2 \cos \beta \vec{i} - v_2 \sin \beta \vec{j})$$

$$m v_{01} \vec{i} = m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) \vec{i} + m (v_1 \sin \alpha - v_2 \sin \beta) \vec{j}$$

A ecuación vectorial equivale a dúas ecuacións escalares:

$$\begin{cases} m v_{01} = m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) \\ 0 = m (v_1 \sin \alpha - v_2 \sin \beta) \end{cases}$$

Substituímos os datos do enunciado:

$$\begin{cases} 5,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = v_1 \cos 30^\circ + v_2 \cos 60^\circ \\ 0 = v_1 \sin 30^\circ - v_2 \sin 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 0,866 v_1 + 0,500 v_2 \\ 0 = 0,500 v_1 - 0,866 v_2 \end{cases}$$

A solución do sistema é $v_1 = 4,5 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2,6 \text{ m/s}$.

3. Dúas bolas de billar iguais chocan frontalmente con velocidades de 4,2 m/s e 2,8 m/s. Despois do choque, a primeira móvese nunha dirección que forma 15° coa súa dirección inicial, e a segunda bola, nunha dirección que forma 210° coa dirección inicial da primeira. Calcula a velocidade final das dúas.

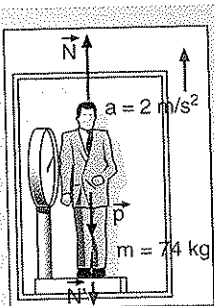
Sol.: 2,7 m/s; 1,4 m/s

4. Un proxectil en voo horizontal a 383 m/s estopa e divídese en dous fragmentos de igual masa. O primeiro fragmento sae nunha dirección que forma 20° coa dirección inicial do proxectil, e o segundo, nunha dirección que forma -30° coa dirección do proxectil. Calcula a velocidade final dos dous.

Sol.: 500 m/s; 342 m/s

3

Unha persoa de 70 kg de masa está sobre unha báscula no interior dun ascensor. Indica qué marcará a báscula cando o ascensor se mova cunha aceleración de 2 m/s^2 dirixida cara a arriba. Ten en conta que a báscula mide o peso en quilopondios.



— A persoa ten unha aceleración cara a arriba igual á do ascensor. Polo tanto, a forza resultante sobre esta persoa tamén se dirixe cara a arriba e é de:

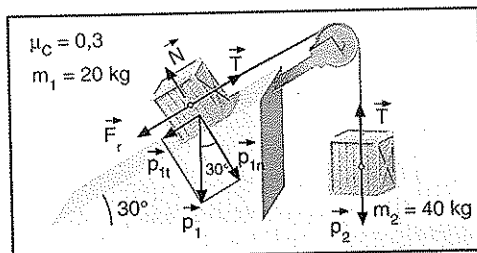
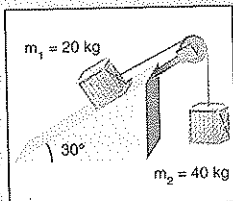
$$R = N - p = N - mg$$

5. Unha persoa de 64 kg de masa está sobre unha báscula no interior dun ascensor. Indica qué marcará a báscula cando o ascensor se mova cunha aceleración de $3,5 \text{ m/s}^2$ dirixida cara a arriba.

Sol.: 86,9 kp

4

Calcula a aceleración do sistema da figura e a tensión da corda se o coeficiente de rozamento cinético entre o primeiro corpo e a superficie é $\mu_c = 0,3$.

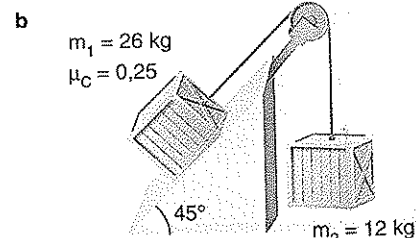
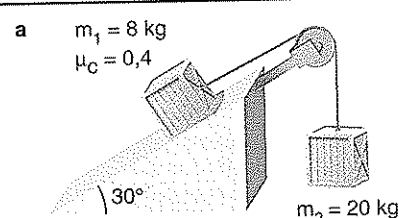


— Suporemos que o sistema se moverá cara á dereita. É dicir, o corpo 1 subirá polo plano inclinado mentres que o corpo 2 descenderá.

Se a aceleración resulta negativa, significa que o sentido escollido non é o correcto e deberíamos refacer o problema escollendo o sentido oposto.

7. Calcula a aceleración e a tensión da corda para os sistemas da figura.

Sol.: a) $4,6 \text{ m/s}^2$, $103,4 \text{ N}$;
b) $0,46 \text{ m/s}^2$, $123,1 \text{ N}$



— A báscula sinala a forza que a persoa exerce sobre ela, é dicir, a forza de reacción á normal, $\bar{N}'$. O seu valor dedúcese da segunda lei de Newton:

$$R = N - mg = ma$$

$$N = ma + mg = m(a + g)$$

$$N = 70 \text{ kg} (2 \text{ m/s}^2 + 9,8 \text{ m/s}^2) = 826 \text{ N}$$

— A báscula mide o peso en quilopondios, polo tanto:

$$826 \text{ N} \cdot \frac{1 \text{ kp}}{9,8 \text{ N}} = 84,3 \text{ kp}$$

A báscula marcará 84,3 kp. É dicir, o feito de subir nun ascensor acelerado fai aumentar o peso aparente da persoa.

6. Unha carga de 280 kp de peso está situada no interior dun montacargas. Determina cal será o peso aparente da carga cando o montacargas se mova cunha aceleración de 3 m/s^2 dirixida cara a abaixo.

Sol.: 194,3 kp

Se neste caso o resultado tamén fora negativo, significaría que o corpo se mantén en repouso.

— Aplicamos a lei fundamental da dinámica e resolvemos o sistema de ecuacións obtido:

$$\text{Corpo 1: } T - p_{1t} - F_r = m_1 a$$

$$\text{Corpo 2: } p_2 - T = m_2 a$$

$$\text{Suma: } p_2 - p_{1t} - F_r = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{p_2 - p_{1t} - F_r}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g - p_1 \sin \alpha - \mu_c p_1 \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin 30^\circ - \mu_c m_1 \cos 30^\circ)}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 (40 \text{ kg} - 20 \text{ kg} \cdot 0,5 - 0,3 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 0,866)}{40 \text{ kg} + 20 \text{ kg}}$$

$$a = 4,1 \text{ m/s}^2$$

$$T = p_2 - m_2 a = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a)$$

$$T = 40 \text{ kg} (9,8 \text{ m/s}^2 - 4,1 \text{ m/s}^2) = 228 \text{ N}$$

A aceleración do sistema é de $4,1 \text{ m/s}^2$ e a tensión da corda é de 228 N.

5

Un automóbil de 2 000 kg toma unha curva plana de 100 m de radio á velocidade de 90 km/h. Calcula a forza de rozamento que debe existir entre os pneumáticos e a estrada para que o vehículo non derrape.

— Calcula a máxima velocidade coa que o automóbil pode tomar a curva sen derrapar se o coeficiente de rozamento estático entre os pneumáticos e a estrada é $\mu_e = 0,2$.

— Datos:

$$m = 2000 \text{ kg}$$

$$R = 100 \text{ m}$$

$$v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

$$\mu_e = 0,2$$

— A forza de rozamento entre as rodas e a estrada é a forza centrípeta. Polo tanto:

$$F_r = m \frac{v^2}{R} = 2000 \text{ kg} \frac{(25 \text{ m/s})^2}{100 \text{ m}} = 12500 \text{ N}$$

— A máxima velocidade coa que o automóbil pode tomar a curva sen derrapar conseguirase cando a forza de rozamento sexa a máxima.

$$\mu_e N = m \frac{v^2}{R}; \mu_e \cancel{m} g = \cancel{m} \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\mu_e g R} = \sqrt{0,2 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}} = 14 \text{ m/s}$$

8. Un automóbil de 2 500 kg toma unha curva de 60 m de radio á velocidade de 54 km/h. Calcula a forza de rozamento que debe existir entre os pneumáticos e a estrada para que o vehículo non derrape.

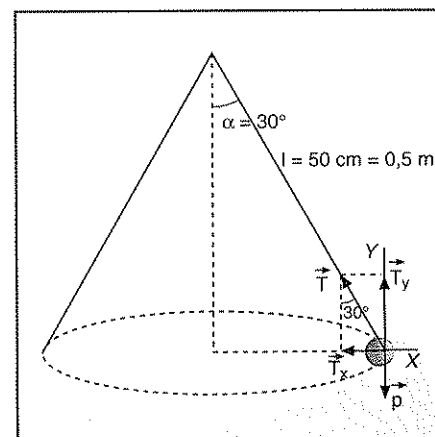
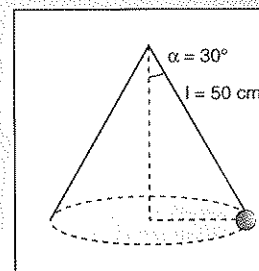
Sol.: 9375 N

9. Calcula a máxima velocidade coa que un automóbil pode tomar unha curva de 100 m de radio sen derrapar, se o coeficiente de rozamento estático entre os pneumáticos e a estrada é de $\mu_e = 0,12$.

Sol.: 10,8 m/s

6

Átase unha bóla ó extremo dunha corda de 50 cm de lonxitude e faise xirar no aire cunha velocidade constante en módulo. Se a corda forma un ángulo $\alpha = 30^\circ$ coa vertical, calcula o módulo da velocidade da bóla e o tempo que tarda en dar unha volta completa.



