

1 Los hechos que no explica la física clásica

En los últimos años del siglo XIX y los primeros del XX había algunos fenómenos físicos que no se podían explicar con los principios de la ciencia clásica: la **radiación térmica emitida por un cuerpo negro**, el **efecto fotoeléctrico** y los **espectros atómicos**.

Para comprenderlos fue necesario admitir que la materia a nivel microscópico no seguía las leyes que explicaban los hechos observables macroscópicamente. Todo ello dio lugar a una nueva rama de la ciencia llamada **física cuántica** cuyo principal argumento era que la interacción entre la materia y la energía se producía de forma discontinua: la materia emitía y absorbía energía en forma de pequeñas unidades denominadas **cuantos** o **fotones**.

Actualmente utilizamos dispositivos tecnológicos que son aplicación directa de los principios de la física cuántica, como las células fotoeléctricas, el láser, el microscopio electrónico o el microscopio de efecto túnel.

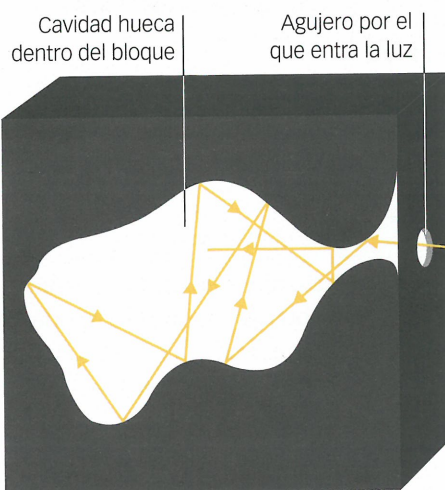


Figura 9.1. Un cuerpo negro es un cuerpo que solo emite la radiación debida a su estado térmico; cualquier otra radiación que llegue a ese cuerpo es absorbida por él. Una buena aproximación es un cuerpo hueco con un orificio, de forma que cualquier radiación que penetre desde el exterior sufra reflexiones que solo le lleven hacia el interior o sean absorbidas.

Ley de Stefan-Boltzmann

Para un cuerpo cualquiera, la ley de Stefan-Boltzmann toma la forma:

$$\frac{dE}{dt} = a \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4$$

a es el poder emisor del cuerpo. Es una constante adimensional que depende de las características del cuerpo. Toma el valor máximo, 1, en el cuerpo negro.

1.1. La radiación térmica emitida por un cuerpo negro

Cuando un objeto de hierro se calienta, desprende calor; lo puedes apreciar acercando tu mano a sus proximidades. Si se sigue calentando, se pone brillante; luego, rojo y, por último, blanco. El color que observamos es fruto de la radiación electromagnética emitida que, como se aprecia, es consecuencia de la temperatura a la que se encuentra: se le llama **radiación térmica**.

La ley de Stefan-Boltzmann

El esloveno Josef Stefan (1853-1893) estudió la radiación térmica de distintos cuerpos y estableció una ley empírica según la cual la energía emitida por un cuerpo por unidad de tiempo y por unidad de superficie (la intensidad emitida) era proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta:

$$\frac{dE/dt}{S} \propto T^4$$

La constante de proporcionalidad dependía de las características del propio cuerpo, de ahí la dificultad para completar esta expresión matemática.

Para estudiar la radiación térmica emitida con independencia del cuerpo, Stefan ideó trabajar con un **cuerpo negro**. Se entiende como tal un cuerpo cuyas paredes absorben cualquier radiación que les llegue (► Figura 9.1).

En 1884 Stefan estableció, junto con Ludwig Boltzmann (1844-1906), la expresión que relaciona la potencia emitida por un cuerpo negro con su temperatura absoluta, la **ley de Stefan-Boltzmann**:

$$\frac{dE}{dt} = P = \sigma \cdot S \cdot T^4$$

- dE/dt es la energía emitida por unidad de tiempo (potencia emitida, P).
- σ es la constante de Stefan-Boltzmann. Su valor en el SI es:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$
- S es la superficie de emisión.
- T es la temperatura absoluta.

Como σ era la misma para cualquier cuerpo negro, se pensó que la emisión térmica tenía que ver con alguna característica común a las partículas que forman la materia (átomos o moléculas).

Ley de desplazamiento de Wien

El físico alemán Wilhelm Wien (1864-1938) estudió el espectro de la radiación térmica emitida por un cuerpo negro y encontró los resultados que se muestran en la figura 9.2. De ella se deduce que:

- El cuerpo emite radiación de toda una serie de longitudes de onda. La intensidad de la radiación emitida aumenta con la temperatura.
- A medida que se eleva la temperatura, se aprecia una zona del espectro en el que la intensidad de las radiaciones emitidas es mayor. (Aparece un máximo en la función).
- La longitud de onda de la radiación que se emite con mayor intensidad ($\lambda_{\text{máx}}$) es menor cuanto mayor es la temperatura absoluta del cuerpo.

Wien estableció una ley de forma experimental, conocida como la **ley del desplazamiento de Wien**, según la cual:

$$\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

Este hecho es coherente con los cambios de color que observamos en un metal que se calienta (► Figuras 9.3 y 9.4) como el hierro, y que citábamos al comienzo del epígrafe.



Figura 9.3. A bajas temperaturas, el máximo de emisión coincide con la zona del infrarrojo; no resulta visible y, por tanto, solo se aprecia cuando acercamos la mano al objeto metálico, pues notamos calor.

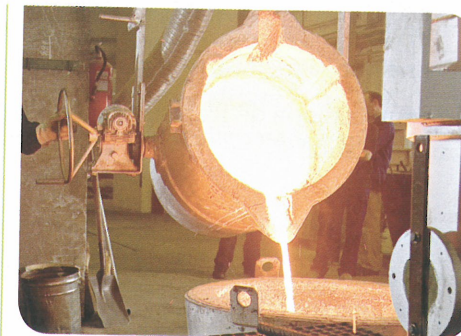


Figura 9.4. A medida que aumenta la temperatura, el máximo de emisión se va desplazando a longitudes de onda más bajas. Por eso vemos el metal rojo y, finalmente, amarillo-blanco.

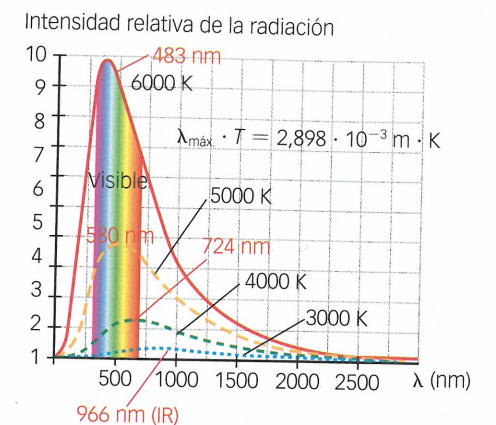


Figura 9.2. Ley de Wien. La intensidad de la radiación emitida aumenta con la temperatura y, a medida que se eleva la temperatura, el máximo de la intensidad emitida se desplaza hacia una menor longitud de onda.

EJEMPLO RESUELTO

1 ¿Qué dice la ley de desplazamiento de Wien? Explícala.

Emplea esta ley para comparar la temperatura superficial de dos estrellas: el Sol y la estrella Polar. El pico de emisión para el Sol se da para una longitud de onda de unos 500 nm, mientras que para la estrella Polar el pico se produce a una longitud de onda de 414 nm.

Dato: cte. Wien = $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.

De acuerdo con la ley de desplazamiento de Wien, la longitud de onda a la que se produce el máximo de emisión térmica de un cuerpo es inversamente proporcional a su temperatura absoluta:

$$\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

En consecuencia, la estrella Polar (constelación de la Osa Menor) tendrá una temperatura superficial mayor que la del Sol, ya que su pico de emisión se produce para una longitud de onda menor que la del Sol:

$$\lambda_{\text{Polar, máx.}} = 414 \text{ nm} < \lambda_{\text{Sol, máx.}} = 500 \text{ nm} \rightarrow T_{\text{Polar}} > T_{\text{Sol}}$$

ACTIVIDADES

4. Al realizar una experiencia para estudiar el espectro de emisión térmica de un cuerpo negro encontramos que el máximo de emisión coincide con la longitud de onda de 600 nm (color naranja). Calcula:

- La temperatura del cuerpo negro en esa experiencia.
- La intensidad de la radiación emitida.

Datos: cte. Wien = $2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$;

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

Solución: a) 4830 K; b) $3,09 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

La interpretación de Planck

Algunos físicos trataron de encontrar una fórmula matemática que justificase el espectro de emisión térmica del cuerpo negro. John W. Strutt, barón de Rayleigh (1842-1919), y James Jeans (1877-1946) dieron con una expresión que cuadraba con los resultados experimentales a longitudes de onda elevadas, pero se apartaba en los valores más bajos, ya que, según su expresión, la intensidad debía aumentar de manera indefinida al disminuir la longitud de onda.

Este hecho se conoció como la «**catástrofe del ultravioleta**», ya que no podía explicar el descenso observado en la intensidad de la radiación emitida que se producía a longitudes de onda menores que la de la luz ultravioleta (► **Figura 9.5**).

Tras otras tentativas, en 1900 el físico alemán Max Planck (1858-1947) aportó la idea clave para obtener una explicación coherente. Supuso que en la materia existen pequeños osciladores (átomos o moléculas) que vibran con determinadas frecuencias, absorbiendo y emitiendo energía en forma de ondas electromagnéticas.

Cada oscilador solo puede absorber o emitir energía que sea un múltiplo entero de su energía básica, una energía que es directamente proporcional a su frecuencia natural de oscilación.

La energía básica de un oscilador es:

$$E_0 = h \cdot f$$

Según la teoría de Planck, la energía que puede absorber o emitir un oscilador es:

$$E = n \cdot h \cdot f$$

- n es un número cuyo valor puede ser 1, 2, 3, etc.
- h es la constante de Planck; una constante universal. Su valor en unidades del SI es:
$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$
- f es la frecuencia natural del oscilador.

Cada oscilador se puede encontrar en distintos estados cuánticos, correspondientes a los diversos valores de n . Si en el primer estado cuántico la energía del oscilador es $E_1 = 1 \cdot h \cdot f$, en el tercer estado cuántico tendrá una energía $E_3 = 3 \cdot h \cdot f$.

Cuando el oscilador pasa de un estado cuántico a otro, absorbe o emite la energía que resulta de la diferencia entre ellos. Por eso esa energía siempre es un número de veces la energía básica. Esta unidad de energía básica se llama **cuanto de energía o fotón**. Los átomos o moléculas pasan de un estado cuántico a otro absorbiendo o emitiendo un determinado número de fotones.

Tomando como base la idea de la cuantización, Planck encontró una fórmula que permitía conocer la intensidad de la radiación emitida para cada longitud de onda en función de la temperatura:

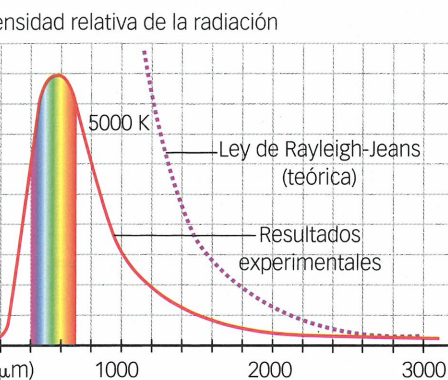
$$I = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5 \cdot (e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot T}} - 1)}$$

Esta expresión, que incluye las constantes de Planck, h , y de Stefan, σ , permite obtener unos resultados que coinciden bastante bien con los experimentales que se muestran en la figura 9.5. A longitudes de onda elevadas coincide con la expresión establecida por Rayleigh-Jeans.

Figura 9.5. La catástrofe ultravioleta.

Según la ley de Rayleigh-Jeans, la intensidad de la radiación emitida por el cuerpo negro debía aumentar a medida que disminuía la longitud de onda, algo que no concordaba con los experimentos.

La fórmula deducida por Planck a partir de la idea del cuanto de energía se ajustaba muy bien a los datos experimentales.



$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Es la velocidad a la que se propaga la radiación electromagnética en el vacío, un valor que coincide, muy aproximadamente, con la velocidad de la radiación en el aire.

La expresión de Planck permite relacionar la energía de una radiación electromagnética con su frecuencia. Teniendo en cuenta la relación entre la frecuencia y la longitud de onda, también se puede expresar la energía de la radiación en función de su longitud de onda.

$$\left. \begin{aligned} E &= h \cdot f \\ c &= \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \end{aligned} \right\} \rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

En otro tema estudiamos el espectro electromagnético (► **Figura 9.6**). Las distintas radiaciones que lo integran se identifican por su longitud de onda. Recordarás que el efecto de una radiación dependía de su longitud de onda; ahora sabemos que este efecto tiene que ver con la energía de sus fotones. Así, los rayos X (λ pequeña y f elevada) pueden provocar cáncer porque son muy energéticos, mientras que las ondas de radio y televisión (λ elevada y f pequeña) no causan esos efectos porque son muy poco energéticas.

EJEMPLO RESUELTO

2 Para la luz visible la longitud de onda de la radiación está comprendida entre 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).

- Según la hipótesis de Planck, calcula la energía correspondiente a los fotones cuyas longitudes de onda se indican.
- Calcula cuántos fotones de luz roja se necesitan para acumular 10 J de energía.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- La hipótesis de Planck establece que los cuerpos absorben o emiten energía de forma cuantizada. La energía de la radiación coincide con la energía de los fotones o cuantos, y viene dada por la expresión:

$E = h \cdot f$, donde f es la frecuencia de la radiación.

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\bullet E_{\text{violeta}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 5,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\bullet E_{\text{roja}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{7,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{b) } E_{\text{Total}} = n \cdot E_{\text{fotón}} \rightarrow n = \frac{E_{\text{Total}}}{E_{\text{fotón}}} = \frac{10 \text{ J}}{2,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 4 \cdot 10^{19} \text{ fotones}$$

Recuerda

La longitud de onda y la frecuencia de una radiación electromagnética se relacionan por medio de la expresión:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

- c : velocidad de la luz en el vacío.
- T : periodo de la onda.

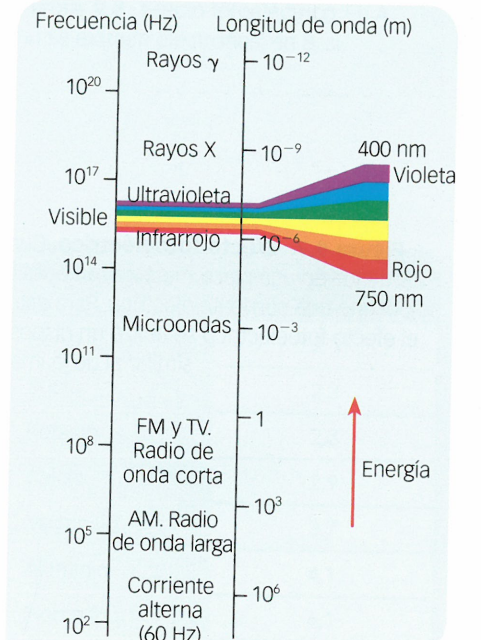


Figura 9.6. Espectro electromagnético. Las longitudes de onda menores y frecuencias mayores corresponden a fotones con más energía.

Recuerda

1 eV es la energía que tiene un electrón cuando se somete a una diferencia de potencial de 1 V.

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Presta atención

Recuerda que para representar la frecuencia de la radiación se puede emplear la letra « f » o la letra griega « ν ». No confundas ν con la velocidad, representada mediante la letra v .

ACTIVIDADES

- Un excursionista observa una aurora boreal. La luz emitida tiene una longitud de onda de 557,7 nm. ¿Cuánta energía tiene cada fotón que forma la aurora?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: $3,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- La energía correspondiente a un fotón es de $6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. ¿Cuál será la energía que transporta un fotón cuya longitud de onda es el doble de este valor?

Solución: $3 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

- Un fotón, si tiene la energía adecuada, puede romper una molécula. Por ejemplo, en la estratosfera los fotones ultravioletas pueden romper las moléculas de oxígeno. En este caso la energía necesaria para el proceso es de 5 eV.

Calcula cuál debe ser la longitud de onda máxima del fotón ultravioleta en este proceso.

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: 248,6 nm

1.2. El efecto fotoeléctrico

En 1887 el físico alemán Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894) descubrió que al iluminar con determinada radiación (visible o ultravioleta) algunas placas metálicas, se obtenía una corriente eléctrica. Los electrones que formaban esa corriente habían sido arrancados del metal por los fotones de la radiación luminosa; por eso se les llamó **fotoelectrones**.

Se llama **efecto fotoeléctrico** al fenómeno mediante el cual la luz, al incidir sobre un metal, le arranca electrones (► Figura 9.7).

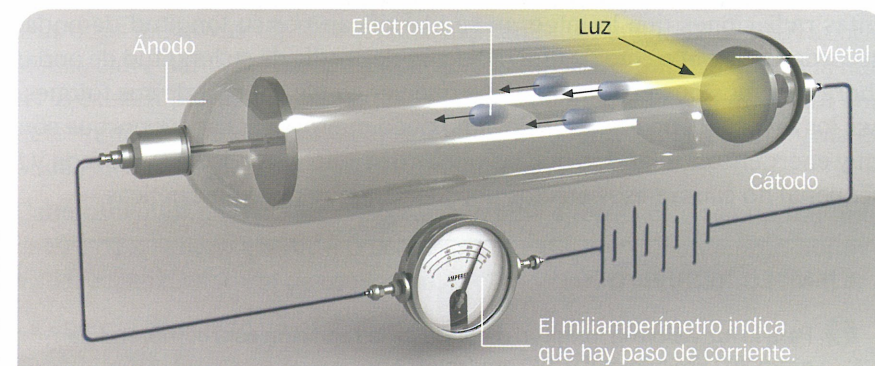


Figura 9.7. Efecto fotoeléctrico. Cuando incide luz en una placa metálica, en ocasiones se obtiene una corriente eléctrica. Para estudiar el efecto fotoeléctrico se utilizó un dispositivo similar al de la imagen.

Para estudiar el efecto fotoeléctrico se utilizó un tubo de vidrio en cuyo interior se hizo el vacío. Se colocaron en el tubo dos placas metálicas conectadas a una pequeña batería, con el objetivo de que existiese entre ellas una diferencia de potencial. La placa que está conectada al borne negativo, el cátodo, se iluminará con radiación de distintas longitudes de onda; la otra, el ánodo, hará de placa colectora.

En las condiciones de la experiencia, si no se ilumina el cátodo, el amperímetro indica que no hay paso de corriente. Cuando la luz que ilumina el cátodo tiene una determinada longitud de onda, el amperímetro detecta el paso de corriente de forma casi instantánea, lo que indica que la luz ha sido capaz de arrancar electrones (fotoelectrones) al cátodo que se dirigen a la placa colectora, provocando la corriente detectada.

El físico alemán Philipp Lenard (1862-1947) realizó experiencias para intentar comprender el fenómeno, y comprobó que:

- Para que una radiación provoque la aparición de los fotoelectrones en un dispositivo concreto debe tener una frecuencia mínima, denominada **frecuencia umbral** (f_0), cuyo valor depende del material que forme el cátodo.

Si la radiación que ilumina el cátodo tiene una frecuencia inferior a la umbral, **no se producirán fotoelectrones**, por elevada que sea su intensidad.

Si la radiación que ilumina el cátodo tiene una frecuencia superior a la umbral, se producirán fotoelectrones que darán lugar a una corriente que detectará el amperímetro. **La intensidad de la corriente detectada va a ser proporcional a la intensidad de la radiación** con que iluminamos, con independencia de lo elevada que sea su frecuencia.

- Modificando el voltaje externo podemos invertir la polaridad de las placas y lograr que, aunque la radiación luminosa consiga arrancar fotoelectrones, estos no lleguen a la placa colectora. Al mínimo potencial que logra este efecto se le llama **potencial de frenado**. En cada caso, el valor del potencial de frenado depende de la frecuencia de la radiación incidente.

¿Qué se podría esperar de acuerdo con la física clásica?

Los resultados de la experiencia de Lenard discrepaban de lo que se podía esperar según los principios de la física clásica. Se esperaba que:

- El efecto fotoeléctrico se produjese a cualquier frecuencia, siempre que la intensidad luminosa fuese suficientemente grande.
- La energía cinética de los electrones emitidos aumentase con la intensidad de la radiación luminosa.
- La emisión de los fotoelectrones no fuese instantánea. Los electrones tardarían un tiempo en alcanzar la energía cinética necesaria para abandonar la placa metálica.

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico

Albert Einstein (1879-1955) logró explicar el efecto fotoeléctrico en 1905, haciendo uso de la teoría cuántica de Planck.

Supuso que la radiación luminosa es una corriente de fotones, cada uno de los cuales tiene una energía que coincide con la energía de la radiación que, de acuerdo con la expresión de Planck, es $E = h \cdot f$.

Cuando la radiación luminosa llega al cátodo, cada fotón interacciona con uno de sus electrones y, si tiene energía suficiente, lo arranca.

Se llama **trabajo de extracción** (o **función de trabajo**), $W_{\text{extracción}}$, a la energía mínima que deben tener los fotones de la radiación para provocar efecto fotoeléctrico.

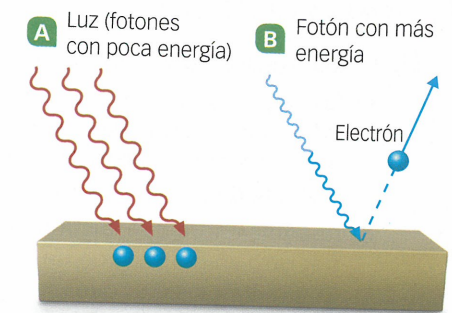


Figura 9.8. Efecto fotoeléctrico. En A no se extraen electrones; en B, sí.

La frecuencia de esta radiación coincide con la frecuencia umbral (f_0), y su valor depende del material que forme el cátodo (► Tabla 9.1), pues la energía que mantiene a los electrones ligados a los átomos depende de las partículas que forman el átomo; fundamentalmente, del número de protones que hay en su núcleo.

Cada fotón interacciona con un electrón. Si el fotón no tiene energía suficiente, aunque lleguen muchos fotones al cátodo (radiación luminosa de intensidad elevada), no arrancan electrones (► Figura 9.8A) y el amperímetro no detecta corriente. Si la energía del fotón supera el trabajo de extracción (► Figura 9.8-B), la intensidad de la corriente producida depende de la intensidad de la radiación luminosa, ya que el número de electrones arrancados coincidirá con el número de fotones que llegan al cátodo.

Cuando la energía del fotón supera el trabajo de extracción, el exceso de energía se transforma en energía cinética del electrón. Esto explica que el mínimo potencial de frenado dependa de la energía de la radiación luminosa.

Como resultado de este balance energético, Einstein propuso una ecuación para el **efecto fotoeléctrico** que podemos representar así:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2$$

Expresado en función del potencial de frenado:

$$\underbrace{h \cdot f}_{\text{Energía del fotón incidente}} = \underbrace{h \cdot f_0}_{\text{Energía umbral}} + \underbrace{|q_e| \cdot V_{\text{frenado}}}_{\text{Energía cinética del electrón arrancado}}$$

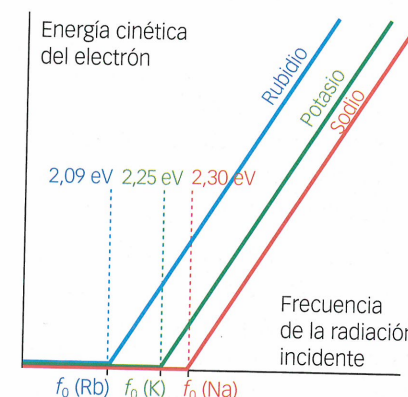


Figura 9.9. Representación de la energía cinética de los fotoelectrones arrancados en función de la frecuencia de la radiación incidente para cátodos de rubidio, potasio y sodio.

Para cada elemento, la energía cinética del fotoelectrón es directamente proporcional a la frecuencia de la radiación incidente.

Extrapolando la gráfica en cada caso, podremos obtener el valor de la frecuencia de la radiación incidente para el cual la energía cinética de los fotoelectrones es cero. Ese valor es el de la frecuencia umbral, es decir, la frecuencia mínima que debe tener la radiación luminosa que consigue arrancar electrones a cada material.

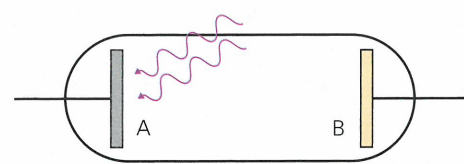
Elemento	Trabajo de extracción (eV)
Cesio	2,1
Sodio	2,3
Potasio	2,3
Calcio	2,9
Magnesio	3,7
Aluminio	4,1
Plomo	4,1
Cinc	4,3
Hierro	4,5
Cobre	4,7
Plata	4,7
Níquel	5,0
Oro	5,1
Platino	6,4

Tabla 9.1. Trabajo de extracción para algunos elementos químicos. Recuerda: $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

EJEMPLO RESUELTO

3 Imagina un tubo como el que aparece en la figura donde se ha hecho el vacío. El electrodo A es de potasio.

- a) Sabiendo que el trabajo de extracción del potasio es $W_0 = 2,29 \text{ eV}$, calcula la velocidad de los electrones arrancados del electrodo A si incide sobre él luz con una longitud de onda de 420 nm .



- b) Imagina ahora que sustituimos el electrodo de potasio por otro elaborado con un metal desconocido.

Si queremos saber qué material forma el electrodo, podemos hacer uso del efecto fotoeléctrico. Así, lo podemos iluminar con luz de igual longitud de onda que en el caso anterior. Al hacerlo, comprobamos que el potencial de frenado de los electrones del electrodo A es de 94 mV . Calcula el trabajo de extracción del material.

- c) Observa la siguiente tabla de valores y di de qué sustancia se trata:

Sustancia	Ba	Li	Mg	As	Al	Cr	Ag
$W_0 \text{ (eV)}$	2,70	2,93	3,66	3,75	4,08	4,50	4,73

Datos: $m_{\text{electrón}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- a) El balance energético del efecto fotoeléctrico dice:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

Calcula cada término de esta expresión en unidades del SI.

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Sustituye valores y calcula:

$$E_{\text{fotón}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{420 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = 2,29 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3,66 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Entonces, retomando la expresión de arriba:

$$E_{\text{C electrón}} = E_{\text{fotón}} - W_0 =$$

$$= 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,66 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Relaciona la energía cinética de los electrones con su velocidad.

Queda:

$$E_{\text{C}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{C}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 5,11 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

- b) Haz el balance energético del efecto fotoeléctrico teniendo en cuenta el potencial de frenado:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + |q_e| \cdot V_{\text{frenado}} \rightarrow W_0 = E_{\text{fotón incidente}} - |q_e| \cdot V_{\text{frenado}}$$

Sustituye valores y calcula:

$$W_0 = 4,85 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,094 \text{ V} = 4,70 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Exprésalo en eV para comparar con los valores de la tabla:

$$W_0 = 4,70 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,94 \text{ eV}$$

- c) El elemento que forma el cátodo es el **litio**.

EJEMPLO RESUELTO

4 En un experimento se comprueba que si iluminamos cierto metal con luz de 600 nm de longitud de onda, la velocidad máxima de los electrones emitidos por el metal es de $1,48 \cdot 10^5 \text{ m/s}$.

- a) ¿Cuál es la energía de los fotones? ¿Cuál es la energía cinética máxima de electrones extraídos? ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal? Expresa todos los resultados en electronvoltios.

- b) Determina cuál es la longitud de onda umbral para este metal.

- c) Representa en un gráfico la energía cinética máxima observada para los electrones en función de la frecuencia de los fotones incidentes. ¿Cuál es el significado de la pendiente de la gráfica?

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

- a) El balance energético del efecto fotoeléctrico dice:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

- Energía de los fotones:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Sustituye valores y calcula en las unidades adecuadas:

$$E_{\text{fotón}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{600 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{\text{fotón}} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,07 \text{ eV}$$

- Energía cinética máxima de los electrones:

$$E_{\text{C}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Sustituye valores y calcula:

$$E_{\text{C}} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1,48 \cdot 10^5 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$E_{\text{C}} = 2 \cdot 10^{-20} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 0,125 \text{ eV}$$

- Función de trabajo. Se calcula haciendo balance energético del efecto fotoeléctrico:

$$W_{\text{extracción del electrón}} = E_{\text{fotón incidente}} - E_{\text{C electrón arrancado}}$$

Sustituye valores y calcula:

$$W_{\text{ext.}} = 2,07 \text{ eV} - 0,125 \text{ eV} = 1,95 \text{ eV}$$

- b) La longitud de onda umbral es la longitud de onda máxima que debe tener el fotón para provocar el efecto fotoeléctrico.

Para provocar efecto fotoeléctrico, el fotón debe tener una energía igual al trabajo de extracción:

$$W_{\text{ext.}} = E_{\text{fotón umbral}} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda_{\text{umbral}}} \rightarrow \lambda_{\text{umbral}} = \frac{h \cdot c}{W_{\text{ext.}}}$$

Expresa todas las magnitudes en unidades del SI:

$$W_{\text{ext.}} = 1,95 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3,12 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

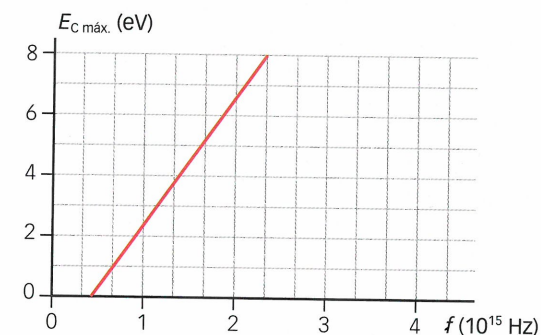
$$\lambda_{\text{umbral}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3,12 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 6,38 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 638 \text{ nm}$$

- c) Del balance energético del efecto fotoeléctrico se deduce:

$$E_{\text{C máxima}} = E_{\text{fotón}} - W_{\text{ext.}} = h \cdot f - W_{\text{ext.}}$$

La E_{C} es cero cuando $f_{\text{fotón}} = f_{\text{umbral}}$. A partir de ese valor la representación es una línea recta de pendiente h .

$$f_{\text{umbral}} = \frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6,38 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,70 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$



ACTIVIDADES

8. A una superficie de cinc llega luz ultravioleta de 150 nm de longitud de onda.

- a) Calcula cuál es la velocidad de los electrones extraídos sabiendo que la función de trabajo del cinc es de $4,31 \text{ eV}$, si es que se produce el efecto fotoeléctrico.
- b) A continuación usamos luz cuya longitud de onda es justo la mitad que el caso anterior. ¿Cuál será entonces el valor de la velocidad con la que salen extraídos los electrones del metal?

Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Solución: a) $1,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}$; b) $2,08 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

9. Se sabe que el trabajo de extracción de electrones para un determinado metal es de $4,34 \text{ eV}$. Calcula cuál es la longitud de onda máxima para producir el efecto fotoeléctrico en dicho metal.

Datos: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: 286 nm

10. Con un rayo de luz de determinada longitud de onda no se produce efecto fotoeléctrico en un metal. ¿Qué podemos hacer para conseguir dicho efecto?

- a) Aumentar el potencial de frenado.
- b) Incrementar la longitud de onda.
- c) Elevar la frecuencia.

ACTIVIDAD

11. Para poder extraer electrones de una lámina de sodio hacen falta fotones con una energía de al menos $2,3 \text{ eV}$. Indica si tendrá lugar o no el efecto fotoeléctrico:

- a) Al iluminar una superficie de sodio con luz roja de 680 nm de longitud de onda.
- b) Al iluminar una superficie de sodio con luz azul de 360 nm de longitud de onda.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

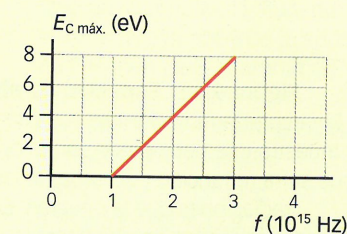
Solución: Solo produce efecto fotoeléctrico la luz azul.

12. La gráfica representa la energía cinética máxima de los electrones emitidos por un metal en función de la frecuencia de la luz incidente sobre él.

Indica la frecuencia umbral del metal.

¿Qué sucede si incide luz con una longitud de onda de 700 nm ?

Dato: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.



El nacimiento de la astrofísica

La explicación de los espectros atómicos permitió hacer realidad uno de los sueños más antiguos de la humanidad: saber de qué están hechas las estrellas.

Hasta entonces, los estudios de los astros se limitaban a describir las órbitas seguidas y a estudiar las variaciones en su brillo.

Pero la comprensión de los espectros permitió conocer la composición química de los astros (► Figura 9.12), saber a qué velocidad se acercan o se alejan de nosotros y las condiciones de presión y temperatura a las que se emite la radiación electromagnética que recibimos en la Tierra.

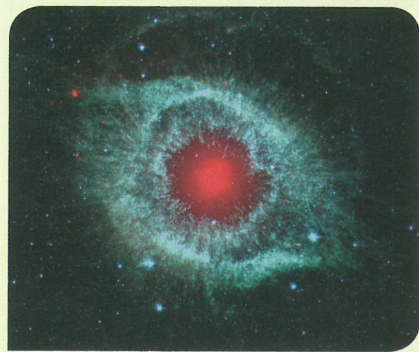


Figura 9.12. Nebulosa Helix, en la constelación de Acuario. La radiación procedente de una estrella o una nebulosa nos proporciona información sobre su composición química. La imagen muestra el aspecto en la banda infrarroja del espectro (coloreada con colores falsos).