— Previamente acharemos o radio de xiro:

$$R = l \sin \alpha = 0,5 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 0,25 \text{ m}$$

— Aplicamos a segunda lei de Newton tendo en conta que a forza resultante na dirección radial é a forza centrípeta:

$$\text{eixe X: } T_x = F_c; T \sin \alpha = \frac{m v^2}{R}$$

$$\text{eixe Y: } T_y = p; T \cos \alpha = mg$$

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{\cancel{m} \frac{v^2}{R}}{\cancel{m} g}; \tan \alpha = \frac{v^2}{R g}$$

— Despexamos a velocidade na expresión obtida:

$$v = \sqrt{R g \tan \alpha} = \sqrt{0,25 \text{ m} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan 30^\circ} = 1,2 \text{ m/s}$$

— Para calcular o tempo que tarda a bóla en dar unha volta completa, dividimos a lonxitude da circunferencia entre a velocidade da bóla.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}; \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{2 \pi R}{v} = \frac{2 \pi \cdot 0,25 \text{ m}}{1,2 \text{ m/s}} = 1,3 \text{ s}$$

A velocidade da bóla é de 1,2 m/s e o tempo que tarda en dar unha volta completa é de 1,3 s.

10. Átase unha bóla ó extremo dunha corda de 75 cm de lonxitude e faise xirar no aire cunha velocidade constante en módulo. Se a corda forma un ángulo $\alpha = 45^\circ$ coa vertical, calcula o módulo da velocidade da bóla.

Sol.: 2,3 m/s

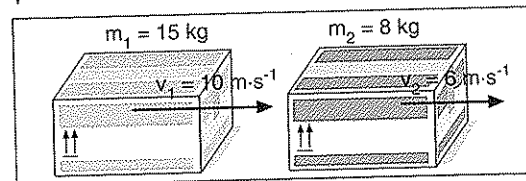
11. Átase unha bóla ó extremo dunha corda de 45 cm de lonxitude e faise xirar no aire cunha velocidade constante en módulo. Se a corda forma un ángulo $\alpha = 35^\circ$ coa vertical, calcula o tempo que tarda en dar unha volta completa.

Sol.: 1,2 s

Exercicios e problemas

- ¿Por que debemos poñer cadeas nas rodas dos coches cando a estrada está xeadada?
Sol.: $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- ¿Pode ter un automóbil unha traxectoria curva se sobre el non actúa ningunha forza?
- Calcula a aceleración que experimenta un corpo de 10 kg de masa cando lle aplicamos unha forza de 30 N .
Sol.: $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- Un corpo de 1 kg , que inicialmente está en repouso, adquiere unha aceleración de 2 m/s^2 cando actúa unha forza sobre el. Calcula:
a) O módulo da forza.
b) A distancia percorrida polo corpo en 5 s .
Sol.: a) 2 N ; b) 25 m
- Calcula o módulo da forza aplicada a un corpo de 12 kg de masa se aumentou a súa velocidade de 20 m/s nun tempo de 5 s .
Sol.: 48 N
- Dous patinadores están en repouso sobre unha pista de xeo. O primeiro deles, de 54 kg , empuxa ó segundo, de 81 kg , cunha forza de 162 N . Calcula a aceleración adquirida por cada un deles.
Sol.: 3 m/s^2 e 2 m/s^2
- Sobre un corpo de 40 kg , que inicialmente está en repouso, actúa unha forza de 80 N durante 6 s . Calcula:
a) A velocidade que adquiere o corpo e a súa cantidade de movemento.
b) O impulso lineal.
Sol.: a) 12 m/s , $480 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $480 \text{ N} \cdot \text{s}$
- Unha pelota de 300 g chega perpendicularmente á parede dun frontón cunha velocidade de 15 m/s e sae rebotada na mesma dirección a 10 m/s . Se a forza exercida pola parede sobre a pelota é de 150 N , calcula o tempo de contacto entre a pelota e a parede.
Sol.: $0,05 \text{ s}$
- Dous patinadores de 62 kg e 70 kg chocan frontalmente con velocidades de 26 m/s e 12 m/s , respectivamente. Se os dous patinadores quedan abrazados despois do choque, determina a súa velocidade final.
Sol.: $5,8 \text{ m/s}$
- Calcula a velocidade de retroceso dunha arma de fogo de $1,2 \text{ kg}$ de masa que dispara un proyectil de 24 g a unha velocidade de 500 m/s .
Sol.: 10 m/s

- Calcula a velocidade final do sistema da figura se unha vez que chocan os dous corpos se desprazan unidos.
Sol.: $8,6 \text{ m/s}$

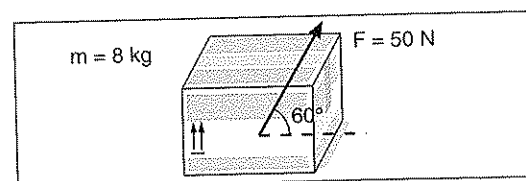


- Calcula o valor da forza normal que actúa sobre un corpo de 50 kg de masa nos seguintes casos: a) o corpo está apoiado sobre un plano horizontal; b) o corpo está apoiado sobre un plano inclinado 30° con respecto á horizontal.
Sol.: 490 N ; $424,4 \text{ N}$

- Un corpo de 15 kg está en repouso sobre unha superficie horizontal. Calcula os coeficientes de rozamento estático e cinético se hai que aplicar paralelamente a ese plano unha forza de $51,45 \text{ N}$ para que comece a escorregar, e outra de $36,75 \text{ N}$ para que manteña o seu MRU.
Sol.: a) $0,35$; b) $0,25$

- Aplicase unha forza horizontal de 100 N a un corpo de 20 kg de masa apoiado sobre unha superficie horizontal. Se o coeficiente de rozamento cinético é de $0,25$, calcula: a) a forza de rozamento; b) a aceleración do corpo; c) a súa velocidade ó cabo de 3 s se partiu cunha velocidade de 10 m/s .
Sol.: a) 49 N ; b) $2,5 \text{ m/s}^2$; c) $17,5 \text{ m/s}$

- Aplicase unha forza de 50 N , que forma un ángulo de 60° coa horizontal, a un corpo de 8 kg de masa. Calcula a aceleración do corpo se este se move por un plano horizontal e o coeficiente de rozamento cinético é de $0,1$.

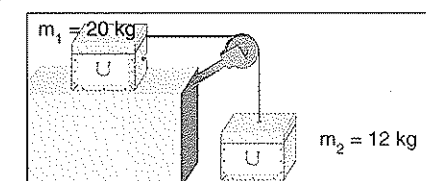


- Un corpo de 25 kg de masa descende por un plano inclinado 30° con respecto á horizontal. Calcula a aceleración do corpo se: a) non hai rozamento; b) o coeficiente de rozamento cinético entre o corpo e a superficie é de $0,35$.
Sol.: a) $4,9 \text{ m/s}^2$; b) $1,9 \text{ m/s}^2$

- Deséxase subir un corpo de 100 kg por un plano inclinado 45° con respecto á horizontal. Se o coeficiente de rozamento cinético é de $0,4$, calcula: a) a forza de rozamento; b) a forza que se debe aplicar paralelamente a ese plano para que o corpo suba con velocidade constante.
Sol.: a) $277,2 \text{ N}$; b) $970,2 \text{ N}$

- Un corpo de 3 kg de masa sobe por un plano inclinado 30° con respecto á horizontal, por efecto dunha forza de 50 N paralela a ese plano. Se o coeficiente de rozamento cinético é de $0,3$, calcula: a) as compoñentes do peso; b) a forza de rozamento; c) a aceleración do corpo.
Sol.: a) $p_t = 14,7 \text{ N}$, $p_n = 25,5 \text{ N}$; b) $7,6 \text{ N}$; c) $9,2 \text{ m/s}^2$

- Calcula a aceleración do sistema da figura e a tensión da corda se o coeficiente de rozamento cinético entre o primeiro corpo e a superficie é $0,5$.



- Dos extremos da corda dunha polea colgan dous corpos de 30 kg e 12 kg . Calcula: a) a aceleración do sistema; b) a tensión da corda.
Sol.: $0,6 \text{ m/s}^2$; $110,3 \text{ N}$

- Átase un corpo de 2 kg ó extremo dunha corda de 1 m de lonxitude e faise xirar nun plano horizontal, sobre o que se apoia e co que non ten rozamento, a razón de 40 voltas por minuto. Calcula a tensión da corda.
Sol.: $35,1 \text{ N}$

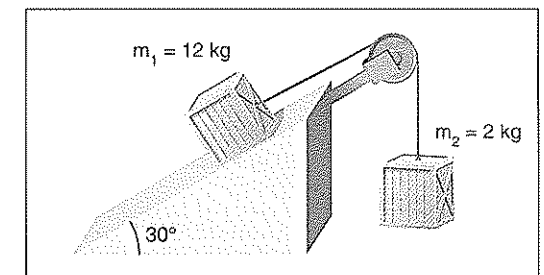
- Unha pedra de 100 g , atada ó extremo dunha corda de 1 m de lonxitude, xira cunha velocidade constante en módulo apoiándose nun plano horizontal. Calcula a velocidade da pedra se non existe rozamento e a tensión da corda é de $2,5 \text{ N}$.
Sol.: 5 m/s

- Calcula a forza centrípeta necesaria para que un automóbil de 2400 kg de masa tome unha curva plana de 25 m de radio a unha velocidade de 54 km/h .
Sol.: 21600 N

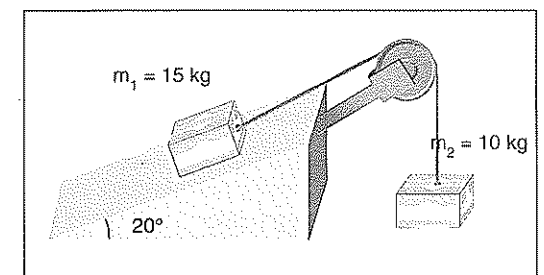
- Calcula a máxima velocidade coa que un automóbil pode tomar unha curva plana de 75 m de radio sen derrapar, se o coeficiente de rozamento estático entre os pneumáticos e a estrada é de $0,24$.
Sol.: $13,3 \text{ m/s}$

- Dúas bólas de billar iguais chocan frontalmente con velocidades de $4,48 \text{ m/s}$ e $2,32 \text{ m/s}$. Despois do choque, a primeira bóla móvese nunha dirección que forma 60° coa súa dirección inicial, e a segunda bóla, nunha dirección que forma -20° coa dirección inicial da primeira. Calcula a velocidade final de ambas as dúas.
Sol.: $0,75 \text{ m/s}$; $1,90 \text{ m/s}$

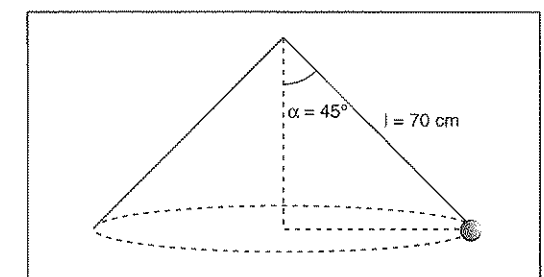
- Calcula a aceleración do sistema da figura e a tensión da corda, se o coeficiente de rozamento cinético entre o primeiro corpo e a superficie é $0,2$.