1.3. Los espectros atómicos

A finales del siglo XIX eran frecuentes las experiencias de laboratorio en las que se sometía a fuertes descargas eléctricas un tubo de vidrio en cuyo interior se colocaba un gas a muy baja presión. Como resultado de la descarga se producía la emisión de una radiación luminosa que, tras hacerla pasar por un prisma, se descomponía en una serie de bandas, similares a los colores del arcoíris. El conjunto de radiaciones emitidas era característico de los átomos que formaban el gas que había en el interior del tubo.

El análisis de estas radiaciones emitidas constituye el **espectro de emisión** del elemento estudiado, y el aparato que permite obtenerlo y analizarlo se denomina **espectroscopio de emisión** (► Figura 9.10).

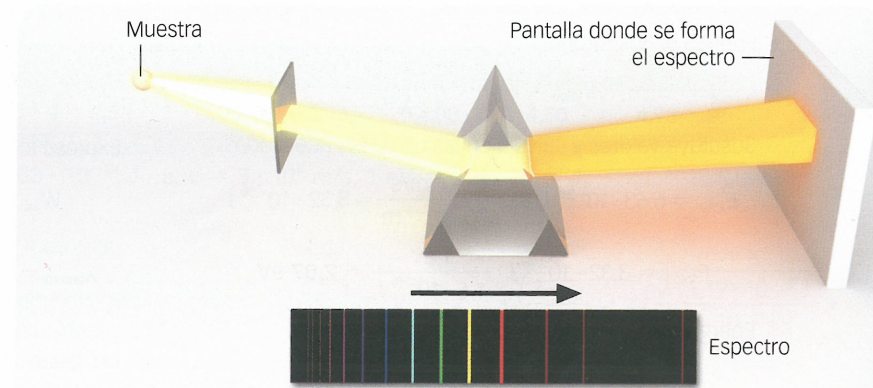


Figura 9.10. Espectro de emisión. Se excita la muestra, por ejemplo, sometiéndola a una descarga eléctrica. Se analiza parte de la radiación que emite (la que pasa por la ranura). Se le hace pasar por un prisma para que sufra refracción y se separan así las distintas radiaciones que la integran. El espectro resultante se recoge en una pantalla: son líneas de color sobre fondo negro; se puede medir la longitud de onda de las radiaciones que emite.

De forma complementaria, se puede estudiar el **espectro de absorción** de un elemento. Para ello, se ilumina una muestra del mismo con luz formada por un conjunto de radiaciones de frecuencia muy próxima (similar a la luz del Sol) y se analiza la luz que resulta. Encontraremos que a la luz inicial le faltan algunas radiaciones (en el espectro aparecen varias líneas negras), que son las radiaciones que absorbió el elemento.

Para un mismo elemento químico, el espectro de absorción es complementario del espectro de emisión; es decir, las líneas negras que se detectan en el espectro de absorción coinciden en su posición con las líneas de color del correspondiente espectro de emisión.

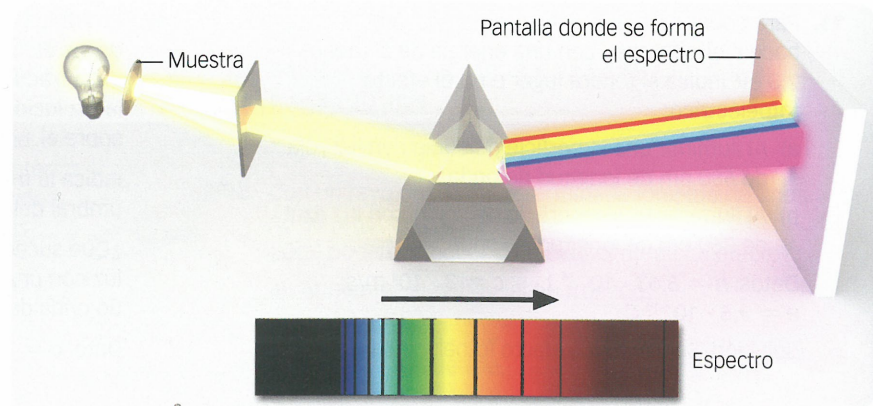


Figura 9.11. Espectro de absorción. Se recoge la radiación después de pasar por la muestra y se hace pasar por un prisma para que sufra refracción y se separan las distintas radiaciones que la integran. El espectro resultante se recoge en una pantalla: son líneas negras sobre un fondo de bandas de colores; se puede medir la longitud de onda de las radiaciones absorbidas (las líneas negras).

Series espectrales

En los últimos años del siglo XIX los espectroscopistas habían logrado reunir información valiosa sobre el espectro de emisión del hidrógeno. El físico suizo Johan J. Balmer (1825-1898) detectó un conjunto de rayas en la zona visible del espectro (► Figura 9.13) (**serie de Balmer**) cuyas longitudes de onda se podían relacionar mediante una expresión matemática:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

- R es una constante, llamada **constante de Rydberg**. $R = 10967757 \text{ m}^{-1}$.
- n es un número cuyo valor es 3 para la primera raya del espectro, 4 para la segunda, 5 para la tercera, y así sucesivamente.

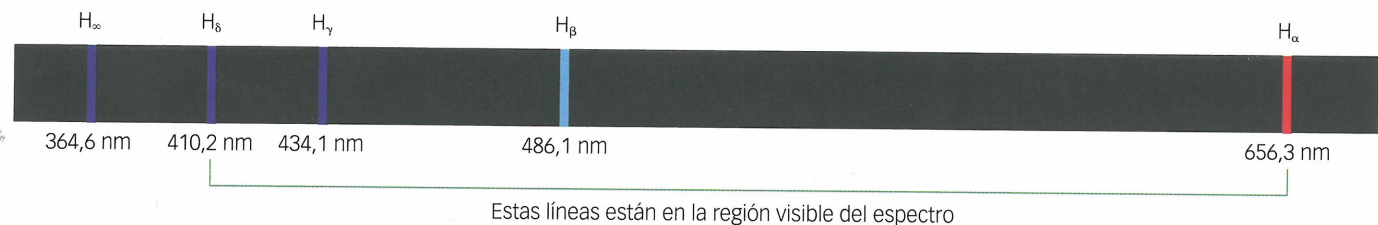


Figura 9.13. Líneas de la **serie de Balmer** para el átomo de hidrógeno.

Estudiando otras zonas del espectro se encontraron nuevos conjuntos de rayas para los que se podían establecer relaciones parecidas. Los resultados se resumen en la tabla siguiente:

Zona del espectro electromagnético	Serie	Fórmula	1.ª raya	2.ª raya	3.ª raya	4.ª raya
Ultravioleta	Lyman	$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
Visible	Balmer	$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 3 (H_\alpha)$	$n = 4 (H_\beta)$	$n = 5 (H_\gamma)$	$n = 6 (H_\delta)$
Infrarrojo	Paschen	$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
Infrarrojo	Brackett	$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$
Infrarrojo	Pfund	$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{n^2} \right)$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	

A partir de todas estas series se puede obtener una expresión general que permita determinar las longitudes de onda de todas las radiaciones que forman el **espectro de emisión del hidrógeno**:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

- Tendremos una serie espectral para cada uno de los valores de $n_1 = 1, 2, 3, 4, 5$, etc. $n_1 = 1 \rightarrow$ Lyman; $n_1 = 2 \rightarrow$ Balmer, etc.
- Para cada valor de n_1 , el número n_2 tendrá los valores $n_1 + 1, n_1 + 2, n_1 + 3, n_1 + 4$, etc. $n_1 + 1$ corresponde a la primera raya de cada serie.

ACTIVIDADES

- 13.** Calcula la energía de la primera raya de la serie de Lyman, de la serie de Balmer y de la serie de Paschen para el átomo de hidrógeno y determina en qué zona del espectro electromagnético se encuentra cada una.

Datos: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $R = 10967757 \text{ m}^{-1}$.

Solución: $1,64 \cdot 10^{-18} \text{ J}$; $3,03 \cdot 10^{-19} \text{ J}$;
 $1,06 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

2 El modelo atómico de Bohr

De forma similar a como Planck dio una explicación física a la radiación térmica emitida por un cuerpo negro y Einstein al efecto fotoeléctrico, el físico danés Niels Bohr (1885-1962) logró justificar el espectro de emisión del hidrógeno elaborando un modelo para el átomo que se sustentaba en la idea de **cuantización** que hemos visto en la explicación de los fenómenos anteriores.

Los estudios de finales del siglo XIX y comienzos del XX permitieron identificar una serie de partículas en el interior de los átomos. Conociendo sus características, y tras interpretar la famosa experiencia en la que se bombardea una lámina de oro con partículas α , Rutherford ideó un modelo para el átomo según el cual este estaría formado por un núcleo muy pequeño, que albergaría las partículas positivas (protones) y la mayor parte de la masa del átomo, y una corteza en la que estarían los electrones girando en unas órbitas cualesquiera.

El modelo de Rutherford daba lugar a un átomo inestable. Según la física clásica, una carga acelerada debía emitir radiación de manera continua y, por tanto, los electrones debían perder energía mientras giraban y describir una espiral que les llevaría a caer sobre el núcleo en unos 10^{-5} s. Este modelo no explicaba por qué el espectro de emisión de un elemento químico está formado solo por determinadas radiaciones, siempre las mismas, cuyas longitudes de onda se podían relacionar mediante expresiones matemáticas.

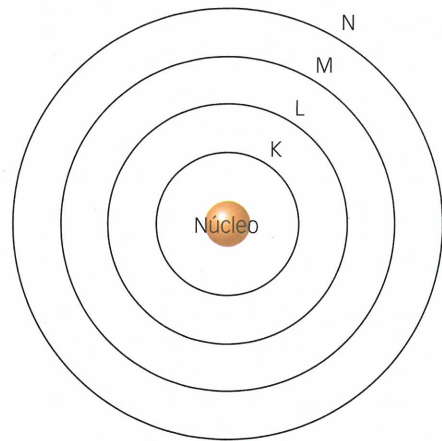


Figura 9.14. Modelo atómico de Bohr. Los electrones se sitúan en órbitas concéntricas cuantizadas alrededor del núcleo. No todas las órbitas están permitidas. La primera órbita, K, es la más cercana al núcleo.

El **modelo atómico** establecido por **Bohr** para explicar los espectros de emisión se basa en tres postulados:

1. Los átomos son estructuras formadas por un pequeño núcleo, donde se encuentran las partículas positivas (protones) y la mayor parte de la masa del átomo, y una corteza en la que se hallan los electrones girando en determinadas órbitas circulares **estacionarias**. Cuando el electrón gira en una órbita estacionaria no emite energía.

2. Para un electrón solo están permitidas las órbitas que cumplen la condición de que su momento angular:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = m \cdot v \cdot r$$

es un número entero de veces la cantidad $h/2\pi$, según:

$$m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

En esta expresión, h es la constante de Planck y n es un número entero, llamado **número cuántico**, cuyo valor es 1 para la primera órbita, 2 para la segunda, 3 para la tercera, etc.

3. Los electrones pueden absorber o emitir energía en forma de radiación electromagnética –fotones– que les lleve de una órbita permitida a otra órbita permitida. La energía de los fotones absorbidos –si pasan a una órbita más alejada del núcleo– o emitidos –si lo hacen a una más próxima al núcleo– es igual a la diferencia de energía entre dichas órbitas:

$$\Delta E = h \cdot f$$

Diferencia de energía entre las órbitas Energía del fotón absorbido o emitido

2.1. El modelo de Bohr y los espectros atómicos

Combinando los postulados de Bohr con los principios de la física clásica se puede llegar a una descripción bastante detallada del átomo que permita conocer el radio de las diversas órbitas que puede describir el electrón, la velocidad que alcanza y su energía en cada una de ellas.

Puesto que pretendemos justificar el espectro de emisión, nos centraremos en el estudio de la energía del electrón en cada órbita. Con ello podremos determinar, de modo teórico, la energía del fotón que se desprende cuando el electrón pasa de una órbita más alejada del núcleo a otra más próxima (► Figura 9.15). Utilizaremos como modelo de cálculo un átomo de tipo hidrogenoide, es decir, un átomo que tiene un único electrón.

Cálculo de la energía del electrón en una órbita

La energía del electrón en una órbita es la suma de sus energías cinética y potencial. La energía cinética está relacionada con su velocidad, y la potencial es la que resulta del hecho de que la carga del núcleo (Q_n , de signo positivo) y la carga del electrón (q_e , de signo negativo; $e = |q_e|$) se encuentren separadas por una distancia que es el radio de la órbita que describe el electrón (r).

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 - k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} \quad [1]$$

La fuerza electrostática que el núcleo ejerce sobre el electrón es la fuerza centrípeta responsable de su movimiento giratorio:

$$F_E = F_C \rightarrow k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r^2} = m_e \cdot \frac{v_e^2}{r} \rightarrow k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} = m_e \cdot v_e^2 \quad [2]$$

Combinando las expresiones [1] y [2]:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 - k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} - k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} \rightarrow E = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} \quad [3]$$

Utilizamos el segundo postulado de Bohr para despejar la velocidad del electrón en la órbita y sustituirlo en la expresión [2]:

$$m_e \cdot v_e \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi} \rightarrow v_e = n \cdot \frac{h}{2\pi \cdot m_e \cdot r}$$

De [2]: $k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{r} = m_e \cdot v_e^2 = m_e \cdot \frac{h^2}{(2\pi)^2 \cdot m_e^2 \cdot r^2}$

Reordenando la expresión anterior:

$$r = n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot k \cdot Q_n \cdot e} \quad [4]$$

Sustituyendo este valor de r en la expresión [3]:

$$E = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{Q_n \cdot e}{n^2 \cdot \frac{h^2}{4\pi^2 \cdot m_e \cdot k \cdot Q_n \cdot e}} = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi^2 \cdot m_e \cdot k^2 \cdot Q_n^2 \cdot e^2}{h^2}$$

El término que está destacado es una constante cuyo valor depende del tipo de átomo, ya que es función de su carga nuclear. Para el átomo de hidrógeno vale $2,174 \cdot 10^{-18}$ J (13,6 eV).

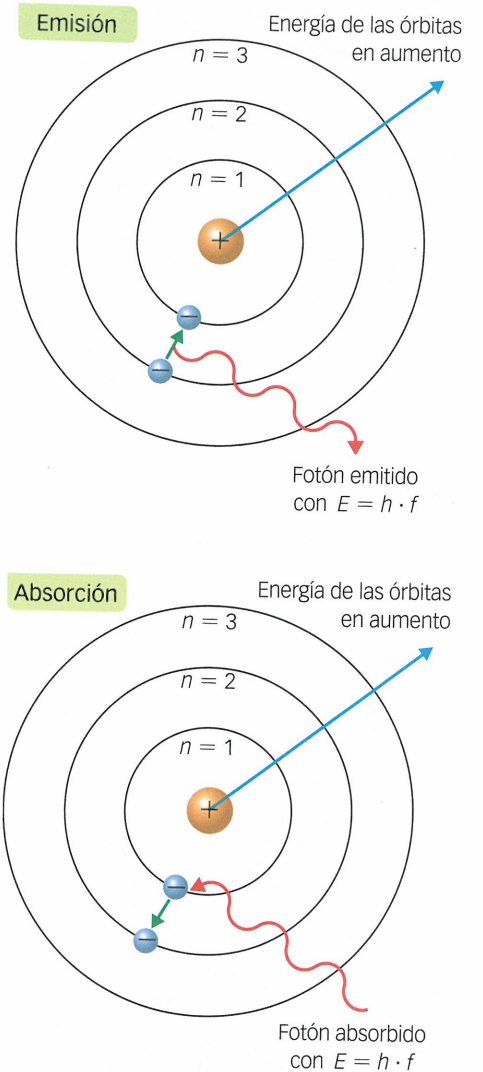


Figura 9.15. El modelo de Bohr explica fácilmente los espectros atómicos. Cuando un electrón cae hacia una órbita más interna, emite un fotón (arriba). Para que un electrón pase a una órbita más externa necesita absorber la energía que le proporciona un fotón (abajo).

La energía de ionización del átomo de hidrógeno

La energía de ionización es la energía que debemos proporcionar a un átomo para ionizarlo; es decir, para arrancarle un electrón.

En el hidrógeno esta energía de ionización es de 13,6 eV, pues este valor coincide numéricamente con la energía del electrón en su nivel fundamental ($n = 1$).

Energía del fotón correspondiente a una línea espectral

Se puede expresar entonces la energía del electrón en una órbita como:

$$E = -\frac{\text{cte.}}{n^2} \quad \left(\text{En el átomo de hidrógeno, } E = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \right)$$

Recuerda que n es un número entero cuyo valor es 1 para la primera órbita, 2 para la segunda, 3 para la tercera, etc.

Cuando un electrón salta de una órbita (n_1) a otra (n_2), absorbe o emite un fotón cuya energía coincide con la diferencia de energía entre las órbitas:

$$E_{\text{fotón}} = \Delta E = E_2 - E_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\text{fotón}} = E_2 - E_1 = \left(-\frac{\text{cte.}}{n_2^2} \right) - \left(-\frac{\text{cte.}}{n_1^2} \right) = \text{cte.} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad [5]$$

Por otra parte:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad [6]$$

Relacionando las expresiones [5] y [6]:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = \text{cte.} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\text{cte.}}{h \cdot c} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Calculando el valor de la expresión señalada para el átomo de hidrógeno, obtendremos el mismo valor que la constante de Rydberg obtenida por los espectroscopistas:

$$\frac{\text{cte.}}{h \cdot c} = \frac{2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} = R$$

En consecuencia, el modelo atómico de Bohr permite obtener una expresión que relaciona la longitud de onda de las radiaciones absorbidas o emitidas por una sustancia con los tránsitos del electrón entre las distintas órbitas que le están permitidas.

Las figuras 9.16 y 9.17 relacionan las rayas de las distintas series espectrales del hidrógeno con los tránsitos correspondientes:

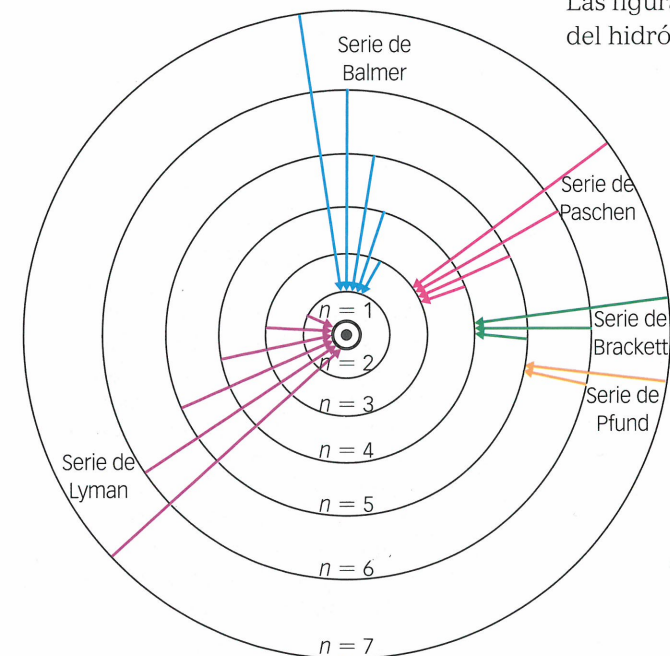


Figura 9.16. El modelo de Bohr explica la serie de Balmer y las demás series espectrales del átomo de hidrógeno. Cada serie corresponde a las transiciones que van desde distintos niveles energéticos iniciales hasta un mismo nivel de llegada.

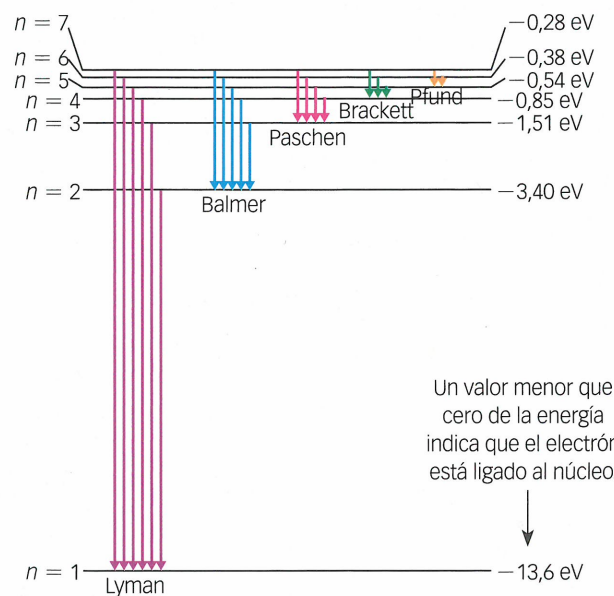


Figura 9.17. Diagrama de niveles de energía para el átomo de hidrógeno. Las líneas más largas corresponden a transiciones más energéticas. Cuanto mayor es la energía de la transición, mayor es la frecuencia del fotón emitido y menor es su longitud de onda.

El espectro de emisión de un elemento es complementario de su espectro de absorción. El átomo cuantizado de Bohr explica, como se observa en la figura 9.19, que para que un electrón pase de la órbita n_1 a la órbita n_2 , más alejada del núcleo, necesita absorber la misma cantidad de energía que la que emite cuando realiza el tránsito inverso, de n_2 a n_1 ; en ambos casos la diferencia de energía entre las órbitas es la misma.

Las transiciones entre distintos niveles explican la radiación emitida por los elementos químicos.

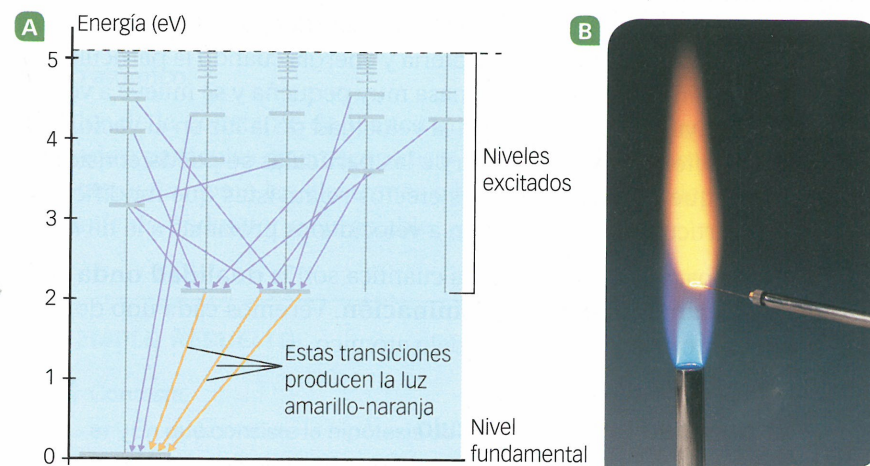


Figura 9.18. Al calentar una muestra de sodio, pasan electrones desde el nivel fundamental a otros niveles excitados (A). Cuando los electrones vuelven al estado fundamental, emiten fotones de color amarillo-naranja. Por eso vemos la llama de ese color (B).

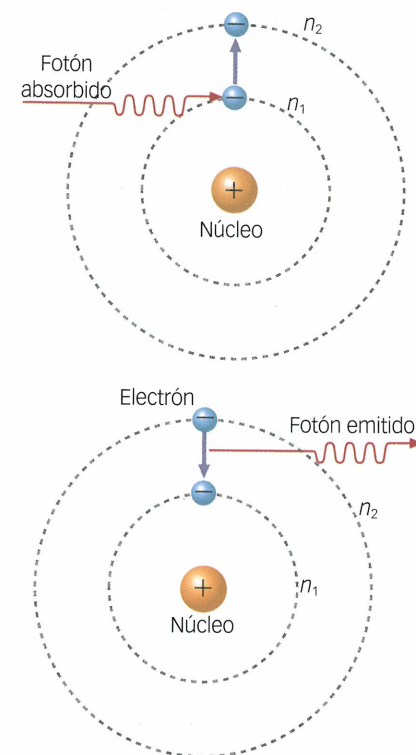


Figura 9.19. Para un mismo elemento los espectros de emisión y absorción son complementarios, pues las líneas de ambos corresponden a las transiciones entre los mismos niveles energéticos, solo que en distintos «sentidos».

EJEMPLO RESUELTO

5 Un átomo inmerso en agua «se desexcita», de manera que uno de sus electrones salta desde un nivel de energía de 6 eV a otro nivel menos energético, de 3 eV. En este salto se emite un fotón. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de la radiación que emana del átomo.

Datos: índice de refracción del agua, $n_{\text{agua}} = 1,33$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

De acuerdo con el modelo atómico de Bohr, la energía del fotón emitido coincide con la diferencia de energía entre los niveles en que se produjo el tránsito:

El factor de conversión julio-electronvoltio coincide numéricamente con la carga del electrón.

$$E_{\text{fotón}} = 6 \text{ eV} - 3 \text{ eV} = 3 \text{ eV} = 3 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Calcula su frecuencia por medio de la ley de Planck:

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f \rightarrow f = \frac{E_{\text{fotón}}}{h} = \frac{4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 7,29 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Para conocer su longitud de onda necesitas saber cuál es la velocidad de propagación en el agua. A partir del índice de refracción:

$$n_{\text{agua}} = \frac{c}{v_{\text{agua}}} \rightarrow v_{\text{agua}} = \frac{c}{n_{\text{agua}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Para una onda:

$$v_{\text{agua}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v_{\text{agua}}}{f} = \frac{2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7,29 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 3,1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

El fotón tiene una longitud de onda menor que si se propaga en el aire, pero su frecuencia no varía. Su color, por tanto, no cambia.

ACTIVIDADES

14. La energía del electrón del átomo de hidrógeno vale $2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ cuando se encuentra en la primera órbita. Calcula la energía del fotón que emite el electrón cuando salta del nivel 4 al nivel 2. ¿En qué serie espectral encontraremos esta raya? Compara el valor de la energía de este fotón con el que se obtendría utilizando la fórmula de los espectroscopistas.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: $4,09 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; serie de Balmer

3 La mecánica cuántica

Acabamos de ver que tres fenómenos que no se podían explicar con las leyes de la física clásica resultaron comprensibles admitiendo la idea de la cuantización y superponiéndola a los principios clásicos.

Los avances teóricos en este campo permitieron formular una serie de principios sobre los que se asienta la **mecánica cuántica**, una parte de la física que estudia las interacciones entre materia y energía cuando la partícula que experimenta el fenómeno tiene una masa muy pequeña y se mueve a velocidades significativamente inferiores a la velocidad de la luz en el vacío. Esta circunstancia determina que la masa de las partículas se pueda considerar constante, sin que se manifiesten los efectos relativistas que modifican la masa de las partículas que se mueven a velocidades próximas a la de la luz.

Los puntos de partida de la mecánica cuántica son la **dualidad onda-corpúsculo** y el **principio de indeterminación**. Veremos cada uno de ellos y sus consecuencias en el nuevo modelo atómico.

Louis-Victor de Broglie

De Broglie es un caso curioso en el mundo de la ciencia. Pertenecía a una familia noble francesa. Comenzó a estudiar historia, pero luego se sintió atraído por la física.

Participó en la Primera Guerra Mundial, y en 1924, en su tesis doctoral, aportó su hipótesis de que los electrones pueden comportarse como ondas. Sus predicciones fueron confirmadas poco tiempo después en experimentos.

Esto venía a completar el puzle originado cuando Einstein señaló en 1905 que la luz podía considerarse compuesta por partículas que ahora llamamos fotones.

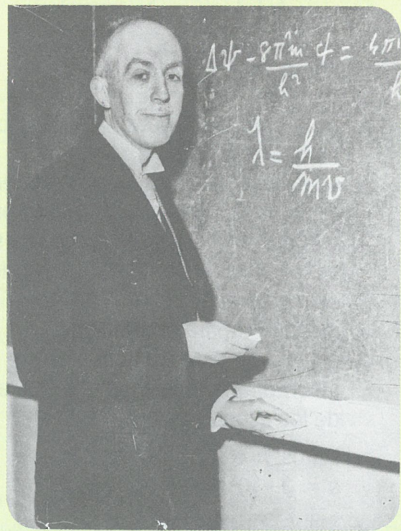


Figura 9.20. Louis-Victor de Broglie.

3.1. La dualidad onda-corpúsculo

La naturaleza de la luz fue uno de los debates más interesantes de la historia de la ciencia. Hasta comienzos del siglo XVIII prevalecía la idea de Newton, según la cual la luz estaba formada por partículas que se propagaban a través de un medio. En 1678 Huygens ya había propuesto su **naturaleza ondulatoria**, pero no se reconoció de manera definitiva hasta que se pudo medir la velocidad de la luz en distintos medios y se justificaron los resultados del experimento de la doble rendija, realizado en 1803 por Young.

Cuando el debate parecía resuelto a favor de considerar la luz como una onda, Einstein explicó el efecto fotoeléctrico apoyándose en la **naturaleza corpuscular** de la luz, cuyos fotones interactuaban con los electrones. Así pues, se planteó de nuevo el dilema: ¿la luz es una onda o está formada por partículas?

La solución a este problema vino de la mano del francés Louis-Victor de Broglie (1892-1987) (► Figura 9.20), quien en 1924 propuso la doble naturaleza corpuscular y ondulatoria para todas las partículas. Esto implica que la luz es una onda que se manifiesta en ocasiones como partículas: los fotones. A su vez, los electrones son partículas que pueden tener, en ocasiones, comportamiento ondulatorio.

Para que esta doble naturaleza se pudiese admitir era necesario encontrar alguna relación matemática entre las características de la onda y la partícula. De Broglie la encontró para el fotón, relacionando su energía obtenida a partir de la relación de Planck con la energía relativista correspondiente a su masa obtenida de la expresión de Einstein.

- Según Planck: $E = h \cdot f$.
- Y según Einstein: $E = m \cdot c^2$.

Pon tanto, igualando ambas expresiones:

$$h \cdot f = m \cdot c^2 \rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = m \cdot c^2$$

Reordenando, obtenemos para el fotón:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot c} = \frac{h}{p}$$

donde p es su cantidad de movimiento o momento lineal.

El **principio de De Broglie** generaliza el resultado para cualquier partícula: toda partícula material que se mueva lleva asociada una onda cuya longitud de onda viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Para poder apreciar el efecto ondulatorio de una partícula es necesario que su longitud de onda sea de unas dimensiones que permitan dar un patrón de difracción al atravesar una rejilla. Las rejillas más pequeñas son de tamaño atómico.

El valor de la constante de Planck impide que se pueda apreciar la onda asociada a partículas macroscópicas (► Figura 9.21). Solo partículas de tamaño muy pequeño, como los electrones o los neutrones, pueden tener un comportamiento ondulatorio apreciable.



Figura 9.21. Para los objetos macroscópicos, como una pelota, el carácter ondulatorio puede despreciarse, pues la longitud de onda asociada, incluso a velocidades altas, es pequeñísima.

EJEMPLO RESUELTO

6 Contesta.

- ¿En qué consiste la hipótesis de De Broglie?
- ¿Cuál es la longitud de onda de De Broglie asociada a una pelota de tenis que se mueve a una velocidad de 180 km/h? Su masa es de 58 g.
- ¿Cuál es la longitud de onda asociada a un electrón que se mueve a la misma velocidad?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

- Toda partícula en movimiento lleva asociada una onda, de modo que su longitud de onda viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Calcula la longitud de onda asociada a la pelota de tenis:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Expresa todas las magnitudes en unidades del SI y calcula la longitud de onda asociada:

$$180 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{\text{km}} \cdot \frac{1}{3600 \text{ s}} = 50 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{pelota}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{58 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 50 \text{ m/s}} = 2,29 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

- Para el electrón que se mueve a la misma velocidad:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$\lambda_{\text{electrón}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 50 \text{ m/s}} = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

Evaluación del resultado

La longitud de onda de la onda asociada al electrón es lo suficientemente grande como para que se pueda apreciar su difracción cuando atraviesa redes de difracción con tamaño de ranura de orden atómico o molecular.

La longitud de onda de la onda asociada a la pelota de tenis es tan extraordinariamente pequeña que no existen redes de difracción con un tamaño de ranura similar. En consecuencia, no se podrá observar el carácter ondulatorio de la onda asociada a un cuerpo macroscópico.

ACTIVIDADES

- En un experimento se detecta un electrón que se mueve a 10^6 m/s . Compara su longitud de onda de De Broglie con la de una partícula de $9,1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ que se desplaza a esa misma velocidad por el espacio. ¿Para qué partícula es mayor la longitud de onda de De Broglie?

Dato: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Solución: $\lambda_{\text{electrón}} = 10^{25} \lambda_{\text{partícula}}$

- Señala la respuesta o respuestas correctas. Según la hipótesis de De Broglie:

- Dos electrones moviéndose con diferente velocidad tienen asociada la misma onda.
- Un electrón y un protón con la misma velocidad tienen asociada la misma onda.
- La longitud de la onda asociada a un electrón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las propiedades ondulatorias de los electrones

La confirmación del principio de De Broglie viene de la mano de experiencias que demuestran las propiedades ondulatorias de cuerpos de naturaleza corpuscular reconocida, como los electrones.

Tres años después de que enunciase su principio, los físicos estadounidenses Clinton J. Davisson (1881-1958) y Lester H. Germer (1896-1971) lograron hacer pasar un chorro de electrones a través de una rejilla cristalina y obtuvieron las correspondientes figuras de difracción. La experiencia se realizó en los laboratorios Bell, donde ambos trabajaban, y por ella obtuvieron el premio Nobel de Física en 1937.

En la figura 9.22 se muestra el resultado de una experiencia en la que se hace pasar un chorro de electrones a través de una doble rendija. Las imágenes muestran los electrones que llegan a una pantalla después de atravesar la lámina con la doble rendija. Como se puede observar, cuando ha pasado un número elevado de electrones, se aprecian figuras de interferencia análogas a las que vimos en el tema de ondas al analizar la experiencia de Young de la doble rendija. En ella un haz de luz se difracta al atravesar dos rendijas y se estudia la interferencia de las ondas resultantes.

El microscopio electrónico es una aplicación tecnológica que aprovecha el doble carácter corpuscular y ondulatorio de los electrones para conseguir resoluciones mucho más bajas que los microscopios ópticos convencionales.