- Calcula a aceleración do sistema da figura e a tensión da corda se: a) non hai rozamento; b) o coeficiente de rozamento cinético entre o corpo 1 e a superficie é de $0,3$.

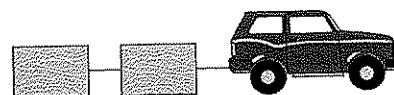


- Átase unha bóla ó extremo dunha corda de 70 cm de lonxitude e faise xirar no aire cunha velocidade constante en módulo. Se a corda forma un ángulo de 45° coa vertical, calcula: a) a velocidade da bóla; b) o tempo que tarda a bóla en dar unha volta completa; c) o número de voltas que dá a bóla nun minuto.
Sol.: a) $2,2 \text{ m/s}$; b) $1,4 \text{ s}$; c) $42,4$ voltas



EXERCICIOS E PROBLEMAS RESOLTOS

- A aceleración dun corpo é debida á contribución de todas as forzas que actúan sobre el. Para calcular a aceleración hai que encontrar primeiro a forza resultante.
- A forza de rozamento opónse ao movemento e non pode ser maior ca a forza de tracción.



13

Un coche de xoguete arrastra polo chan dous tacos de madeira de 250 g de masa cada un. Supoñendo que o rozamento de cada taco co chan é igual ao 45% do seu peso e que o conxunto se move cunha aceleración de $0,5 \text{ m s}^{-2}$:

- Cal é a forza resultante sobre cada taco?
- Que forza de tracción realiza o coche?
- Se se quita un dos tacos, con que aceleración se move o que queda?
- Se se corta o fío que une o coche co taco, cal é a forza resultante sobre o taco? Se este percorre 3,3 m antes de deterse, que velocidade levaba no momento de cortar o fío?

a) A forza resultante sobre un corpo é a súa masa pola súa aceleración.

$$F_R = ma = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125 \text{ N}$$

b) A forza de rozamento sobre cada taco vale: $f_r = 0,45 mg = 0,45 \cdot 0,25 \cdot 9,8 = 1,1 \text{ N}$
A forza resultante sobre os dous bloques é a masa do conxunto pola súa aceleración.

$$F_R = (m + m)a = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ N}$$

$$F_R = F_{\text{trac}} - f_r; \quad F_{\text{trac}} = F_R + f_r = 0,25 + 2 \cdot 1,1 = 2,45 \text{ N}$$

c) O rozamento e a masa son a metade do caso anterior.

$$F_{\text{trac}} - f_r = ma; \quad 2,45 - 1,1 = 0,25 a; \quad a = 5,4 \text{ m s}^{-2}$$

d) Ao cortar o fío desaparece a forza de tracción pero continúa habendo rozamento.

$$F_R = -f_r = -1,1 \text{ N}$$

O taco realiza un *mrva* de freada con aceleración: $a = \frac{F_R}{m} = \frac{-1,1}{0,25} = -4,4 \text{ m s}^{-2}$

A partir de $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ calculamos v_0 .

$$v_0^2 = 0 - 2(-4,4) 3,3 = 29,04; \quad v_0 = 5,4 \text{ m s}^{-1}$$

14

Un peso colga de dúas cordas suxeitas a dous postes verticais tal como se ve na figura. As cordas forman cos postes ángulos de 60° e 45° , respectivamente.

- Sabendo que $T_1 = 538 \text{ N}$, calcula T_2 e o valor do peso.
- Se a distancia entre os postes é de 10 m e unha corda está 2 m máis alta ca a outra, calcula as lonxitudes das cordas.

a) O peso está en equilibrio, polo tanto a resultante de todas as forzas vale cero.

$$P + T_1 + T_2 = 0$$

Escribimos as ecuacións por compoñentes:

$$\text{Eixe y: } T_{1y} + T_{2y} - P = 0; \quad \text{Eixe x: } T_{1x} - T_{2x} = 0$$

Desenvolvemos a segunda ecuación para obter o valor de T_2 .

$$T_1 \sin 45^\circ - T_2 \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{538 \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 439,27 \text{ N}$$

b) Apoiándonos no desenvolvemento xeométrico da imaxe, temos:

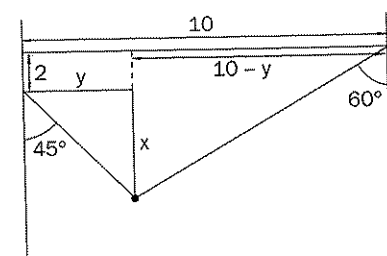
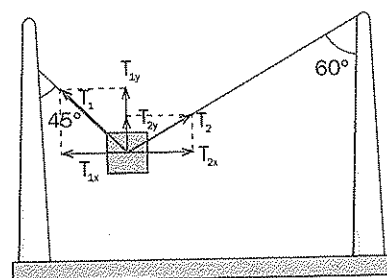
$$\tan 45^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y; \quad \tan 60^\circ = \frac{10 - y}{x + 2} \Rightarrow \frac{10 - y}{x + 2} = 1,73$$

Resolvemos o sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas obtido.

$$10 - y = (y + 2) 1,73; \quad 10 - y = 1,73y + 3,46; \quad 10 - 3,46 = 2,73y \Rightarrow y = \frac{6,54}{2,73} = 2,39$$

Así pois, a lonxitude de cada tramo de corda representado na imaxe é:

$$L_1 = \frac{x}{\sin 45^\circ} = \frac{2,39}{\sin 45^\circ} = 3,38 \text{ m} \quad L_2 = \frac{y}{\sin 60^\circ} = \frac{10 - 2,39}{\sin 60^\circ} = 8,79 \text{ m}$$



- Nos choques e nas explosións consérvase a cantidade de movemento do sistema.

- Pódese considerar que unha explosión é equivalente a un choque totalmente inelástico no que se inverteu a secuencia temporal dos acontecementos.

15

Un vagón de 2,5 t que se move por unha vía recta a velocidade constante de 54 km h^{-1} choca contra outro vagón de 5 t que está estacionado na mesma vía e espétase nel.

- Con que velocidade sae impulsado o conxunto?
- Que porcentaxe da enerxía cinética inicial do coche se perde no choque?
- Consérvase a cantidade de movemento do conxunto no choque?

a) As forzas que interveñen no choque son internas ao sistema vagón-vagón e, en consecuencia, non alteran a cantidade de movemento do sistema. A cantidade de movemento é a mesma inmediatamente antes e despois do choque.

Neste caso, o movemento prodúcese sobre unha recta, polo que podemos prescindir do carácter vectorial da cantidade de movemento.

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = (m_1 + m_2) v_1; \quad 2500 \cdot 15 = (2500 + 5000) v_1 \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m s}^{-1}$$

b) Calculamos en primeiro lugar o incremento de enerxía que se produciu.

$$\Delta E_c = E_c - E_{c0} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 = -375 000 \text{ J}$$

Comparándoo co valor inicial da enerxía calcúlase a porcentaxe que corresponde.

$$\frac{\Delta E_c}{E_{c0}} = \frac{-375 000}{562 500} = -0,67 = 67\%$$

Daquela pérdese o 67% da enerxía inicial.

c) Despois do choque, se non existise rozamento conservaríase a cantidade de movemento; pero nos casos reais non se pode evitar o rozamento, polo tanto non se conserva a cantidade de movemento e o conxunto das dúas vagonetas terminará deténdose.

16

Unha granada de 2 kg que se move horizontalmente a unha velocidade de 100 m s^{-1} estoura en dous fragmentos iguais. Estes saen en direccións que forman coa horizontal ángulos de 60° e -60° , respectivamente.

- Cal é a cantidade de movemento antes de estoupar? Escribo en forma vectorial.
- Con que velocidade sae cada fragmento?

a) Coñecemos todos os datos, daquela aplicamos a fórmula.

$$\vec{p}_0 = m \vec{v}_0 = 2 \cdot (100) = (200) \text{ (kg m s}^{-1}\text{)}$$

b) A cantidade de movemento non varía como consecuencia da explosión. Expresamos a súa conservación en forma vectorial:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_1$$

Calculamos o valor da cantidade de movemento final:

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_{11} + m_2 \vec{v}_{12} = 1 \cdot (v_1 \cos 60^\circ, v_1 \sin 60^\circ) + 1 \cdot (v_2 \cos(-60^\circ), v_2 \sin(-60^\circ))$$

Desenvolvemos a expresión: $\vec{p}_1 = [(v_1 + v_2) \cdot 0,5; (v_1 - v_2) \cdot 0,87] = (200, 0)$

$$\left. \begin{aligned} 200 &= (v_1 + v_2) \cdot 0,5 \\ 0 &= (v_1 - v_2) \cdot 0,87 \end{aligned} \right\} v_1 = v_2; \quad 200 = 2v_1 \cdot 0,5 \Rightarrow v_1 = 200 \text{ m s}^{-1}$$

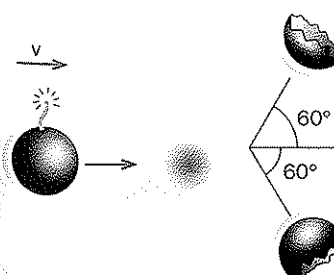
En forma vectorial:

$$\vec{v}_1 = (200 \cos 60^\circ, 200 \sin 60^\circ) = 100\vec{i} + 173,2\vec{j} \text{ (m s}^{-1}\text{)}$$

$$\vec{v}_2 = (200 \cos 60^\circ, -200 \sin 60^\circ) = 100\vec{i} - 173,2\vec{j} \text{ (m s}^{-1}\text{)}$$

- Lembra que a cantidade de movemento $\vec{p}$ é unha magnitude vectorial. Se o movemento é bidimensional, é incorrecto utilizar os módulos das velocidades na ecuación de conservación.