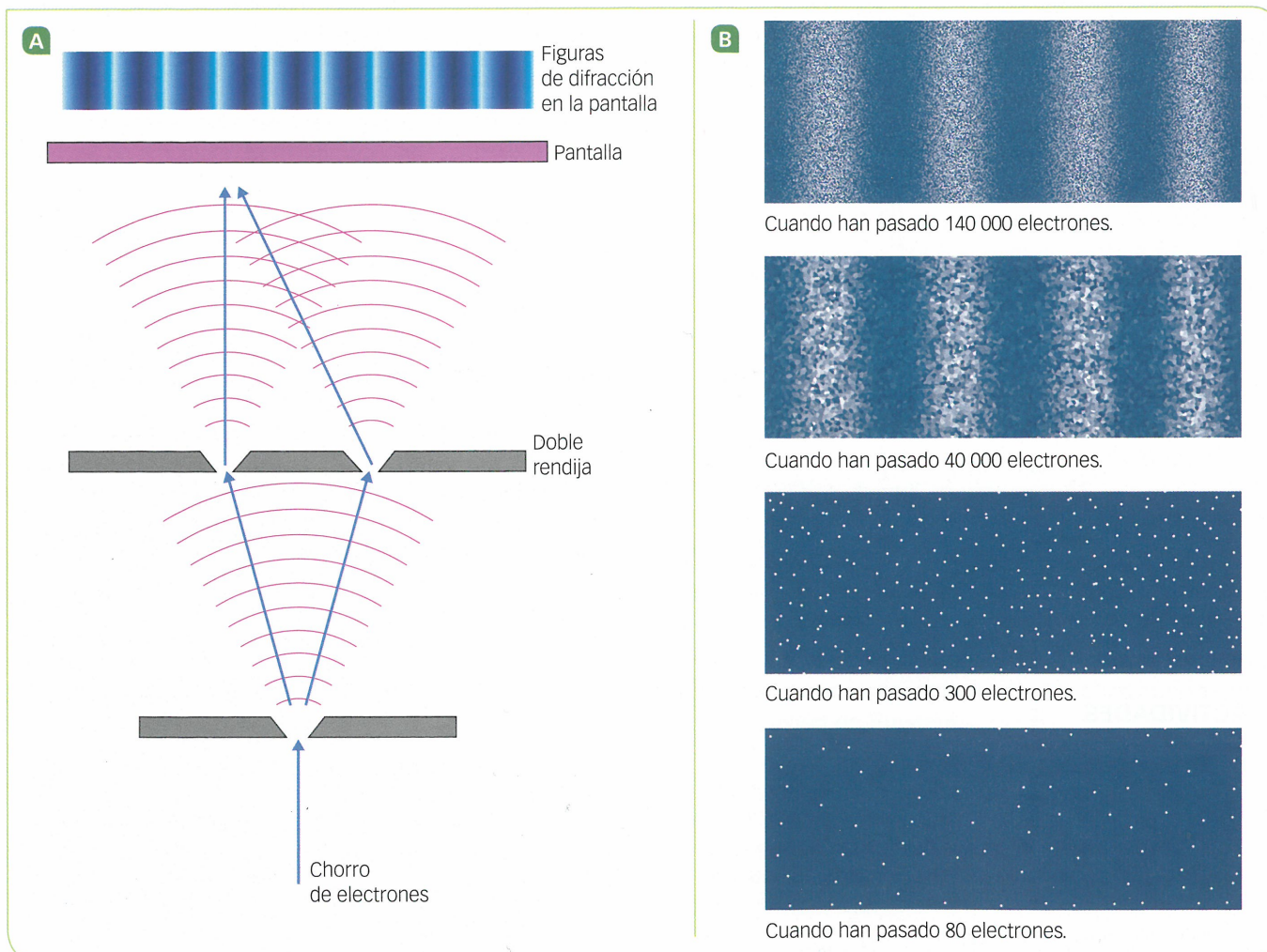


Figura 9.22. Cuando han pasado muchos electrones, aparece una figura de difracción (B) que demuestra la naturaleza ondulatoria de los electrones.

El principio de De Broglie y el segundo postulado de Bohr

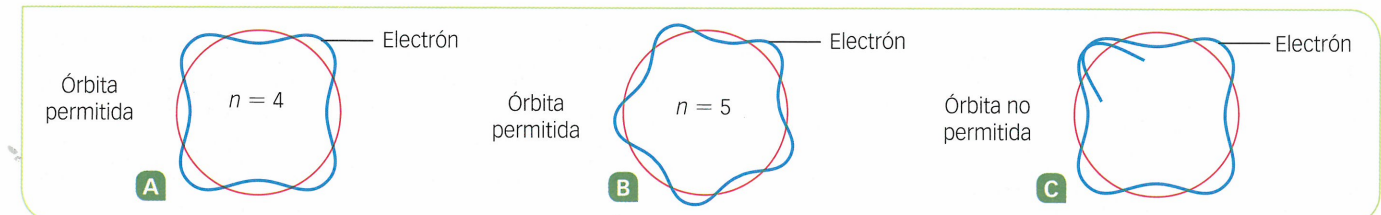
Si aplicamos el principio de dualidad onda-corpúsculo al concepto de órbitas estacionarias de Bohr, llegaremos a conclusiones importantes que reforzarán su segundo postulado. Como se aprecia en la figura 9.23, para que la órbita que describe el electrón sea estable, en cada vuelta completa debe entrar un número entero de longitudes de onda; de lo contrario, la situación del electrón en cada vuelta será diferente de la anterior. Es decir:

$$2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \lambda, \text{ donde } n \text{ puede ser } 1, 2, 3, \dots$$

$$2 \cdot \pi \cdot r = n \cdot \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

Esta es la expresión matemática del segundo postulado de Bohr.

Figura 9.23. El electrón que se mueve como se indica en A y B es estable. En una vuelta completa entra un número entero de longitudes de onda. En C, en cambio, al completar la vuelta no se encuentra en una posición idéntica a la de partida. Ese electrón no describe una órbita estable.



EJEMPLO RESUELTO

7 Se emplea un aparato capaz de proporcionar 60 kV para acelerar electrones.

- Calcula cuál es la longitud de onda asociada a los electrones.
- A continuación se emplea el mismo aparato para acelerar protones. ¿La longitud de onda asociada a los protones será mayor, menor o igual que la asociada a los electrones?
- ¿Y si los electrones y los protones se desplazan a la misma velocidad?

Datos: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

- La energía con que se acelera el haz de electrones nos permite calcular la velocidad que adquieren y con ello, utilizando la expresión de De Broglie, podremos calcular la longitud de la onda asociada:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 60 \cdot 10^3 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,46 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Nota: el valor obtenido para la velocidad obligaría a calcular la masa relativista del electrón. No obstante, seguimos trabajando con el valor de su masa en reposo, despreciando los efectos relativistas.

De la expresión de De Broglie deducimos:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,46 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4,97 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

- Para poder comparar expresamos λ en función de la energía y la masa de las partículas. La masa de los protones es unas 2000 veces mayor que la de los electrones.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{m \cdot 2 \cdot E_c}} \rightarrow \lambda \sim \frac{1}{\sqrt{m}}$$

Por tanto:

$$m_{\text{protón}} > m_{\text{electrón}} \rightarrow \lambda_{\text{protón}} < \lambda_{\text{electrón}}$$

- Si ambos tienen la misma velocidad:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow \lambda \sim \frac{1}{m}$$

O lo que es lo mismo: $\lambda_{\text{protón}} < \lambda_{\text{electrón}}$.

ACTIVIDADES

17. En un microscopio electrónico los electrones se aceleran mediante una diferencia de potencial de 3500 V. ¿Cuál es la longitud de onda asociada a dichos electrones?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución: $2,08 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

18. Se tienen dos partículas 1 y 2 con la misma energía cinética. Sabemos, además, que la masa de la partícula 2 es igual a 1836 veces la masa de la partícula 1. Indica cuál de las partículas lleva una mayor longitud de onda asociada y explica por qué.

Solución: $\lambda_1 = 42,85 \lambda_2$

3.2. El principio de indeterminación de Heisenberg

Estamos acostumbrados a resolver problemas en los que calculamos la posición y la velocidad de cuerpos en movimiento. Desde el punto de vista clásico, podríamos medir estas magnitudes con una precisión que solo está limitada por las características del aparato que utilizamos; siempre cabría la posibilidad de construir un aparato más preciso para obtener una medida más exacta.

Al estudiar un problema similar a nivel cuántico, nos encontramos que el doble carácter corpuscular y ondulatorio de las partículas impide que conozcamos con precisión y a la vez su posición y su cantidad de movimiento. Esta imposibilidad es una cuestión intrínseca del sistema, que no se resuelve utilizando aparatos más precisos.

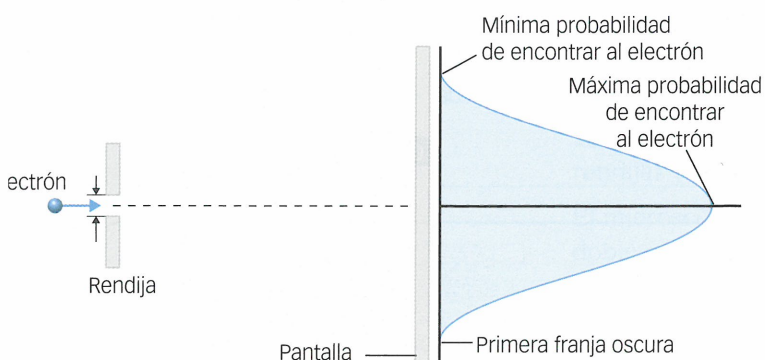


Figura 9.24. El carácter ondulatorio del electrón determina que no podamos conocer su posición con certeza. Solo podemos hablar de una cierta probabilidad de encontrarlo en un punto.

El carácter ondulatorio del electrón hace que pueda sufrir difracción al atravesar una rendija estrecha. Como consecuencia, tendremos una probabilidad de encontrar al electrón en un punto del espacio que dependerá de la amplitud de la onda resultante de la difracción en ese punto.

Por otra parte, debemos tener presente que para determinar la posición o el momento lineal de un electrón, hay que lanzar sobre él un fotón que, al interactuar con el electrón, provoca cambios en su posición y velocidad. El propio hecho de medir lleva implícito un error en la medida.

Recogiendo estas ideas, el físico alemán Werner Karl Heisenberg (1901-1976) enunció en 1927 el **principio de indeterminación** o **incertidumbre** que admite las dos formulaciones siguientes:

Principio de indeterminación para la posición y el momento

No es posible determinar a la vez el valor exacto de la posición y el momento lineal de un objeto cuántico. Ambas indeterminaciones guardan la siguiente relación:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \quad (\text{Figura 9.25})$$

- Δx : indeterminación en la posición.
- Δp : indeterminación en el momento lineal.

Principio de indeterminación para la energía y el tiempo

No es posible determinar a la vez el valor exacto de la energía de un objeto cuántico y el tiempo durante el cual el objeto permanece en ese estado de energía. Ambas indeterminaciones guardan la siguiente relación:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

- ΔE : indeterminación en la energía.
- Δt : indeterminación en el tiempo.

En el nivel cuántico, la incertidumbre en la medida no está ocasionada por la precisión de los aparatos empleados, sino que es debida a la propia naturaleza del electrón o de la partícula sobre la que efectuamos la medida. Es un error intrínseco del sistema, ya que se comete por el propio hecho de medir.

Algunos científicos, como Einstein, no aceptaron este principio.

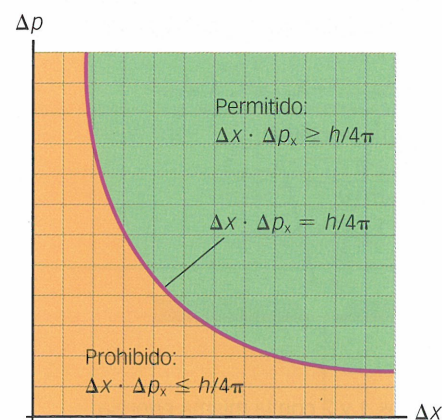


Figura 9.25. El principio de incertidumbre de Heisenberg aplicado a la posición y el momento lineal. Cuanto más precisa sea la medida de la posición (Δx menor), mayor será la imprecisión en el momento lineal (Δp será mayor).

El principio de complementariedad de Bohr

En línea con los razonamientos anteriores, Bohr enunció el **principio de complementariedad**, que justifica la incertidumbre que hemos comentado:

«Un objeto cuántico, como un electrón o un fotón, actúa como onda o como partícula, pero nunca exhibirá los dos aspectos de forma simultánea».

Bohr también estableció que, mientras que en la física clásica un sistema de partículas en movimiento evoluciona con independencia de que sea observado o no, en física cuántica el observador interactúa con el sistema que se pretende medir y modifica sus características de posición, velocidad, energía, etc.

Como ya sucedía con la longitud de onda asociada a los objetos en movimiento, los objetos macroscópicos no muestran indeterminación de forma intrínseca. El valor de la constante de Planck hace que el error intrínseco para los objetos macroscópicos sea del todo inapreciable.

Para los objetos macroscópicos, el límite de error en la determinación de la posición del objeto y su estado de movimiento viene determinado por la calidad de los instrumentos empleados y la técnica del experimentador. No hay ningún límite intrínseco que impida conocer, a la vez, ambas magnitudes con exactitud.

EJEMPLO RESUELTO

- 8** En un experimento se mide la posición de una partícula de masa $m = 2 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ con una exactitud $\Delta x = 10^{-6} \text{ mm}$. Calcula entonces la indeterminación en el momento lineal. ¿Cuál será la indeterminación en la velocidad?

Dato: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Utiliza la expresión de Heisenberg:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \rightarrow \Delta p \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x} \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 10^{-9} \text{ m}} \geq 5,276 \cdot 10^{-26} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

El momento lineal es el producto de la masa y la velocidad. Suponiendo que no hay indeterminación en la medida de la masa:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v \rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m} \geq \frac{5,276 \cdot 10^{-26} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ kg}} = 2,638 \cdot 10^{-20} \text{ m/s}$$

ACTIVIDADES

- 19.** Un electrón se encuentra confinado en una región cuya anchura total es de $0,10 \text{ nm}$; es decir, en una región del tamaño aproximado de un átomo. Indica cuál será entonces la incertidumbre en la velocidad del electrón.

Datos: $m_{\text{electrón}} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Solución: $5,8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

- 20.** Contesta:

- ¿Qué dice el principio de indeterminación de Heisenberg?
- ¿Por qué no se tiene en cuenta este principio al estudiar los fenómenos ordinarios?

La controversia Bohr-Einstein

El principio de incertidumbre de Heisenberg derrumbó uno de los pilares de la física: el hecho de que, a partir de unas condiciones iniciales dadas, podamos conocer con precisión la evolución posterior de un sistema físico.

Einstein rechazó el principio de indeterminación durante toda su vida y mantuvo discusiones muy educativas con otros científicos, especialmente con Bohr.



Figura 9.26. A. Einstein (izquierda) y N. Bohr (derecha). En las reuniones científicas a las que Bohr y Einstein asistían, Einstein proponía a Bohr experimentos imaginarios que parecían contradecir las predicciones de la mecánica cuántica. Por ejemplo, experimentos en los que sería posible conocer la posición y el momento lineal de un fotón con absoluta precisión. Y Bohr se ponía manos a la obra... hasta que lo resolvía.

HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS

¿Cómo obtuvo Schrödinger su ecuación?

En rigor es imposible deducir la ecuación de Schrödinger a partir de la física clásica. Pero entonces, ¿cómo la obtuvo Schrödinger?

Aquí, para simplificar, derivaremos la ecuación a partir de la ecuación de onda para una onda que oscila en una dimensión:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2 \cdot \psi$$

k es el número de ondas. Teniendo en cuenta su definición y la relación de De Broglie:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h/p} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi \cdot m \cdot v}{h}$$

Sustituyendo en la ecuación de ondas:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{dx^2} &= -\left(\frac{2\pi m \cdot v}{h}\right)^2 \psi \rightarrow \\ \rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} &= -\frac{4\pi^2 \cdot m^2 \cdot v^2}{h^2} \psi \end{aligned} \quad [1]$$

La energía total de la partícula es:

$$\begin{aligned} E &= E_c + V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + V \rightarrow \\ \rightarrow m \cdot v^2 &= 2 \cdot (E - V) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación [1]:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 \cdot m \cdot 2 \cdot (E - V)}{h^2} \psi$$

Y reorganizando:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = (E - V) \cdot \psi$$

($\hbar \equiv h/2\pi$).