- Cando hai movemento antes da explosión, o incremento da cantidade de movemento vale cero, pero non a cantidade de movemento inicial nin a final, que teñen o mesmo valor.



EXERCICIOS E PROBLEMAS

Lei de Hooke

- 23 Nun resorte prodúcese un alongamento de 8 cm cando se lle aplica unha forza de 16 N.
- Cal é o valor da súa constante recuperadora?
 - Canto se alongará se se lle aplica unha forza de 40 N?
 - Que forza hai que aplicarlle para producir un alongamento de 5 cm?

Solución: a) 200 N m^{-1} ; b) 20 cm; c) 10 N

- 24 Cunha regra mídese a lonxitude dun resorte cando pende del un peso de 20 N e resulta ser de 63 cm. Engádese ao peso anterior outro de 10 N e mídese de novo a lonxitude, que pasa a ser de 70 cm. Encontra con estes datos a lonxitude natural do resorte e a súa constante recuperadora.

Solución: 49 cm; $142,8 \text{ N m}^{-1}$

- 25 Un resorte de lonxitude natural 60 cm alóngase 8 cm cando se colga del un peso de 10 N. A continuación, quítase o peso e comprímese ata que a súa lonxitude se reduce nun 15%. Que forza hai que aplicar para conseguilo?

Solución: 11,25 N

- 26 Aplícaselle a mesma forza a dous resortes A e B, o primeiro de constante recuperadora dobre ca o segundo.

- Que relación existirá entre os alongamentos producidos?
- Que relación haberá entre as forzas necesarias para producir o mesmo alongamento?

Solución: a) $\Delta l_B = 2 \Delta l_A$; b) $F_A = 2F_B$

Composición de forzas

- 27 Determina o módulo da forza resultante de dous de 600 N e 400 N nos casos seguintes:

- Teñen a mesma dirección e sentido.
- Teñen a mesma dirección e sentido contrario.
- Son perpendiculares.
- Forman un ángulo de 30° .

Solución: a) 1000 N; b) 200 N; c) 721,1 N; d) 967,3 N

- 28 A resultante $\vec{F}_R$ de tres forzas concorrentes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ ten un módulo de 6,71 N e forma un ángulo de $26,6^\circ$ co eixe OX. Se sabes que $\vec{F}_1 = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ e $\vec{F}_2 = 2\vec{i}$, determina o valor de $\vec{F}_3$.

Solución: $8\vec{i} - 2\vec{j}$ (N)

- 29 Calcula o ángulo que deben formar dúas forzas iguais para que o módulo da súa suma sexa igual ao módulo dunha delas.

Solución: $\alpha = 120^\circ$

- 30 Dúas forzas perpendiculares concorrentes $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ teñen unha resultante de 50 N. Calcula o valor das intensidades de cada unha destas forzas se sabes que a intensidade de $\vec{F}_1$ é 10 N maior ca a de $\vec{F}_2$.

Solución: 30 N; 40 N

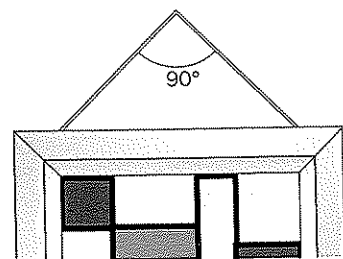
- 31 Nun mesmo punto están aplicadas as seguintes forzas:

- $F_1 = 20 \text{ N}$; horizontal en sentido do eixe OX positivo.
 $F_2 = 30 \text{ N}$; formando 60° co eixe OX positivo.
 $F_3 = 30 \text{ N}$; formando 30° co eixe OY positivo.
 $F_4 = 10 \text{ N}$; vertical sobre o eixe OY negativo.

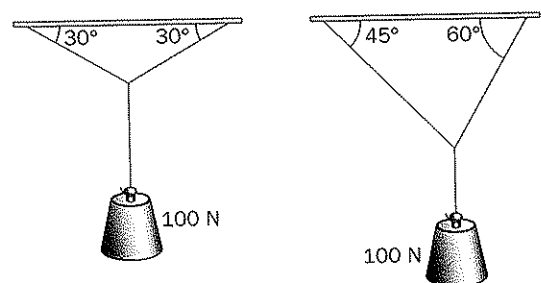
- Debuxa as forzas e encontra graficamente a resultante.
 - Escribeas en compoñentes e calcula a súa suma.
 - Calcula a intensidade e a dirección da suma.
- Solución: b) (20, 42) N; c) 46,5 N; $64,5^\circ$

Equilibrio e momentos

- 32 O cadro da figura pesa 150 N. Que forza soporta a corda? Que ángulo deberían formar as dúas metades da corda se esta só puidese soportar 100 N?



- 33 Calcula as tensións das cordas en cada unha das figuras.

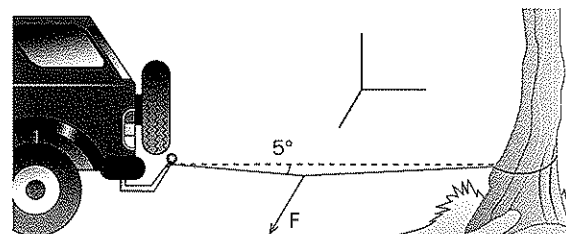


Solución: a) $T_1 = T_2 = 100 \text{ N}$; b) $T_1 = 73 \text{ N}$; $T_2 = 51,8 \text{ N}$

Equilibrio e momentos

- 34 Para mover un coche atrancado nun terreo con barro, cumpriría empurralo cunha forza de 1 000 N. O condutor, que está só e non ten forza suficiente, opta por outra solución.

Ata o extremo dunha corda longa e forte a unha árbore e o outro extremo ao coche, e tira lateralmente dela como se ve na figura. Que forza ten que realizar o condutor para mover o coche se tira cun ángulo de 5° ?



Solución: 174,9 N

- 35 Aplícanse dúas forzas paralelas e de sentido contrario de 45 e 15 N nos extremos dunha barra de 6 m de lonxitude. Encontra a forza que as equilibra e indica onde se encontra o seu punto de aplicación.

Solución: 30 N; 4,5 m

- 36 Unha porta de 90 cm de ancho ten un tirador situado a 80 cm do eixe. Para abríla necesítase aplicar unha forza perpendicular ao tirador de 30 N.

- Que momento exerce a forza?
 - Que forza haberá que facer se se despraza o tirador 5 cm á dereita, afastándose do eixe?
 - E se se aproxima 5 cm ao eixe?
- Solución: a) 24 Nm; b) 28,2 N; c) 32 N

- 37 Un rapaz transporta dous caldeiros de auga de 8 e 12 kg situados nos extremos dunha pértiga de 3 m de longo que apoia sobre o ombreiro.

- Que forza soporta o ombreiro?
 - A que distancia do caldeiro de 8 kg se apoia a pértiga sobre o ombreiro?
- Solución: a) 196 N; b) 1,8 m

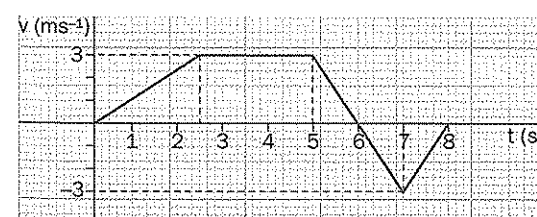
- 38 Aplícanse dúas forzas de 10 N paralelas e de sentido contrario á periferia dun volante de 15 cm de raio.

- Canto vale a forza resultante?
 - Canto vale o momento do par de forzas?
 - Está o volante en equilibrio?
- Solución: a) 0; b) 3 Nm; c) Non

Principios da dinámica

- 39
- Se non actúa ningunha forza sobre un corpo, pódese asegurar que está en repouso?
 - Se un corpo non ten aceleración, pódese asegurar que a forza resultante sobre el é nula?
- 40 Indica as forzas que actúan nos seguintes casos e razoa se hai forza resultante ou non:
- Un can tira dunha zorra sobre un chan horizontal conxelado sen rozamento.
 - Un coche co motor en marcha avanza pola estrada a velocidade constante.
 - Un tren colle unha curva a velocidade constante.
 - Unha motocicleta acelera nunha estrada recta.
 - Un coche avanza lentamente en punto morto.
 - A folla dunha árbore cae planeando.

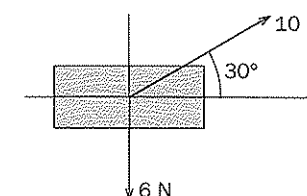
- 41 Un obxecto de 4 kg móvese en liña recta variando a súa velocidade do modo expresado na gráfica. Calcula a forza resultante sobre o obxecto en cada tramo e represéntaa graficamente.



Solución: 4,8 N; 0 N; -12 N; 12 N

- 42 Sobre un corpo de 8 kg actúan dúas forzas.

- Determina o vector aceleración.
- Se inicialmente o corpo está en repouso, en que dirección se moverá?



Solución: a) $1,08\vec{i} - 0,125\vec{j} \text{ (m s}^{-2}\text{)}$; b) $\alpha = -6,6^\circ$

- 43 Un obxecto de 10 kg móvese baixo a acción dunha forza $\vec{F} = 40\vec{i} - 30\vec{j} \text{ N}$. Supoñendo que, para $t = 0 \text{ s}$, se encontra na orixe de coordenadas e se move cunha velocidade $\vec{v} = 2\vec{j} \text{ m s}^{-2}$, calcula:

- A aceleración.
 - A velocidade e a posición da partícula para $t = 4 \text{ s}$.
- Solución: a) $(4, -3) \text{ m s}^{-2}$; b) $(16, -10) \text{ m s}^{-2}$; c) $(32, -16) \text{ m}$

- 44 A un corpo en repouso de 5 kg aplícaselle unha forza de 35 N. Que velocidade terá ao cabo de 8 s? Que espazo percorrerá?

Solución: 56 m s^{-1} ; 224 m

- 45 Un vehículo de 750 kg móvese a unha velocidade de 72 km h^{-1} . Que forza teñen que exercer os freos para detelo en 50 m?

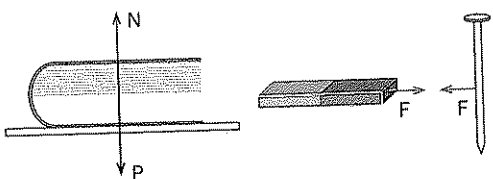
Solución: 3000 N

EXERCICIOS E PROBLEMAS

Principios da dinámica

- 46 Debuxa as forzas que actúan sobre un tapón de cortiza que flota na superficie dun estanque. Indica o corpo que é responsable de cada unha. Enumera as parellas acción-reacción existentes.
- 47 Dous imáns atráense mutuamente. Tendo en conta que a masa dun deles é o dobre ca a do outro:
- Cal experimentará unha forza maior?
 - Cal se moverá con maior aceleración?

- 48 Razona se son parellas acción-reacción as forzas representadas nos debuxos.



Interacción gravitatoria. Peso

- 49 Na vida corrente, o peso dun corpo adóitase medir en quilos (quilopondios) e non en newton. Un quilopondio é o peso na Terra dun corpo de 1 kg, e equivale a 9,8 N. Con esta información, cubre a táboa seguinte e compara os valores da masa co peso en kp.

Masa (kg)	Peso (N)	Peso (kp)
	1,8	
3,2		
		4,9

- 50 Os corpos caen na Lúa cunha aceleración seis veces menor ca na Terra.

- Canto pesa na Lúa un obxecto que na Terra pesa 392 N?
- En canto se debería incrementar a masa do obxecto para que o seu peso na Lúa fose de 392 N?

Solución: a) 65,3 N; b) 200 kg

- 51 Onde pesa máis un corpo: ao nivel do mar ou no cumio dunha alta montaña? Por que?

Impulso e conservación do momento linear

- 52 Unha pelota de 120 g que se move horizontalmente a unha velocidade de 5 m s^{-1} choca contra unha parede e rebota coa mesma velocidade en módulo.
- Consérvase a cantidade de movemento da pelota no choque?; e a cantidade de movemento do sistema pelota-pared?
 - Se existe algunha variación, calcula o seu valor.

Solución: $0,6 \text{ kg m s}^{-1}$

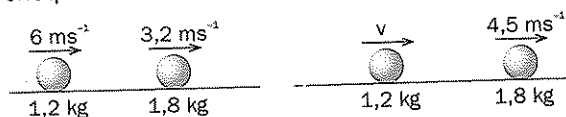
- 53 Unha bóla de béisbol de 150 g que se move a 32 m s^{-1} é bateada cara ao lanzador, e adquire unha velocidade de 50 m s^{-1} na mesma dirección e sentido. A forza impulsiva exercida polo bate actúa durante 0,35 s. Calcula:

- O impulso exercido sobre a pelota.
- A forza media exercida.

Solución: a) 2,7 Ns; b) 7,7 N

- 54 Na figura esquematízase un choque unidimensional entre dúas partículas. Antes de chocaren as partículas, de masas 1,2 e 1,8 kg, móvense no mesmo sentido con velocidades de 6 m s^{-1} e $3,2 \text{ m s}^{-1}$, respectivamente. Despois do choque, a partícula de 1,8 kg ten unha velocidade de $4,5 \text{ m s}^{-1}$. Indica:

- A cantidade de movemento que unha partícula lle transfere á outra.
- A velocidade da segunda partícula despois do choque.



Solución: a) $2,34 \text{ kg m s}^{-1}$; b) $4,05 \text{ m s}^{-1}$

- 55 Unha vagoneta de 1,2 t móvese por unha vía a velocidade constante de 27 km h^{-1} . Canto vale a súa cantidade de movemento?

Solución: 9000 kg m s^{-1}

- 56 Para probar o parachoques dun coche faise chocar o vehículo de 2 500 kg de masa a 60 km h^{-1} contra un muro de cemento. Cal é a forza media do impacto se durou 0,5 s?

Solución: 83333 N

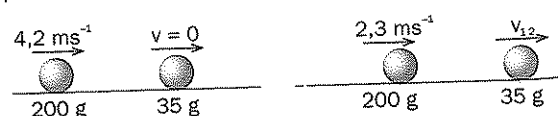
- 57 Unha quenlla de masa M que está nadando a unha velocidade de 3 m s^{-1} engole un peixe que nada na mesma dirección a 6 m s^{-1} . Se a masa do peixe é a décima parte da da quenlla, calcula a velocidade á que se despraza a quenlla despois de comer o peixe se se moven:

- No mesmo sentido.
- En sentido contrario.
- Que relación hai entre as enerxías perdidas en cada caso?

Solución: a) $3,3 \text{ m s}^{-1}$; b) $2,2 \text{ m s}^{-1}$; c) 1,2

- 58 No choque esquematizado na figura, calcula:

- A velocidade final v_{12} .
- A enerxía que m_1 traspasa a m_2 .
- En caso de non ser elástico, a porcentaxe de enerxía perdida no choque.



Solución: a) $1,1 \text{ m s}^{-1}$; b) 1,23 J; c) 58%

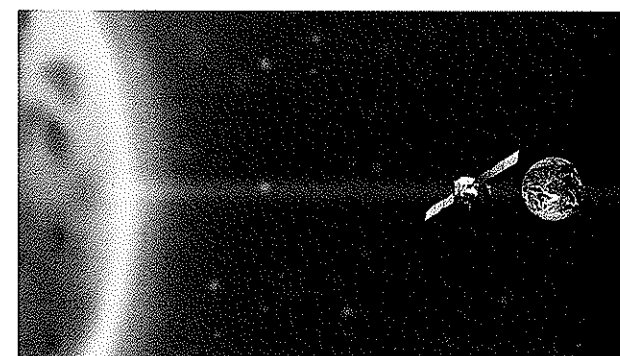
A ciencia é noticia

Unha atalaia entre o Sol e a Terra

Un satélite ocupará o punto onde se equilibra a gravidade de ambos os corpos

En 1772, un matemático italo-francés, Joseph Louis Lagrange, intentou determinar un punto de equilibrio entre a gravidade do Sol e a da Terra, no que un corpo se encontrara en repouso e sempre estacionario respecto a ambos os corpos celestes... e encontrou cinco. Hoxe son coñecidos como puntos de Lagrange (L1, L2, L3, L4 e L5) e poden ter importantes aplicacións.

O máis obvio, o L1, encóntrase na recta imaxinaria que une ambos os corpos e ten uns 150 millóns de quilómetros. Como o Sol é moito máis masivo ca a Terra, o punto de equilibrio está situado a 1,5 millóns de quilómetros do planeta. Desde alí, e co mínimo consumo de enerxía, pódese observar de forma permanente a cara iluminada da Terra. Iso é o que pretende a sonda espacial *Deep Space Climate Observatory*, destinada a medir desde alí o balance enerxético da Terra entre a radiación que recibe e a que devolve ao espazo.



pazo, un dato esencial para estudar a evolución do clima.

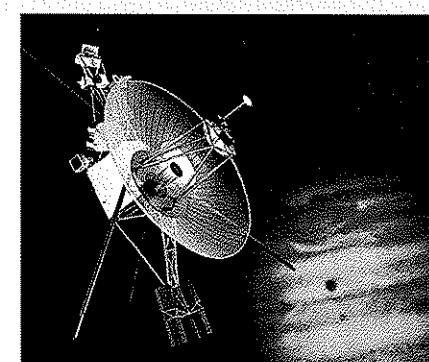
Na mesma liña encóntranse outros dous puntos de Lagrange, o L2 e o L3, o primeiro ao outro lado do noso planeta, onde un corpo recibe a atracción gravitatoria sumada de ambos os astros, de maneira que se anula a súa forza centrífuga. Nese punto encóntrase a nave *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP), que busca precisamente a escuridade, xa que é un telescopio de microondas que debe evitar a luz directa do sol.

O punto L3 encóntrase na prolongación da liña Terra-Sol ao outro lado da nosa estrela, e é moito máis inestable pola influencia doutros planetas. De momento carece de interese astronáutico, igual que os puntos L4 e L5, que se encontran na órbita terrestre a 60° , por diante e por detrás, de distancia do noso planeta.

Máis alá do sistema solar

A viaxe interminable das sondas Voyager 1 e 2 cara ás estrelas

Levan máis de 30 anos viaxando polo espazo, afastándose de nós. Trátase das naves *Voyager 1* e *2*. A primeira móvese a preto de $70\,000 \text{ km/h}$ (case 20 km por segundo) e encóntrase a 16 000 millóns de km (é o obxecto humano máis afastado). A segunda faino a $53\,000 \text{ km/h}$.



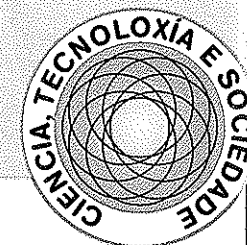
A forza que os empurra é a inercia do impulso inicial do lanzamento, realizado no verán de 1977, e o impulso gravitatorio que adquiriron ao visitar algúns planetas (Xúpiter e Saturno a *Voyager 1*; e Xúpiter, Saturno, Urano e Neptuno a *Voyager 2*).