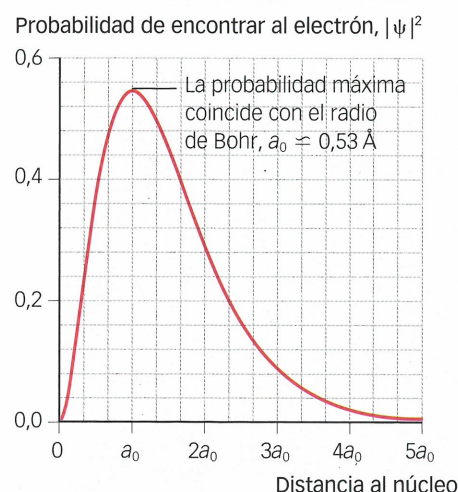


Figura 9.27. La función **densidad de probabilidad** permite conocer la probabilidad de encontrar un electrón a una distancia determinada del núcleo. Para el átomo de hidrógeno, su valor es máximo a las distancias que Bohr calculó como radio de las órbitas.

3.3. La función de onda y la probabilidad (ampliación)

Para comprender un sistema físico es necesario disponer de un modelo matemático que nos permita precisar sus características. Si se trata de un sistema de partículas que se pueden mover, la física clásica nos proporciona leyes para describir su movimiento y la energía que posee en cada momento.

Los principios de la física clásica son suficientes si el sistema que estudiamos es macroscópico. Pero para que pueda describir un sistema cuántico, el modelo debe ser, además, coherente con los principios de dualidad onda-corpúsculo y de indeterminación que acabamos de comentar.

En las primeras décadas del siglo XX se realizaron múltiples estudios teóricos destinados a resolver esta cuestión. En 1926 el físico austriaco Edwin Schrödinger (1887-1961) desarrolló una ecuación de onda que permite describir la posición de una partícula en función del tiempo y relacionarla con la energía asociada; todo ello aplicado a las partículas cuánticas.

La forma de esta **ecuación de Schrödinger** es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \right) + V(x, y, z)\psi = E\psi$$

- ψ es la función de onda.
- m es la masa de la partícula.
- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
- V es su energía potencial.
- E es su energía total.

La onda descrita por la función ψ no es una onda material, sino una **onda de probabilidad**. (Este es un concepto complejo en el que profundizarás si sigues estudios científicos).

La función de onda es función de la posición y del tiempo: $\psi(x, y, z, t)$.

El cuadrado de la amplitud de ψ , $|\psi|^2$, es una medida de la **probabilidad** de encontrar una partícula en un punto del espacio en un momento determinado.

Si se utiliza la función de onda de Schrödinger para estudiar el electrón en un átomo, encontramos que este puede estar en una serie de estados cuánticos definidos por una serie de números llamados **números cuánticos**. Al representar la función de probabilidad para cada uno de estos estados cuánticos obtenemos unas regiones del espacio cuya forma y tamaño dependen del estado cuántico. Cada una de estas regiones es un orbital.

Llamamos **orbital** a la región del espacio en la que hay una probabilidad elevada de encontrar a un electrón que está en un estado cuántico concreto.

Aplicado al estudio del átomo de hidrógeno, la posición en la que la probabilidad de encontrar a un electrón es más alta coincide con el radio de las órbitas que había predicho Bohr (► **Figura 9.27**). A diferencia del modelo de Bohr, el modelo mecanocuántico del átomo no es determinista (no permite determinar dónde va a estar un electrón), sino que es **probabilista**: indica la probabilidad de que el electrón se encuentre en un determinado lugar.

El modelo mecanocuántico permitió explicar los espectros atómicos, incluso de los átomos polielectrónicos, en presencia de campos eléctricos y magnéticos. El modelo de Bohr, aunque supuso un gran avance, solo permitía explicar el espectro del átomo de hidrógeno.

4 Aplicaciones de la física cuántica

Los hallazgos de la física cuántica han permitido algunos avances tecnológicos que podemos apreciar en dispositivos cuya utilización nos resulta ya familiar. Comentaremos algunos de ellos.

4.1. La célula fotoeléctrica

Las células fotoeléctricas más simples son dispositivos que aprovechan el efecto fotoeléctrico que estudió Einstein. Cuando una radiación de determinada energía alcanza el cátodo de una célula fotoeléctrica, le arranca electrones dando lugar a una corriente eléctrica. Esta corriente se puede utilizar para poner en funcionamiento otro circuito que abra o cierre puertas o grifos, encienda o apague luces, cuente las personas que entran en una sala, etc. En nuestra vida diaria podemos apreciar muestras de sus aplicaciones más variadas.

De más reciente aparición son las células fotovoltaicas, células fotoeléctricas que transforman la energía luminosa procedente del Sol en energía eléctrica. En este caso, el fotón comunica su energía a un electrón en un átomo de un material semiconductor, logrando con ello que actúe como un conductor. El material semiconductor suele ser silicio (amorfo o cristalino) o arseniuro de galio. La corriente eléctrica generada en las células fotovoltaicas es una corriente continua.

Habitualmente se comercializan paneles fotovoltaicos que son células unidas en serie con las que se consiguen voltajes de 12 V o 24 V. Se utilizan como fuente de energía alternativa que trata de aprovechar directamente la energía del sol. Su aplicación puede ser a pequeña escala y de forma local, como los paneles que iluminan farolas, o a gran escala, en centrales de energía solar fotovoltaica.

Su utilidad como fuente de energía está limitada por la eficiencia de los paneles que, por el momento, es reducida, y por el coste económico de los materiales que requieren.

4.2. La nanotecnología

Se llama **nanotecnología** a la ciencia aplicada sobre las nanopartículas, conjuntos de átomos o moléculas cuyo tamaño se encuentra entre 1 y 100 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$).

A esta escala, las partículas sufren efectos cuánticos que hacen que sus propiedades (conductividad eléctrica, elasticidad, reactividad, etc.) sean muy distintas de las que tienen partículas de mayor tamaño. Por ejemplo, un material opaco como el cobre se puede volver transparente a escala nano.

Una de las principales aplicaciones de las nanopartículas está en la medicina, donde se pretende utilizarlas para transportar fármacos que actúen contra los tumores de forma mucho más efectiva y con menos efectos secundarios que los métodos convencionales.

También se espera poder utilizarlas en la computación cuántica, donde las nanopartículas aumentarían enormemente la capacidad de los chips actuales.

La nanotecnología está todavía en fase de experimentación, pero cada vez son más y más sorprendentes sus aplicaciones (► **Figura 9.29**).



Figura 9.28. Las células fotovoltaicas transforman la energía solar en energía eléctrica. Actualmente, la eficiencia de este proceso es casi del 40 % en los dispositivos más eficientes.

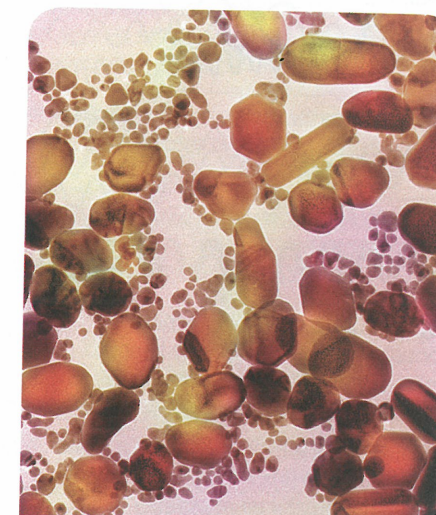


Figura 9.29. Las nanopartículas de oro son utilizadas para transportar medicamentos.

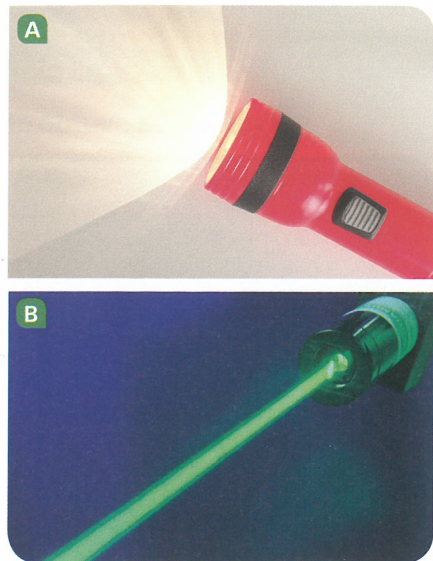


Figura 9.30. A diferencia de la luz de una linterna (A), la luz láser es coherente (B).

4.3. El láser

La palabra láser es un acrónimo de *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, amplificación de luz por emisión estimulada de radiación.

La radiación electromagnética que procede de las fuentes convencionales comprende radiaciones de múltiples longitudes de onda. Por métodos espectroscópicos podremos aislar una de ellas, pero, con frecuencia, será poco coherente (los fotones «se desparraman» y la fase no será uniforme), y su intensidad será reducida, ya que la emisión de fotones por los distintos átomos se realiza de forma aleatoria.

El láser es un dispositivo que proporciona luz monocromática coherente. Este hecho tiene una importancia extraordinaria, ya que podremos disponer de un haz en el que todos los fotones tienen la misma energía y el mismo modo de vibración. Esto permite aplicar una gran densidad de energía a una superficie muy pequeña. En la página siguiente se recogen ejemplos de su aplicación.

Para obtener un haz láser necesitamos un material cuyos átomos puedan absorber energía procedente de una fuente externa (eléctrica u óptica), de manera que sus electrones pasen a estados de energía elevados. Cuando cesa esta excitación, los electrones no vuelven directamente al estado fundamental, sino que permanecen en un **estado metaestable** durante algún tiempo. La emisión de un fotón por uno de estos átomos que pasan del estado metaestable al fundamental provoca una especie de reacción en cadena que consigue que todos los átomos que estaban en ese estado acaben emitiendo un fotón similar en su vuelta al estado fundamental. El conjunto de los fotones emitidos genera el pulso láser (► Figura 9.32).

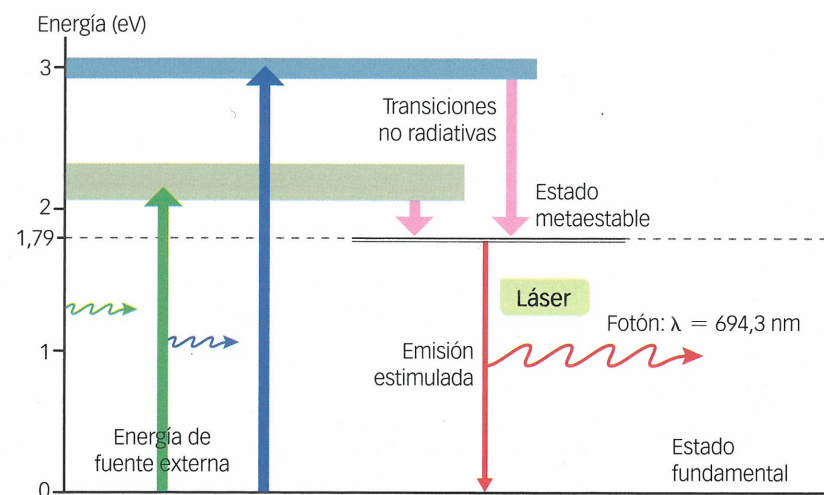


Figura 9.32. Generación de fotones en un láser de rubí.

En 1960 Theodore Maiman (1927-2007) creó el primer láser de rubí, un material de óxido de aluminio con unas pequeñas cantidades de iones Cr^{3+} , responsables de su color rojo. La imagen 9.32 muestra su funcionamiento.

Los iones Cr^{3+} absorben radiación verde y azul que llevan a sus electrones a estados excitados con una vida muy corta (10 ns). Desde los niveles excitados, estos electrones pasan a un estado metaestable, cuya energía es de 1,79 eV más que el estado fundamental y que tiene una vida 100 veces más larga; esto permite que se puedan acumular muchos iones en esta situación. Cuando algunos electrones pasan del estado metaestable al fundamental de forma espontánea, emiten un fotón de 694,3 nm (correspondiente a una energía de 1,79 eV). Estos fotones pueden estimular a otros iones que sufren el mismo proceso, dando lugar a un haz de fotones idénticos.

Desde 1960 se han desarrollado distintos tipos de láser, en los que átomos de materiales en estado sólido, líquido o gas provocan una emisión de luz coherente de forma similar.

En todos los casos el material que forma el láser se halla en una cavidad llamada **resonador** limitada por dos espejos enfrentados. Uno de ellos debe ser totalmente reflectante (100 %), y el otro debe serlo casi totalmente (~99,9 %). Esto permite a los fotones formados en el resonador reflejarse muchas veces. En el camino de un espejo a otro, los fotones se alinean, al tiempo que estimulan a más átomos, logrando un haz de luz coherente cada vez más intenso. El espejo que no es totalmente reflectante permite el paso de una cierta cantidad de luz, que dará lugar al láser saliente.

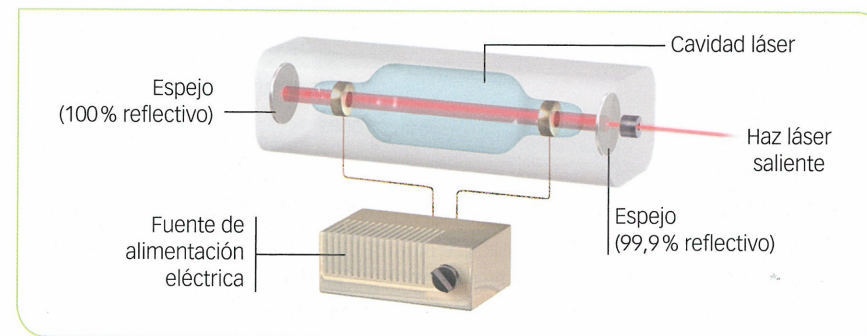


Figura 9.33. Funcionamiento de un láser.

Se pueden diseñar distintos tipos de láser en función de la energía del haz y de la intensidad que se desee. Observa en la tabla los más habituales:

	Tipo	Descripción	Aplicaciones
Semiconductor	Diodo	Similar a un LED confinado en un resonador.	Es miniaturizable y barato. Se emplea en: aparatos de electrónica de consumo, como lectores CD, DVD, impresoras, etc.
	De punto cuántico	Emplea una nanoestructura semiconductor que emite luz de una longitud de onda determinada al ser iluminada.	Sistemas de telecomunicación ultrarrápidos, en la industria médica y en sistemas de proyección de imagen. Tecnología de gran potencial.
Gas	He-Ne	El material emisor es una mezcla 10:1 de estos dos gases. Se excita por medio de electrodos.	Láser de gran coherencia y baja potencia. Su coste es bajo y se emplea en laboratorios de óptica.
	CO ₂	Tipo de láser antiguo y extendido que emite luz infrarroja. El material empleado es una mezcla refrigerada de CO ₂ , N ₂ , H ₂ , Xe y He. Se excita con electrodos.	Aplicación industrial (corte, soldadura y grabado). También se utiliza para cirugía láser y en comunicaciones aéreas, ya que la atmósfera es muy transparente al infrarrojo.
	Excímero	Este láser emplea una combinación de gas inerte (un gas noble) con uno de tipo reactivo (flúor o cloro). Emite luz ultravioleta.	En la industria microelectrónica: fabricación de chips. También se emplea en cirugía médica.
Sólido	Materiales dopados con tierras raras	El material productor de fotones suele ser un cristal de YAG (<i>Yttrium Aluminium Garnet</i>) dopado con neodimio, holmio u otros. Excitación óptica, con luz externa. Emite luz infrarroja.	Muy versátil, con una amplia gama de aplicaciones: corte y soldadura industrial, sensores o medicina. Es el láser que se utiliza como designador (guía) en aplicaciones militares.
	Cristales dopados con metales de transición	Se construyen con cristales preciosos (zafiro o rubí). Los primeros láseres de la historia fueron de rubí. Emiten luz visible.	Surgió como láser experimental para estudiar el fenómeno en sí mismo. Actualmente ha sido sustituido por otras tecnologías.
Líquido	De colorante	El emisor de fotones es una disolución líquida de un colorante orgánico (rodamina, fluoresceína, cumarina...). Pueden emitir luz de diversas frecuencias.	Muy atractivo para usos especializados en el ámbito de la astronomía, separación de isótopos por láser, espectroscopía y usos muy particulares en la medicina e industria.