As dúas estannos permitindo coñecer mellor os confíns do sistema solar. De momento xa atravesaron a chamada "Termination Shock", a zona

onde o vento solar diminúe a súa velocidade por debaixo da do son. O vento solar é un fluxo de partículas que emite a nosa estrela a uns 400 km por segundo. A velocidade do son no case baleiro espacial non é coma a que ten na atmosfera terrestre (uns $1\,224 \text{ km/h}$), senón moito maior: aproximadamente de 100 km por segundo ($360\,000 \text{ km/h}$). O

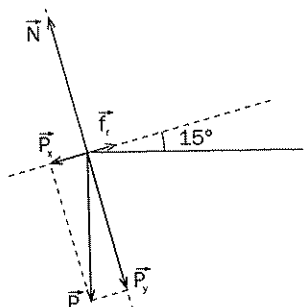
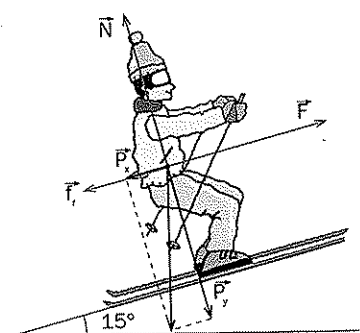
vento solar fréase ao chegar a esa zona porque recibe o pulo contrario da materia do medio interestelar. Estas medicións permitiron determinar a forma da burbulla que forma ese límite.

Entre os anos 2015 e 2020, as dúas naves atravesarán outra zona de alto interese, a chamada heliopausa, a zona onde o vento solar se ve completamente freado polo medio interestelar e as súas partículas rebotan e retroceden. A partir de 2025, a enerxía eléctrica proporcionada polo seu motor nuclear esgotarase e ambas as naves vagarán polo espazo afastándose de nós a toda velocidade, aínda que é probable que se vexan freadas lixeiramente polo medio interestelar. De feito, xa se notou unha minúscula desaceleración.



EXERCICIOS E PROBLEMAS RESOLTOS

Nos diagramas de forzas, a forza de rozamento débuxase en sentido contrario á velocidade do corpo.



13

Un esquiador de 70 kg de masa sobe escorregando os seus esquís por unha ladeira que ten unha pendente do 15% a velocidade constante de 2 ms^{-1} mediante un remolcador, tal como se ve na figura. O coeficiente de rozamento entre os esquís e o chan nevado $\mu = 0,02$.

- Calcula a forza que realiza o remolcador.
- Cando leva 2 minutos subindo, desengancha o cable do remolcador e o esquiador escorrega costa abaixo. Canto tempo tardará en volver pasar pola posición onde estaba ao principio?

- Representáanse as forzas que actúan sobre o esquiador e descompóñense segundo dous eixes, un na dirección do movemento e outro perpendicular ao primeiro. Aplícase en cada eixe a segunda lei da dinámica. Neste caso, só hai que descompoñer o peso. O ángulo α , que forma un plano inclinado coa horizontal, pódese determinar a partir da pendente:

$$\tan \alpha = \frac{15}{100}, \quad \alpha = 8,5^\circ$$

$$F - P - f_r = 0$$

$$N - P = 0; \quad f_r = \mu N$$

$$F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = 70,9(\sin 8,5^\circ - 0,02 \cos 8,5^\circ) = 89,3 \text{ N}$$

- Ao descender, a forza que fai que o esquiador caia é o compoñente do peso no eixe X. A forza de rozamento irá en sentido contrario a este. Calculamos o valor da aceleración.

$$P - f_r = ma; \quad mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 9,8(\sin 8,5^\circ - 0,02 \cos 8,5^\circ) = 1,28 \text{ ms}^{-2}$$

O espazo percorrido antes de iniciar o descenso é:

$$e = vt = 2 \cdot 120 = 240 \text{ m}$$

Substituímos este dato na posición inicial do novo movemento e calculamos o tempo cando se volve encontrar de novo na orixe.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2; \quad 0 = 240 + 2t - \frac{1,28}{2} t^2$$

Resolvendo a ecuación, obtense: $t = 21 \text{ s}$.

14

O sistema da figura móvese pola acción dunha forza $F = 1370 \text{ N}$. No interior da cabina, de masa $m_2 = 100 \text{ kg}$, hai unha maleta de masa $m_3 = 10 \text{ kg}$. O coeficiente de rozamento entre m_1 e a mesa é $\mu = 0,2$. A masa $m_1 = 30 \text{ kg}$. A masa da polea e a da corda son desprezables. Calcula:

- A aceleración do sistema.
- A forza de contacto entre a maleta e o chan da cabina.

- Aplícaselle a segunda lei da dinámica a cada corpo m_1 e $(m_2 + m_3)$:

$$F - T - f_r = m_1 a; \quad f_r = \mu N = \mu m_1 g$$

$$T - (P_2 + P_3) = (m_2 + m_3) a$$

Resolvendo o sistema, despéxase a aceleración:

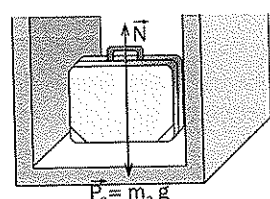
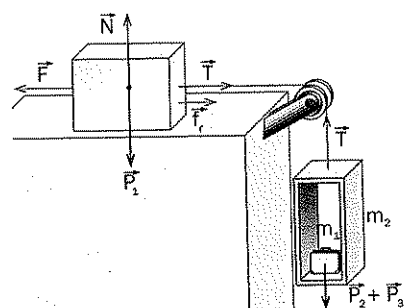
$$a = \frac{F - \mu m_1 g - m_2 g - m_3 g}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1370 - 58,8 - 980 - 98}{30 + 100 + 10} = 1,67 \text{ ms}^{-2}$$

- Ao analizar as forzas sobre a maleta, obtense:

$$N - P_3 = m_3 a$$

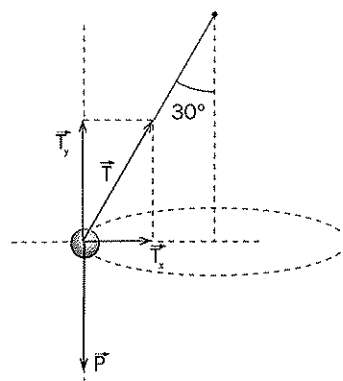
$$N - m_3 g = m_3 a$$

$$N = m_3(a + g) = 10(1,67 + 9,8) = 114,7 \text{ N}$$

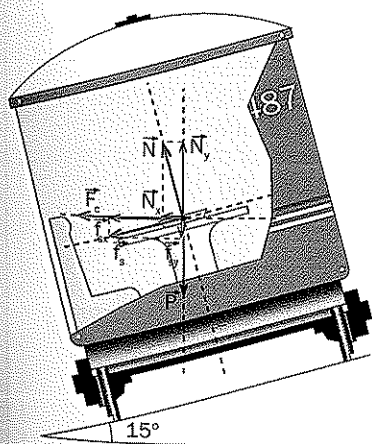


As forzas descompóñense no plano (ou eixe) do movemento e no perpendicular.

O valor da velocidade pódese obter a partir da aceleración centrípeta, que é a causante do movemento circular.



Cando se coñecen todos os datos da fórmula da forza centrípeta, esta calcúlase aplicando esa fórmula.



15

Unha bóla de masa $m = 200 \text{ g}$, suxeita a unha corda de lonxitude $l = 1,5 \text{ m}$, faise xirar no aire a velocidade constante, de modo que describe un péndulo cónico.

- Se a corda forma un ángulo $\alpha = 30^\circ$ coa vertical, canto tempo tarda a bóla en dar unha volta completa?
- Que ángulo forma a corda coa vertical se a velocidade da bóla aumenta ata $v = 4 \text{ ms}^{-1}$?
- Canto vale neste caso a tensión da corda?

- Elíxense dous eixes, un dirixido cara ao centro da circunferencia que describe a bóla e outro perpendicular ao primeiro e paralelo ao eixe do cono. Descomponse a tensión segundo estes eixes.

O compoñente da tensión cara ao centro T_x é a forza centrípeta; as outras dúas forzas T_y e P anúlase entre si. Aplícase a segunda lei de Newton en cada eixe para poder calcular a velocidade:

$$\left. \begin{aligned} T_x &= F_c \\ T_y &= \text{Peso} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T \sin \alpha &= \frac{mv^2}{R} \\ T \cos \alpha &= mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

$$v = \sqrt{Rg \tan \alpha} = \sqrt{(l \sin \alpha)g \tan \alpha} = \sqrt{(1,5 \sin 30^\circ) \cdot 9,8 \cdot \tan 30^\circ} = 2,06 \text{ ms}^{-1}$$

O tempo investido en dar unha volta calcúlámolo dividindo a lonxitude da circunferencia entre a velocidade:

$$t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,75}{2,06} = 2,3 \text{ s}$$

- As ecuacións que temos formuladas son válidas en caso de que a velocidade aumente. O valor do ángulo calcúlase a partir de:

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{Rg}; \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{v^2}{(l \sin \alpha)g}; \quad \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \frac{v^2}{lg}; \quad \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 1,09$$

Obtense unha ecuación de segundo grao cuxa incógnita é $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = x \Rightarrow x^2 + 1,09x - 1,50 = 0; \quad x = 0,59 \Rightarrow \alpha = 5 \text{ arc cos } 0,59 = 53,8^\circ$$

- Despéxase o valor da tensión dunha das ecuacións. O resultado é:

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{0,2 \cdot 9,8}{0,59} = 3,3 \text{ N}$$

16

Sobre unha mesa situada no interior dun vagón de tren encóntrase un prato de masa $m = 120 \text{ g}$. O tren entra nunha curva peraltada de 50 m de raio cunha velocidade de 15 ms^{-1} . O ángulo que a vía forma co chan horizontal é de 15° . Calcula:

- A forza centrípeta que actúa sobre o prato.
- O valor da forza de rozamento entre a mesa e o prato se este permanece en repouso respecto á mesa.

- Como a curva se colle a unha velocidade dada, o valor da forza centrípeta é:

$$F_c = \frac{mv^2}{R} = \frac{0,12 \cdot 15^2}{50} = 0,54 \text{ N}$$

- As forzas que actúan sobre o prato son o peso, $\vec{P}$, a normal $\vec{N}$ e a forza de rozamento $\vec{f}_s$. Descompoñemos estas forzas na dirección da forza centrípeta e nun eixe perpendicular a esta, xa que neses eixes se está producindo o movemento.