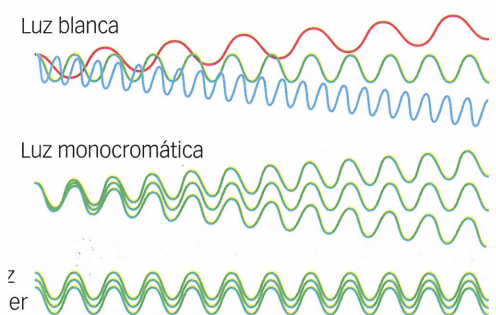


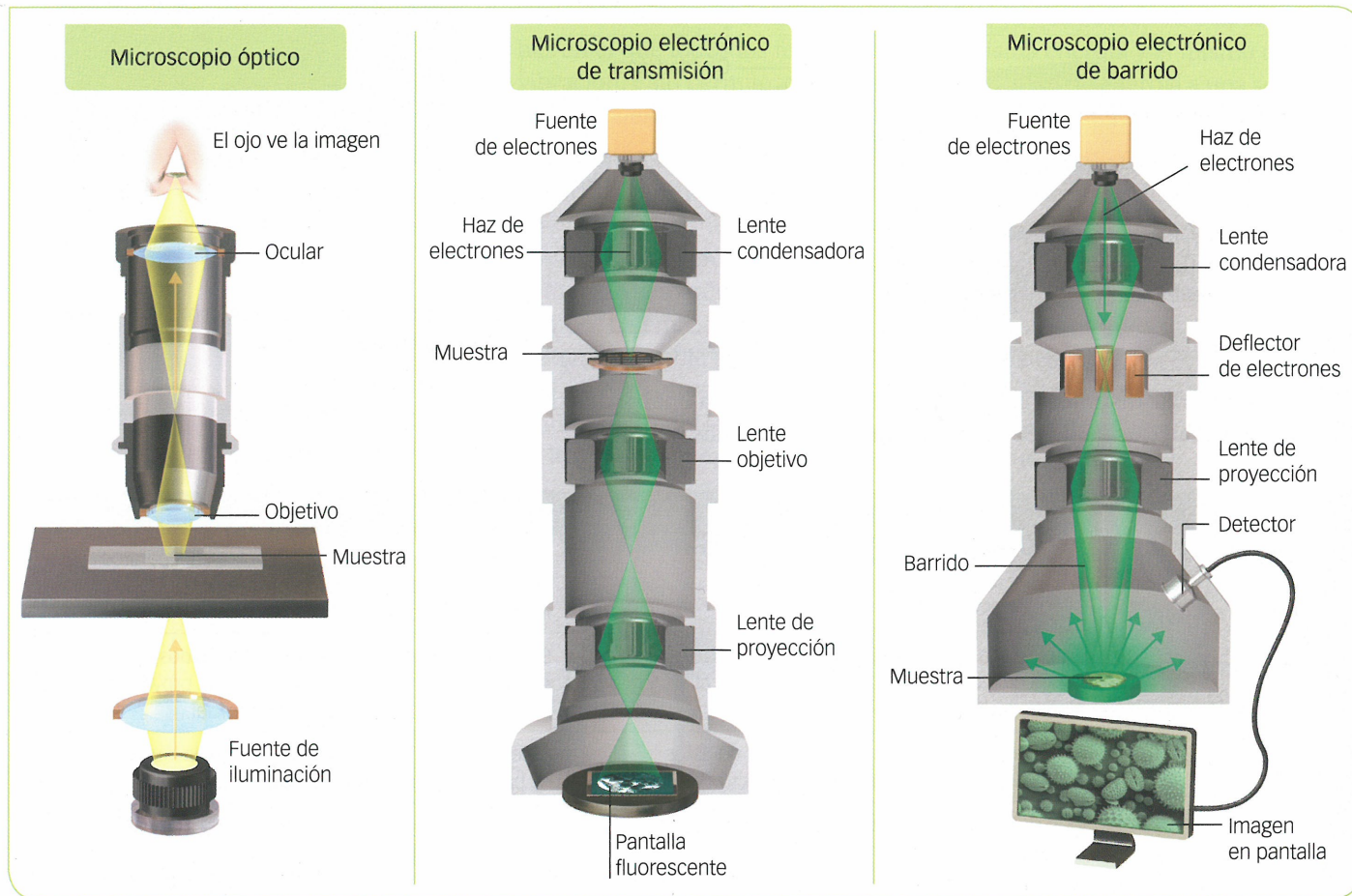
Figura 9.31. Los fotones emitidos por una fuente de luz blanca tienen distinta longitud de onda y viajan en distintas direcciones. Una fuente de luz monocromática emite fotones de una única longitud de onda, se «desparraman» en el espacio. Solo el láser produce luz coherente: fotones con la misma longitud de onda y en la misma fase.

4.4. El microscopio electrónico

El microscopio electrónico utiliza un haz de electrones, en lugar de un haz de luz, para ver los objetos aumentados. Su pequeña longitud de onda, mucho menor que la de los fotones de luz visible, permite hasta 500 000 aumentos, frente a los 1000 que se logran con los mejores microscopios ópticos.

Los electrones se generan en un cañón, donde se aceleran al someterlos a un voltaje elevado, y luego se utilizan lentes magnéticas para dirigir y focalizar el haz sobre la muestra (► Figura 9.34). Hay que trabajar en una situación de vacío elevado, pues el aire absorbe los electrones, lo que supone un problema para algunas muestras.

Figura 9.34. Distintos tipos de microscopios.



Dependiendo de cómo interaccione el haz de electrones con la muestra tendremos:

- **Microscopio electrónico de transmisión.** El haz de electrones se hace incidir sobre una muestra de unos 100 nm de espesor. Parte de los electrones son absorbidos por la muestra y parte la atraviesan. El haz resultante incide a continuación sobre una pantalla fluorescente y muestra la imagen. Se utiliza para estudiar muestras biológicas, especialmente virus.
- **Microscopio electrónico de barrido.** La muestra se recubre de una capa de metal muy fina que es barrida por el haz de electrones. Tiene menos capacidad de aumento que el microscopio de transmisión, pero es muy útil para el estudio de texturas y otros elementos de la morfología de los objetos, sean biológicos, pétreos o metálicos.

Las imágenes resultantes del microscopio electrónico son en blanco y negro; en ocasiones se tratan informáticamente para darles color (► Figura 9.35).

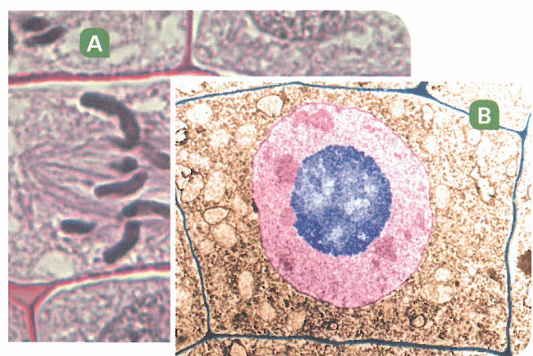


Figura 9.35. El microscopio electrónico (B) ofrece mayor resolución que el óptico (A). Por el contrario, solo permite obtener imágenes en blanco y negro que, eso sí, luego pueden colorearse artificialmente.

→ SABER HACER

Analizar la energía de los fotones

- 9 Una antena de telefonía emite ondas electromagnéticas de 900 MHz de frecuencia con una potencia de 5 W.
- ¿Cuántos fotones emite en media hora?
 - ¿Los fotones pueden producir efecto fotoeléctrico en un metal cuyo trabajo de extracción es 4,34 eV? Si la antena emite con una potencia de 10 W, ¿se modifica la respuesta anterior?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

SOLUCIÓN

1. Comprende el enunciado.

Datos conocidos	Resultados a obtener
- Potencia de emisión de una antena y frecuencia de las ondas que emite. - Energía de extracción mínima de un metal.	- Número de fotones emitidos por minuto. - Valorar la posibilidad de efecto fotoeléctrico. - Energía cinética de los electrones emitidos. - Valorar el efecto si la antena emite con el doble de potencia.

Apartado A

2. Calcula la energía de cada fotón.

$$E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 900 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5,97 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

3. Calcula los fotones emitidos en media hora.

La potencia permite calcular la energía emitida en media hora. Esa energía será n veces la de cada fotón que transporta la onda electromagnética:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n \cdot E_{\text{fotón}}}{t}$$

$$n = \frac{P \cdot t}{E_{\text{fotón}}} = \frac{5 \text{ W} \cdot 30 \cdot 60 \text{ s}}{5,97 \cdot 10^{-25} \text{ J}} = 1,51 \cdot 10^{28} \text{ fotones}$$

Apartado B

4. Valora si se produce efecto fotoeléctrico.

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

$$W_{\text{extracción del electrón}} = 4,34 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,94 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_{\text{extracción del electrón}} > E_{\text{fotón incidente}}$$

Por tanto, la antena **no provoca efecto fotoeléctrico** en el metal. No se arrancan electrones aunque se aumente la potencia.

5. Evalúa el resultado.

El efecto cualitativo de una radiación electromagnética depende de la energía de sus fotones. Su potencia solo influye en el número de fotones y, por tanto, en el aspecto cuantitativo del efecto.

Estudiar efectos cuánticos y relativistas

- 10 Estudiamos una partícula α y un protón moviéndose a velocidades relativistas y vemos que tienen la misma longitud de onda asociada de De Broglie.
- Relaciona las velocidades de ambas partículas.
 - Relaciona la energía total de ambas partículas.

SOLUCIÓN

1. Comprende el enunciado.

Datos conocidos	Resultados a obtener
- Partícula α y protón. - Misma longitud de onda asociada. - Velocidad cercana a la de la luz.	- Relación entre las velocidades de las partículas. - Relación entre las energías totales de las partículas.

Apartado A

2. Utiliza la ecuación de De Broglie.

Una partícula α es un núcleo de He; su masa es aproximadamente cuatro veces la masa de un protón:

$$m_{\alpha} = 4 \cdot m_p$$

Relaciona la masa de las partículas con su longitud de onda:

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v_p} ; \lambda_{\alpha} = \frac{h}{m_{\alpha} \cdot v_{\alpha}}$$

$$\lambda_p = \lambda_{\alpha} \rightarrow m_p \cdot v_p = m_{\alpha} \cdot v_{\alpha} \rightarrow$$

$$\rightarrow m_p \cdot v_p = 4 \cdot m_p \cdot v_{\alpha} \rightarrow v_p = 4 \cdot v_{\alpha}$$

Apartado B

3. Aplica un estudio relativista.

La teoría de la relatividad determina la energía total de una partícula: $E = m \cdot c^2$. Calcula la masa relativista:

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Como $m_{\alpha} = 4 \cdot m_p$ y $v_p = 4 \cdot v_{\alpha}$:

$$m_p = \frac{m_{0p}}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} = \frac{m_{0p}}{\sqrt{1 - \frac{4^2 \cdot v_{\alpha}^2}{c^2}}} = \frac{m_{0p}}{\sqrt{\frac{c^2 - 4^2 \cdot v_{\alpha}^2}{c^2}}}$$

$$m_{\alpha} = \frac{m_{0\alpha}}{\sqrt{1 - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2}}} = \frac{4 \cdot m_{0p}}{\sqrt{1 - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2}}} = \frac{4 \cdot m_{0p}}{\sqrt{\frac{c^2 - v_{\alpha}^2}{c^2}}}$$

Relaciona la energía relativista de ambas partículas:

$$\frac{E_p}{E_{\alpha}} = \frac{m_p \cdot c^2}{m_{\alpha} \cdot c^2} = \frac{m_{0p} \cdot \sqrt{c^2 - v_{\alpha}^2}}{4 \cdot m_{0p} \cdot \sqrt{c^2 - 4^2 \cdot v_{\alpha}^2}} = \frac{\sqrt{c^2 - v_{\alpha}^2}}{4 \cdot \sqrt{c^2 - 4^2 \cdot v_{\alpha}^2}}$$

4. Evalúa el resultado.

Cuando las partículas cuyo tamaño es de orden cuántico se mueven a velocidades próximas a la de la luz, hay que tener en cuenta los efectos relativistas.

Aplicar el efecto fotoeléctrico y la dualidad onda-corpúsculo

11 Una lámina elaborada con un metal cuyo trabajo de extracción es de 2,70 eV se ilumina con luz monocromática. Se comprueba que la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $2,0 \cdot 10^6$ m/s.

- Calcula la frecuencia de los fotones incidentes y la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal.
- Determina la longitud de onda de los fotones con los que debemos iluminar la lámina para conseguir que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea de 1,9 eV.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

SOLUCIÓN

1. Comprende el enunciado.

Datos conocidos	Resultados a obtener
- Trabajo de extracción de un material. - Velocidad máxima de los electrones.	- Frecuencia de la luz incidente. - Longitud de onda asociada a los electrones emitidos. - Longitud de la luz incidente para otra energía cinética.

Apartado A

2. Utiliza la ecuación de Einstein para hacer el balance energético del efecto fotoeléctrico.

La energía debe conservarse en este proceso. Por tanto, puedes escribir la igualdad siguiente:

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

3. Expresa las cantidades en unidades del SI.

Sabes cuál es la relación eV-J:

$$W_{\text{extracción del electrón}} = 2,7 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía cinética se calcula con la expresión no relativista, puesto que la velocidad indicada es mucho menor que la velocidad de la luz.

$$\begin{aligned} E_{\text{C electrón arrancado}} &= \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2 \cdot 10^6 \text{ m/s})^2 = \\ &= 1,82 \cdot 10^{-18} \text{ J} \end{aligned}$$

4. Calcula la energía del fotón.

Sustituye los valores en la expresión inicial.

$$\begin{aligned} E_{\text{fotón}} &= W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}} = \\ &= 4,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 1,82 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 2,25 \cdot 10^{-18} \text{ J} \end{aligned}$$

5. Calcula la frecuencia pedida.

A partir de la expresión de Planck:

$$\begin{aligned} E_{\text{fotón incidente}} &= h \cdot f \rightarrow \\ \rightarrow f &= \frac{E_{\text{fotón incidente}}}{h} = \frac{2,25 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 3,39 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

6. Utiliza la relación de De Broglie.

A partir de la relación de De Broglie se calcula la longitud de onda asociada al electrón:

$$\begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = \\ &= 3,64 \cdot 10^{-10} \text{ m} \end{aligned}$$

Apartado B

7. Utiliza la ecuación de Einstein para hacer el balance energético del efecto fotoeléctrico en la segunda situación.

Como la energía se conserva, la energía del fotón se invierte en arrancar el electrón y en acelerarlo:

$$\begin{aligned} E_{\text{fotón incidente}} &= W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}} \\ E_{\text{C electrón}} &= 1,9 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 3,04 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

8. Calcula la energía del fotón.

El trabajo de extracción es una característica del material que forma el cátodo. Por tanto, es el mismo de la situación anterior: $4,32 \cdot 10^{-19}$ J. Y entonces:

$$E_{\text{fotón incidente}} = 4,32 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 3,04 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 7,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

9. Relaciona la energía del fotón con su longitud de onda.

A partir de la energía del fotón puedes conocer su longitud de onda:

$$\begin{aligned} E_{\text{fotón incidente}} &= h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{E_{\text{fotón incidente}}} \\ \lambda &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \\ &= 2,71 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 271 \text{ nm} \end{aligned}$$

10. Evalúa el resultado.

Cuando la energía del fotón que ilumina el cátodo es mayor que el trabajo de extracción, la energía cinética máxima de los electrones arrancados es proporcional a la energía del fotón. Cuanto menor es la longitud de onda del fotón, mayor es su energía y mayor es la energía cinética de los electrones emitidos.

ACTIVIDADES FINALES

Ley de Planck. Efecto fotoeléctrico. Espectros

21. Cita dos experimentos que cuestionaron la validez de la física clásica y señala cómo lo soluciona la física cuántica.

22. ¿Qué hipótesis propuso Planck para explicar la radiación de cuerpo negro? Escribe su expresión matemática y di qué significa cada término.

23. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de un fotón cuya energía es 8,4 eV.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

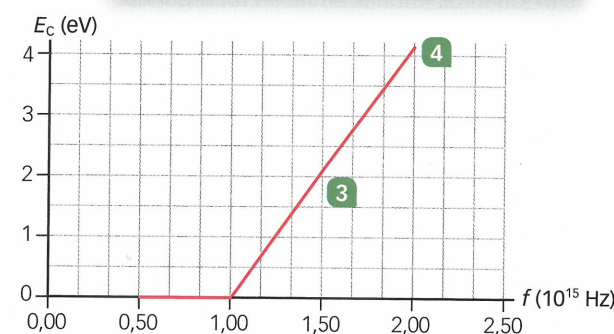
Solución: 2,03 · 10¹⁵ Hz; 148 nm

24. Contesta: ¿en qué consiste la teoría del efecto fotoeléctrico de Einstein? ¿Qué es un fotón? ¿Qué es el trabajo de extracción? ¿Y el potencial de frenado?

EJEMPLO RESUELTO

12 Se mide en un laboratorio la energía cinética máxima (E_c) de los electrones emitidos por una lámina metálica al iluminarla con radiaciones de diferente frecuencia. Observa la tabla y la gráfica.

E_c (eV)	0	0	2,11	4,16
f (PHz)	0,50	1,00	1,50	2,00



a) Calcula el valor de la constante de Planck.

b) Indica cuál es la energía mínima necesaria para extraer electrones del metal.

Datos: 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J; 1 PHz = 10^{15} Hz.

a) Balance energético del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{fotón}} = W_{\text{ext.}} + E_{\text{C electrón}} \rightarrow h \cdot f = W_{\text{ext.}} + E_{\text{C electrón}}$$

h es la pendiente de la recta. De la tabla:

$$\begin{aligned} h &= \frac{E_{c4} - E_{c3}}{f_4 - f_3} = \frac{(4,16 - 2,11) \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{(2,00 - 1,50) \cdot 10^{15} \text{ Hz}} = \\ &= 6,56 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

b) La energía mínima coincide con la energía del fotón cuando solo consigue arrancar los electrones, es decir, cuando su $E_c = 0$. De la gráfica se deduce:

$$\begin{aligned} W_{\text{extracción}} &= h \cdot f_0 = 6,56 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1,00 \cdot 10^{15} \text{ Hz} = \\ &= 6,56 \cdot 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

25. Imagina que tenemos luz azul con una intensidad reducida y luz roja muy intensa. Ambas logran extraer electrones de cierto metal, pero ¿cuál producirá electrones con mayor energía? ¿En qué caso habrá más electrones emitidos? Razona tus respuestas.

26. Una célula fotoeléctrica se ilumina con radiación cuya longitud de onda es $\lambda_1 = 0,41 \mu\text{m}$. Entonces se observa que los electrones emitidos tienen el doble de velocidad máxima que si la placa se ilumina con radiación cuya longitud de onda es $\lambda_2 = 0,50 \mu\text{m}$.

a) ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal?

a) ¿Cuál es el potencial de frenado necesario para anular la corriente en cada caso?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución: a) $3,69 \cdot 10^{-19}$ J; b) $V_1 = 0,725$ V; $V_2 = 0,182$ V

27. Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV cuando incide sobre ellos una radiación con $\lambda = 350$ nm.

a) ¿Cuál es el trabajo de extracción del metal?

b) Determina el potencial de frenado necesario para frenar los electrones emitidos.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución: a) 1,05 eV; b) 2,5 V

28. Se iluminan con luz de longitud de onda $\lambda = 300$ nm láminas de litio ($W_{\text{ext.}} = 2,3$ eV), berilio ($W_{\text{ext.}} = 3,9$ eV) y mercurio ($W_{\text{ext.}} = 4,5$ eV).

a) ¿Se producirá efecto fotoeléctrico en todas las sustancias?

b) ¿Cuál será la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos en cada metal?

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución: b) $E_{\text{C Li}} = 1,84$ eV; $E_{\text{C Be}} = 0,24$ eV

29. La energía de un fotón coincide con la energía de un electrón en reposo. ¿Cuál es su longitud de onda? ¿Y su frecuencia? Observa la tabla y di a qué tipo de radiación pertenece el fotón.

Ultravioleta	$7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 3 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$
Rayos X	$3 \cdot 10^{17} \text{ Hz} - 3 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$
Rayos gamma	$> 3 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$

Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solución: $2,43 \cdot 10^{-12}$ m; $1,24 \cdot 10^{20}$ Hz

Modelo atómico de Bohr

30. Explica qué es el espectro atómico de un elemento químico. ¿Por qué los espectros de los gases están formados por líneas discretas?

31. Se observa el espectro del átomo de hidrógeno y se determina la longitud de onda de una de las rayas de la serie de Lyman: 94,97 nm. Indica cuáles son los niveles energéticos involucrados en el correspondiente tránsito electrónico.

Datos: $E_0(\text{H}) = 13,6 \text{ eV}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m/s}$.

Solución: $5 \rightarrow 1$

La mecánica cuántica

32. Explica la hipótesis de De Broglie acerca del comportamiento de la materia. Indica qué longitud de onda es mayor, la asociada a protones o a electrones, si ambos tienen la misma energía cinética.

33. Los electrones de un microscopio electrónico son acelerados mediante una diferencia de potencial de 25 kV. ¿Cuál es su longitud de onda asociada?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;
 $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Solución: $7,77 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

34. Imagina una pelota de tenis y un electrón moviéndose con igual velocidad. ¿Cuál de los dos tiene mayor longitud de onda? Supón ahora que la energía cinética del electrón es igual a la de la pelota. ¿Se modifica tu respuesta anterior?

35. Un láser emite luz monocromática con $\lambda = 632 \text{ nm}$ y 4 mW/cm^2 sobre una superficie de potasio, cuyo trabajo de extracción vale 2,22 eV. ¿Emitirá electrones la superficie de potasio? ¿Y si la intensidad del láser aumenta y llega a 8 mW/cm^2 ? Justifica tus respuestas.

- a) Se cambia el láser por otro con $\lambda = 500 \text{ nm}$. ¿Se emiten electrones? ¿Cuál es su energía cinética máxima?
- b) Para el caso en que $\lambda = 500 \text{ nm}$, determina la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones extraídos del potasio.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
 $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $1 \text{ J} = 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV}$.

Solución: a) $4,32 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; b) 237 nm

36. Al incidir luz monocromática de $1,1 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ sobre un material se observan electrones emitidos con una velocidad máxima de $1,05 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

- a) Calcula el trabajo de extracción del material.
- b) Determina cuál es la longitud de onda de la luz incidente.
- c) Determina longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima velocidad.
- d) Si incide radiación con $\lambda = 240 \text{ nm}$, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones?

Datos: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: a) $1,43 \text{ eV}$; b) 273 nm ; c) $6,94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$;
 d) $1,15 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

37. Enuncia el principio de indeterminación de Heisenberg.

- a) ¿Cuál es su expresión matemática?
- b) ¿Qué significan las magnitudes que aparecen?

38. ¿Cuál será la indeterminación en la velocidad de una pelota de masa 50 g si su posición se determina con una exactitud de 1 nm?

Dato: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

Solución: $1,06 \cdot 10^{-24} \text{ m/s}$

Aplicaciones de la física cuántica

39. Un láser de helio-neón emite luz monocromática cuya longitud de onda es $\lambda = 632 \text{ nm}$. Calcula la frecuencia de cada fotón emitido. ¿Qué energía lleva cada fotón?

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
 $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

Solución: $4,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$; $3,15 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

EJEMPLO RESUELTO

13. Un láser de 5 mW de potencia emite un 15 % de su potencia en forma de luz roja con una longitud de onda de $6,50 \cdot 10^{-7} \text{ m}$. Calcula:

- a) La energía de cada fotón.
- b) Cuántos fotones emite en un segundo.

Datos: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
 $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

- a) De acuerdo con la ley de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{650 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,06 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- b) Calcula el número de fotones emitidos en un segundo. La potencia real emitida por el láser es:

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \frac{15}{100} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

Teniendo en cuenta la definición de vatio, el láser emite $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ cada segundo. Es la energía correspondiente a todos los fotones emitidos.

$$E_{\text{total}} = n \cdot E_{\text{fotón}} \rightarrow n = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{fotón}}} = \frac{7,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}}{3,06 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,45 \cdot 10^{15} \text{ fotones}$$

40. Se cree que los brotes de rayos γ de muy alta energía se generan cuando se forma un agujero negro durante el colapso gravitatorio de una estrella de gran masa. En uno de estos brotes se han detectado fotones con $\lambda = 2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. Calcula su energía. Compárala con la energía de un láser de luz visible de $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

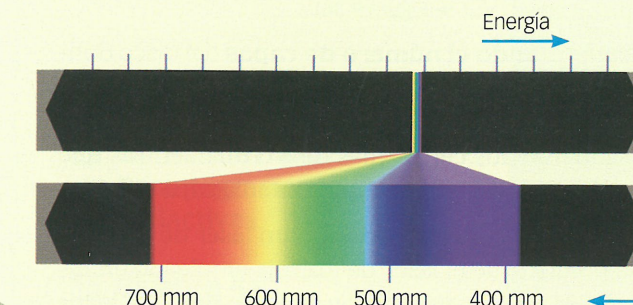
Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Solución: $E_{\text{rayos } \gamma} = 9,94 \cdot 10^{-14} \text{ J}$; $E_{\text{láser visible}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

El espectro electromagnético

En el vacío, todas las ondas electromagnéticas se propagan a la misma velocidad, c . Su valor permite relacionar la longitud de onda y la frecuencia de la radiación:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$



Espectro electromagnético.

1 LOS HECHOS QUE NO EXPLICA LA FÍSICA CLÁSICA

La ley de Stefan-Boltzmann

$$\frac{dE}{dt} = P = \sigma \cdot S \cdot T^4$$

Ley de desplazamiento de Wien

$$\lambda_{\text{máx.}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

La interpretación de Planck

Según la teoría de Planck, la energía que puede absorber o emitir un oscilador es:

$$E = n \cdot h \cdot f$$

- n es un número cuyo valor puede ser 1, 2, 3, etc.
- h es la constante de Planck; una constante universal. Su valor en unidades del SI es:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

- f es la frecuencia natural del oscilador.

El efecto fotoeléctrico

Se llama efecto fotoeléctrico al fenómeno mediante el cual la luz, al incidir sobre un metal, le arranca electrones.

Se llama trabajo de extracción (o función de trabajo), $W_{\text{extracción}}$, a la energía mínima que deben tener los fotones de la radiación para provocar efecto fotoeléctrico.

$$E_{\text{fotón incidente}} = W_{\text{extracción del electrón}} + E_{\text{C electrón arrancado}}$$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2$$

Expresado en función del potencial de frenado:

$$\boxed{h \cdot f} = \boxed{h \cdot f_0} = \boxed{|q_e| \cdot V_{\text{frenado}}}$$

Energía del fotón incidente Energía umbral Energía cinética del electrón arrancado

Los espectros atómicos

El análisis de las radiaciones emitidas por los átomos de un elemento constituye el espectro de emisión. Para un mismo elemento químico, el espectro de absorción es complementario del espectro de emisión.

Series espectrales

Se puede obtener una expresión general que permita determinar las longitudes de onda de todas las radiaciones que forman el espectro de emisión del átomo de hidrógeno:

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

2 EL MODELO ATÓMICO DE BOHR

El modelo atómico establecido por Bohr para explicar los espectros de emisión se basa en tres postulados:

- Los átomos son estructuras formadas por un pequeño núcleo, donde se encuentran las partículas positivas (protones) y la mayor parte de la masa del átomo, y una corteza en la que se hallan los electrones.
- Para un electrón solo están permitidas las órbitas que cumplen la condición de que su momento angular:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = m \cdot v \cdot r$$

es un número entero de veces la cantidad $h/2\pi$.

- Los electrones pueden absorber o emitir energía en forma de radiación electromagnética –fotones– que les lleve de una órbita permitida a otra órbita permitida. La energía de los fotones absorbidos es igual a la diferencia de energía entre dichas órbitas:

$$\text{Diferencia de energía entre las órbitas} = \Delta E = h \cdot f = \text{Energía del fotón absorbido o emitido}$$

3 LA MECÁNICA CUÁNTICA

La dualidad onda-córpúsculo

El principio de De Broglie generaliza el resultado para cualquier partícula: toda partícula material que se mueva lleva asociada una onda cuya longitud de onda viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

El principio de indeterminación de Heisenberg

Principio de indeterminación para la posición y el momento:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Principio de indeterminación para la energía y el tiempo:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

4 APLICACIONES DE LA FÍSICA CUÁNTICA

Las **células fotoeléctricas** más simples son dispositivos que aprovechan el efecto fotoeléctrico que estudió Einstein. Cuando una radiación de determinada energía alcanza el cátodo de una célula fotoeléctrica, le arranca electrones dando lugar a una corriente eléctrica.

El **láser** es un dispositivo que proporciona luz monocromática coherente. Esto permite aplicar una gran densidad de energía a una superficie muy pequeña.

El **microscopio electrónico** utiliza un haz de electrones, en lugar de un haz de luz, para ver los objetos aumentados.

CD, DVD y Blu-ray

La llegada del **láser** ha modificado muchos aspectos de nuestra vida.

Se ha convertido en una herramienta esencial en el ocio familiar gracias al uso de discos ópticos compactos como almacenes de la información. Estamos hablando de los **CD-ROM**, **CD-Audio**, **DVD** y **Blu-ray**.

En estos soportes la información se almacena mediante pequeñas marcas o pits sobre una capa del disco. Luego un haz de luz láser barre el disco, de manera que la luz se refleja de distinto modo en las zonas donde hay marcas y en zonas sin ellas. Y un lector interpreta esta información recibida y decodifica la información.

Un disco Blu-ray tiene el mismo tamaño que un disco DVD, pero permite almacenar una película con más definición que los discos DVD.

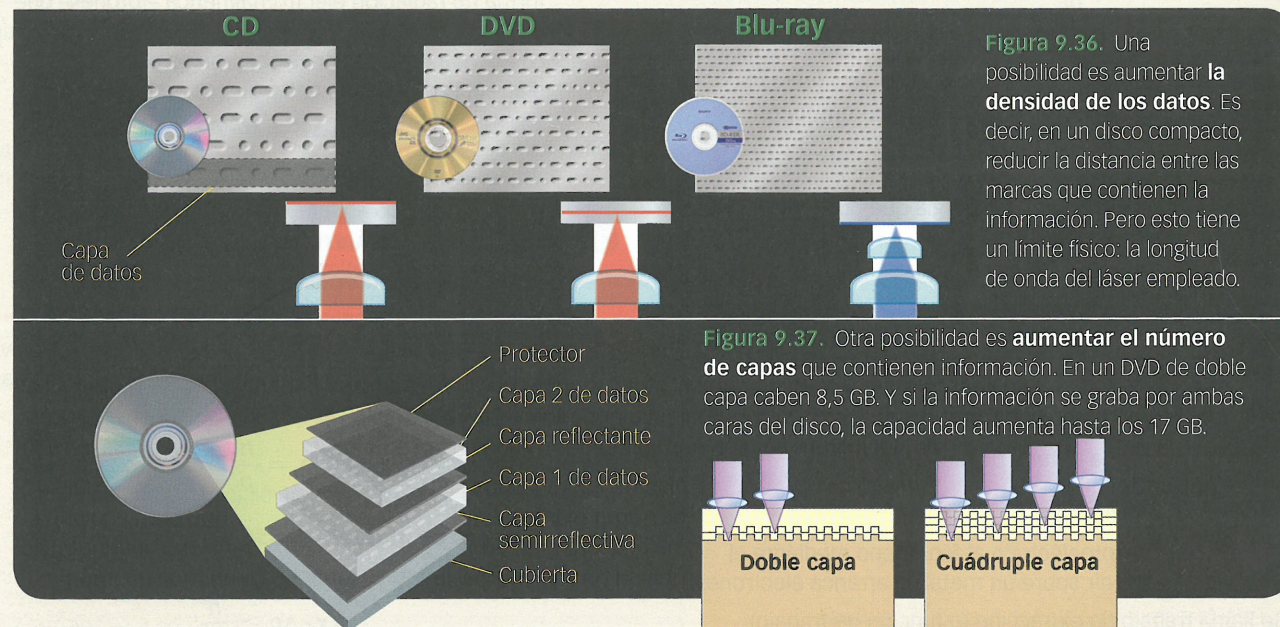


Figura 9.36. Una posibilidad es aumentar la **densidad de los datos**. Es decir, en un disco compacto, reducir la distancia entre las marcas que contienen la información. Pero esto tiene un límite físico: la longitud de onda del láser empleado.

Figura 9.37. Otra posibilidad es **aumentar el número de capas** que contienen información. En un DVD de doble capa caben 8,5 GB. Y si la información se graba por ambas caras del disco, la capacidad aumenta hasta los 17 GB.

i INTERPRETA

1. Explica a partir de los dibujos por qué es posible almacenar mucha más información en un disco Blu-ray que en un disco CD-ROM o CD-Audio, incluso aunque en ambos el tamaño y el número de capas sea el mismo.

REFLEXIONA

2. ¿Qué ventajas aporta el hecho de que los discos Blu-ray y DVD tengan el mismo tamaño?
3. ¿Qué propiedad de la luz hace que el láser azul sea más preciso que el láser rojo?

Perfil del radiofísico hospitalario

¿Qué hace?

- Tiene a su cargo la dosimetría de pacientes de radioterapia.
- Ejerce el control de calidad en diagnóstico por imagen (radiodiagnóstico y medicina nuclear).
- Es el responsable de las medidas de protección radiológica dentro del ámbito hospitalario.

¿Cómo lo hace?

- Calcula los tiempos de tratamiento y determina las dosis de pacientes sometidos a pruebas diagnósticas con radiaciones ionizantes.

10 Física nuclear

CONTENIDOS

- 1 El núcleo atómico.
- 2 La radiactividad. Desintegraciones radiactivas.
- 3 Cinética de la desintegración radiactiva.
- 4 La radiactividad artificial.
- 5 Reacciones nucleares de fisión y fusión.
- 6 Radiaciones ionizantes.
- 7 Aplicaciones de los procesos nucleares.

SABER HACER.

- Identificar el tipo de partículas producidas en una desintegración radiactiva.
- Analizar desintegraciones radiactivas.

FÍSICA EN TU VIDA.

Gammagrafías.

En un **reactor nuclear** se producen reacciones en las que intervienen núcleos de **uranio** y de **plutonio**. A partir del combustible nuclear se producen otros núcleos más ligeros, y en el proceso se libera una gran cantidad de energía que puede emplearse para calentar agua. El vapor de agua generado se utiliza luego para mover una turbina acoplada a un generador eléctrico y producir de esta manera energía eléctrica.

Pero además se generan también núcleos radiactivos que siguen emitiendo radiación durante muchos años, por lo que los residuos generados en las centrales nucleares o en hospitales deben aislarse con mucha precaución.

PARA COMENZAR

- ¿En qué se diferencian las reacciones nucleares de las reacciones químicas que has estudiado en cursos anteriores?
- ¿Qué medidas de seguridad se toman para evitar daños en la salud a la hora de manipular materiales radiactivos?