Descomponse a normal e a forza de rozamento segundo estes eixes, un dirixido cara ao centro da curva e outro perpendicular ao primeiro. A resultante cara ao centro é a forza centrípeta. No outro eixe, a forza resultante é cero.

$$\left. \begin{aligned} N \sin \alpha + f_s \cos \alpha &= F_c \\ N \cos \alpha &= f_s \sin \alpha + mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0,26 N + 0,96 f_s &= 0,54 \\ 0,96 N &= 0,26 f_s + 1,18 \end{aligned} \right\}$$

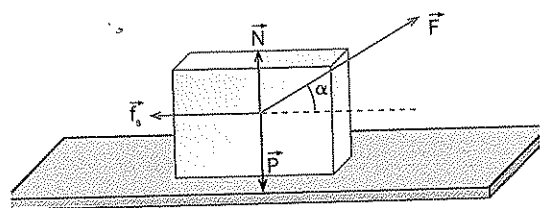
Resolvendo o sistema, obtense: $f_s = 0,21 \text{ N}$; $N = 1,29 \text{ N}$.

EXERCICIOS E PROBLEMAS

Movementu rectilíneo pola acción de forzas constantes

- 12 Un globo con todos os seus accesorios pesa 180 kg e descende cunha aceleración de $0,2 \text{ m s}^{-2}$. Calcula o lastre que ten que soltar para ascender coa mesma aceleración.
Solución: 7,2 kg
- 13 Calcula o peso dun obxecto de 25 kg dentro dun ascensor que:
a) Sobee aumentando a súa velocidade en $1,5 \text{ m s}^{-1}$ cada segundo.
b) Sobee diminuindo a súa velocidade en $1,5 \text{ m s}^{-1}$ cada segundo.
c) Baixa a velocidade constante.
Solución: a) 282,5 N; b) 207,5 N; c) 245 N
- 14 Un rapaz está na cabina dun ascensor que sobee acelerando e pretende medir a súa aceleración. Para facelo suspende un corpo de 0,6 kg do extremo dun dinamómetro e observa que este indica 6,9 N.
a) Cal é a aceleración do ascensor?
b) Se o ascensor frease coa mesma aceleración, cal sería a indicación do dinamómetro?
Solución: a) $1,7 \text{ m s}^{-2}$; b) 4,9 N
- 15 Un camión transporta unha caixa. Se o coeficiente de rozamento estático máximo entre a caixa e o chan do camión é $\mu_s = 0,56$, calcula a aceleración máxima que pode adquirir o camión sen que a caixa esvare.
Solución: $5,5 \text{ m s}^{-2}$

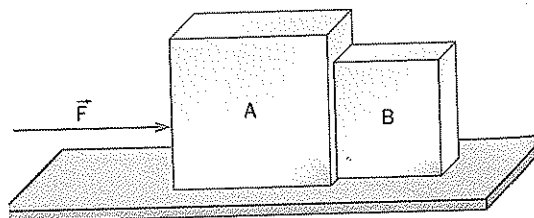
- 16 Un corpo de 400 N de peso descansa sobre un plano horizontal. O coeficiente de rozamento estático entre o corpo e o plano é $\mu_s = 0,6$.
a) Que forza horizontal mínima hai que aplicar para poñer o corpo en movemento?
b) Calcula a forza F mínima para poñelo en movemento se forma un ángulo $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, \dots, 50^\circ$ coa horizontal.
c) Encontra o ángulo para o cal F é mínima.



Solución: a) 240 N; c) 31°

- 17 Un corpo de masa m sobe a velocidade constante por un plano inclinado 37° sen rozamento baixo a acción dunha forza $F = 177 \text{ N}$ paralela ao plano.
a) Calcula o valor da masa.
b) Se F deixa de exercerse, con que aceleración baixa o corpo?
Solución: a) 30,1 kg; b) $5,9 \text{ m s}^{-2}$

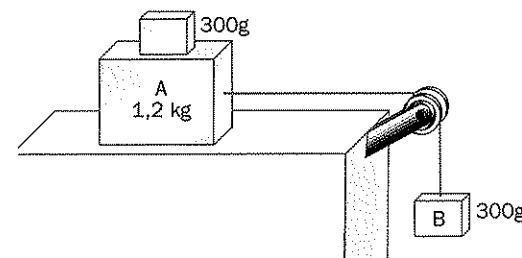
- 18 Lánzase un corpo de 350 g con velocidade inicial de 5 m s^{-1} sobre un plano horizontal. Se o coeficiente de rozamento entre o corpo e o plano é $\mu = 0,15$, calcula o espazo percorrido antes de deterse.
Solución: 8,5 m
- 19 Un corpo de 8 kg móvese a velocidade constante sobre un plano horizontal pola acción dunha forza de 32 N. Inclínase o plano un ángulo de 37° e elimínase a forza.
a) Con que aceleración baixa?
b) Que forza paralela ao plano hai que aplicar para que baixe a velocidade constante?
Solución: a) $2,7 \text{ m s}^{-2}$; b) 21,6 N
- 20 Para encontrar o coeficiente de rozamento cinético entre un taco de plástico e unha superficie de madeira, colócase o taco sobre a superficie e inclínase esta ata conseguir que descenda a velocidade constante. O ángulo coa horizontal nestas circunstancias é de $23,4^\circ$. Determina o coeficiente de rozamento cinético.
Solución: 0,43
- 21 Un bloque de masa m sobe a velocidade constante por un plano inclinado sen rozamento que forma un ángulo de 60° coa horizontal, pola acción dunha forza horizontal F de 230 N.
a) Calcula o valor da masa.
b) Canto ten que valer F para que o corpo suba a velocidade constante por un plano da mesma inclinación pero con rozamento de coeficiente $\mu = 0,15$?
Solución: a) 13,5 kg; b) 167,1 N
- 22 Dous bloques A e B de 8 e 4 kg respectivamente, descansan sobre un plano horizontal sen rozamento, tal como se ve no debuxo. Empúrrase A cunha forza de 36 N. Calcula:
a) A forza de contacto entre os bloques e a aceleración con que se moven.
b) O mesmo pero supoñendo que existe entre os bloques e o plano un rozamento de coeficiente $\mu = 0,3$.
c) Analiza os resultados das epígrafes anteriores se se intercambia a posición dos bloques.



Solución: a) 12 N; 3 m s^{-2}
b) 12 N; $0,06 \text{ m s}^{-2}$
c) 3 m s^{-2} ; 24 N

Movementu de corpos enlazados

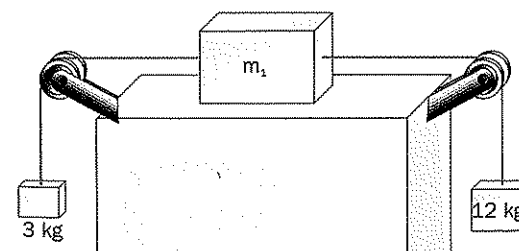
- 23 Dous corpos de 4 e 5 kg respectivamente penden dos extremos dunha corda que pasa pola rañura dunha polea. O sistema déixase en liberdade cando os corpos están á mesma altura. Que distancia vertical os separará ao cabo de 2 s?
Solución: 4,36 m
- 24 Un guindastre levanta un bloque de pedra de 130 kg que está unido pola súa vez a outro bloque de 80 kg. O conxunto ascende con aceleración de $0,9 \text{ m s}^{-2}$. Calcula a forza que realiza o guindastre e a tensión da corda que une os dous bloques.
Solución: 2247 N; 856 N
- 25 O sistema da figura móvese a velocidade constante.
a) Calcula o coeficiente de rozamento μ_k entre o bloque e o plano.
b) Retírase o sobrepeso de 300 g do corpo A e cólgase de B. Con que aceleración se move o sistema?
c) Cales son as tensións nas cordas?



Solución: a) 0,2; b) $1,96 \text{ m s}^{-2}$; c) 4,7 N; 2,3 N

- 26 Un corpo de 3 kg de masa descansa sobre un plano horizontal sen rozamento. Está unido mediante unha corda que pasa pola rañura dunha polea a outro corpo de 4 kg que pende verticalmente. Indica que forza horizontal hai que aplicarlle ao primeiro corpo para:
a) Impedir que o sistema se mova.
b) Conseguir que o corpo que pende ascenda 2 m en 1 s.
Solución: a) 39,2 N; b) 67,2 N

- 27 O coeficiente de rozamento entre m_1 e o plano que mostra a figura vale $\mu_k = 0,3$. En 2 s, m_1 percorre 2 m sobre o plano. Encontra o valor de m_1 e as tensións das cordas.

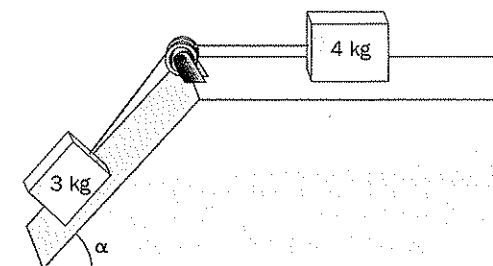


Solución: 24,9 kg; 105,6 N; 32,4 N

- 28 Un bloque A de 50 kg descansa sobre unha mesa horizontal unido a outro bloque B de 8 kg que colga mediante unha corda que pasa a través dunha polea. O sistema está inicialmente en repouso. Os coeficientes de rozamento entre o bloque A e o plano son $\mu_s = 0,27$ e $\mu_k = 0,21$.
a) Canto vale, nestas condicións, a forza de rozamento entre o corpo e o plano?
b) Con que forza hai que tirar de B para poñer en movemento o sistema?
c) Se se mantén esta forza, que aceleración adquirirá o conxunto?
Solución: a) 78,4 N; b) 53,8 N; c) $0,5 \text{ m s}^{-2}$

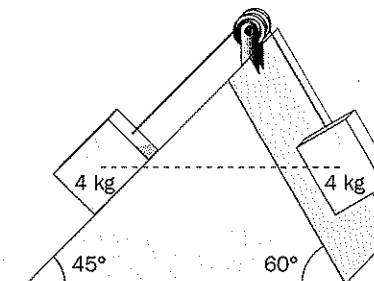
- 29 Un bloque de 5 kg descansa sobre un plano inclinado 60° , unido mediante unha corda que pasa por unha polea a outro bloque de 3 kg que pende verticalmente. Indica o sentido e a aceleración do movemento supoñendo que non existe rozamento. Calcula que coeficiente de rozamento debería existir para que a aceleración se reducise nun 20%.
Solución: $1,6 \text{ m s}^{-2}$; 0,43

- 30 O sistema da figura móvese con $a = 1,8 \text{ m s}^{-2}$ (supoñendo que non hai rozamento).
a) Encontra o valor de α .
b) Se o coeficiente de rozamento entre os bloques e o plano fose $\mu = 0,1$, con que aceleración se movería o sistema?



Solución: a) $25,4^\circ$; b) $2,1 \text{ m s}^{-2}$

- 31 Os dous corpos da figura están inicialmente á mesma altura. Ao cabo de 1 s de empezar o movemento existe entre os dous un desnivel de 0,2 m. Encontra o coeficiente de rozamento entre os corpos e o plano.



Solución: 0,088

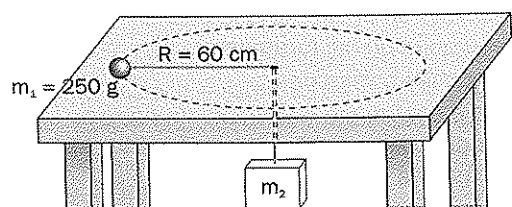
EXERCICIOS E PROBLEMAS

Dinámica do movemento circular

- 32 Un disco horizontal xira a velocidade angular de 50 rpm arredor dun eixe vertical que pasa polo seu centro. Determina a distancia máxima do centro na que se pode colocar un pequeno obxecto para que xire xuntamente co disco sen ser lanzado cara a fóra, tendo en conta que o coeficiente de rozamento estático entre o disco e o obxecto é $\mu_s = 0,35$.
Solución: 12,5 cm

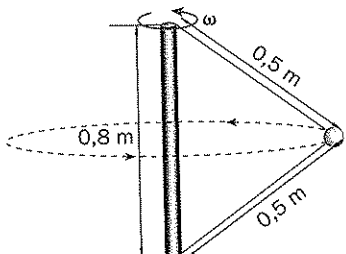
- 33 Un piloto acrobático segue unha traxectoria circular de raio 2000 m nun plano vertical con velocidade de 540 km h⁻¹. A súa masa é de 70 kg e leva unha báscula no asento.
a) Que marca a báscula no punto máis alto e máis baixo da traxectoria?
b) Con que velocidade ten que pasar polo punto máis alto para que a báscula marque cero?
Solución: a) 101,5 N; 1473 N; b) 140 m s⁻¹

- 34 Unha masa $m_1 = 250$ g xira nun círculo horizontal de 60 cm de raio sobre unha mesa sen rozamento, unida mediante unha corda que pasa por un orificio da mesa a outra masa m_2 . Calcula:
a) A forza centrípeta.
b) O valor de m_2 para que a súa altura sexa constante.



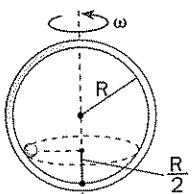
Solución: a) 5,9 N; b) 600 g

- 35 Un corpo de 0,25 kg suxeitase dos extremos dunha vara vertical de 0,8 m de altura mediante dúas cordas de 0,5 m de lonxitude cada unha. Determina:
a) A velocidade angular mínima á que debe xirar a vara para que o corpo se manteña en equilibrio coas dúas cordas tensas.
b) A tensión en cada corda cando o conxunto xira a velocidade angular de 8 rad s⁻¹.



Solución: a) 4,9 rad s⁻¹; b) 5,55 N; 2,45 N

- 36 Un anel de 0,5 m de raio xira arredor do seu diámetro nun plano vertical. Unha bolíña mantense en repouso respecto ao anel a unha altura igual á metade do raio. A que velocidade xira o anel? Cal será a posición da bolíña se a velocidade se reduce á metade?

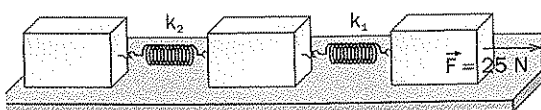


Solución: 6,3 rad s⁻¹

Forzas elásticas

- 37 Un corpo de 1,5 kg unido ao extremo dun resorte de lonxitude natural 40 cm e constante recuperadora $k = 130$ N m⁻¹ pende do teito dun ascensor.
a) Que lonxitude ten o resorte cando o ascensor está parado?
b) Co ascensor en marcha, obsérvase que o resorte se alonga ata unha lonxitude de 54 cm. Que tipo de movemento ten o ascensor?
Solución: a) 51 cm; b) 2,3 m s⁻²

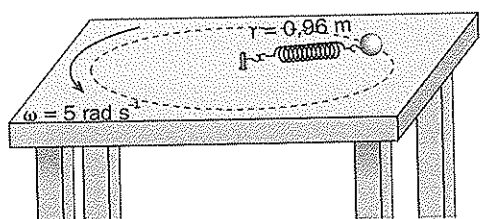
- 38 O sistema da figura está formado por tres masas iguais de 2 kg unidas por dous resortes de constantes $k_1 = 40$ N m⁻¹ e $k_2 = 54$ N m⁻¹. Calcula o estiramento de cada resorte cando aplicamos unha forza $F = 24$ N.



Solución: 0,4 m; 0,15 m

- 39 Dun resorte de constante recuperadora $k = 100$ N m⁻¹ pende un corpo de masa 2 kg. Cal debe ser o seu alongamento no equilibrio?
Solución: 19,6 cm

- 40 Unha masa de 1 kg xira nun círculo horizontal de 96 cm de raio sobre unha mesa sen rozamento a velocidade angular constante de 5 rad s⁻¹. A masa está unida a un resorte de lonxitude natural 75 cm. Calcula a constante recuperadora do resorte.



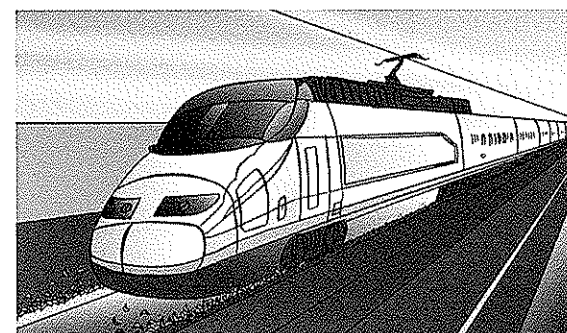
Solución: 114,3 N m⁻¹

A ciencia é noticia

Trens sobre plumas

Unha proposta que promete máis velocidade con menos consumo

Un grupo de investigadores propón utilizar plumas de ganso para facer un novo tipo de vías férreas. As plumas sosteñen o peso dos trens, permitindo aumentar a súa velocidade pola redución do rozamento. É o mesmo principio dos trens de levitación magnética, que aplican intensísimos campos magnéticos para levantar o tren e reducir o rozamento; pero manter eses campos é moito máis custoso.



A proposta foi elaborada polo grupo de Sheldon Weinbaum, do City College de Nova York, tras estudar o modo en que os esquiadores se desprazan pola neve, cuxo rozamento é menor do esperado. Ao escorregar, o peso do esquiador comprime a neve, que contén gran cantidade de aire en burbullas dun micrómetro. Estas burbullas provocan unha forza vertical e ascendente sobre o esquí, o cal explica a redución do rozamento.

Para comprobar se serían capaces de soportar o peso dun tren, os investigadores reproduciron o fenómeno utilizando un pistón cilíndrico cheo de neve e mediron a forza ascendente creada, que resultou ser un millón de veces máis

grande do que se prevía, o que confirmou que é suficiente para sosteñer o peso dun esquiador duns 70 kg. Durante o segundo e medio que dura a compresión da neve polo pistón, observaron unha subida brusca da presión ascendente, seguida dunha redución a cero en poucos segundos, xa que a maior parte do aire escapa.

Os investigadores trataron de aplicarlle o fenómeno a un tren de alta velocidade de 50 toneladas de peso, 25 metros de longo e 2 de ancho. Segundo o estudo, un material poroso cunha permeabilidade coma a dunha pluma de ganso, ou unha fibra sintética das mesmas características, permitirían levantar o tren o bastante como para reducir o rozamento de forma significativa.

Furacán elástico

O estudo das gomas permite entender as explosións solares

Todos xogamos algunha vez cunha goma elástica, retorcéndoa, estirándoa para despois soltala, forzándoa ata romper, tensándoa para lanzar algún obxecto... Pois resulta que o estudo do comportamento destes elementos tan simples pódese aplicar ás forzas que gobernan a superficie do Sol, sometida a xigantescas e violentas tempestades polas forzas magnéticas.

As manchas solares son zonas máis frías ca as contiguas, que aparecen e desaparecen continuamente. Sobre elas levántanse labaradas de materia solar que forma rechamantes elipses ao desprenderse da superficie para volver caer nela. Unha destas labaradas, desatada na mancha solar 930, foi gravada pola sonda solar Hinode e permitiu observar con detalle as súas contorsións.

Os campos magnéticos solares compórtanse coma as forzas elásticas contidas nunha banda de

goma ao retorcelas. Se o nivel de torsión na banda elástica supera certo valor de limiar, as fibras elásticas romperán e a enerxía contida na goma liberarase de forma violenta. Igualmente, no remuíño que se forma sobre unha mancha solar, as liñas de forza magnética retórcense e estíranse ata que a tensión alcanza un punto de quebra, e daquela estoura.

A imaxe do Hinode permite apreciar que o furacán é un xigantesco tubo de fluxo magnético que sae por debaixo da superficie do Sol, e segundo vai rotando as liñas do campo magnético retórcense e estíranse, mentres que as polaridades N e S se aproximan tanto que a acumulación de tensión e enerxía ocasiona a explosión. A labarada lanzou ao espazo unha masa de gas duns mil millóns de toneladas. A nube alcanzou o noso planeta un día despois e deu lugar a grandes auroras boreais e interferencias nas telecomunicacións.

