

Mecánica

ramas más importantes (y más e la física es el estudio del movi- os cuerpos, así como sus causas. sión de las leyes de la cinemáti- inámica es esencial para estable- enos fundamentos en física. Fun- ue nos acompañaran a lo largo de o y serán esenciales para enten- s cruciales de otras ramas de la

dad vamos a consolidar algunos eptos ya aprendidos en años an- re cinemática, dinámica y mecá- iparemos algunas de sus aplica-



OS CLAVE

- ática de una partícula
- imiento rectilíneo
- imiento armónico simple
- imiento circular
- imiento parabólico
- erzas
- de la dinámica
- o y energía
- as en el movimiento armónico simple

PANORÁMICA

- CINEMÁTICA**
- Los movimientos rectilíneos más elementales son el movimiento rectilíneo uniforme, MRU, con velocidad constante, y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, MRUA, con aceleración constante.
 - El movimiento rectilíneo vertical es un caso particular del MRUA cuya trayectoria es vertical, y cuya aceleración constante es la de la gravedad.
 - Los movimientos circulares más elementales son el circular uniforme, MCU, que se caracteriza por tener una velocidad angular constante, y el MCUA, con una aceleración angular constante.



La saltadora cae y entra verticalmente en el agua con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

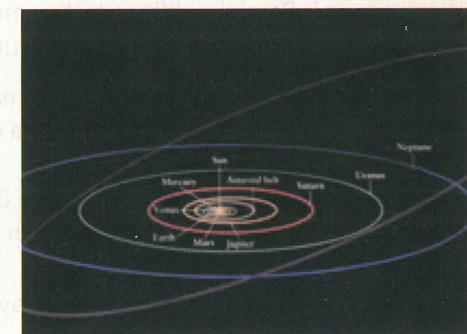


La Luna gira alrededor de la Tierra con un movimiento circular uniforme.

- DINÁMICA**
- Las tres leyes de Newton se refieren a las fuerzas que, aplicadas sobre los objetos, afectan a su estado de reposo o de movimiento. Las dos primeras se resumen en la ecuación fundamental de la dinámica.
 - La cantidad de movimiento es una magnitud cuya mayor utilidad la encontramos en los casos en que se conserva: choques y explosiones.
 - El momento angular se conserva en los movimientos planetarios.



Los cohetes que llevan satélites al espacio aprovechan la tercera ley de Newton para impulsarse.



Las órbitas de los planetas son planas: en sus movimientos se conserva el momento angular.

- TRABAJO Y ENERGÍA**
- Trabajo y energía son dos magnitudes interrelacionadas, ya que se transforman entre sí. Tienen las mismas unidades y dimensiones.
 - Dentro de la energía, encontraremos distintos tipos como son: la cinética, las potenciales gravitatoria, elástica y electrostática, la química y la nuclear.
 - Las fuerzas conservativas transforman el trabajo en energía potencial, y viceversa.
 - Las fuerzas no conservativas disipan el trabajo en forma de calor, de forma que desde un punto de vista mecánico se considera energía perdida.



En las montañas rusas se produce una continua transformación de energía cinética en potencial y viceversa. La energía mecánica se conserva.



Es necesario empujar el columpio porque el rozamiento le hace perder energía. La energía mecánica no se conserva.

1. CINEMÁTICA DE UNA PARTÍCULA

La **cinemática** es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo producen.

Para simplificar este estudio, supondremos que los objetos tienen el tamaño de un punto y les llamaremos **móviles puntuales**.

1.1 Movimiento de partículas

Un objeto, o el punto que lo representa, está en movimiento cuando su posición varía con el tiempo. El estado opuesto al movimiento es el reposo.

Sistema de referencia

Para estudiar el movimiento de un cuerpo debemos conocer sus posiciones a lo largo del tiempo y, como primera medida, establecemos un sistema de referencia. Por ejemplo, para describir el estado de reposo o de movimiento de una pasajera de un tren, debemos indicar si lo hacemos con referencia al interior del tren o a un punto exterior.

Asociamos a cada sistema de referencia un conjunto de ejes respecto a los cuales medimos las posiciones del móvil. En casi todos los casos elegimos el conjunto de ejes coordenados OX, OY y OZ, perpendiculares entre sí **fig. 1.1**. Para simplificar, trataremos gráficamente con casos de movimientos en dos dimensiones, por lo que utilizaremos los ejes OX y OY.

Una vez establecido el sistema de referencia, podemos indicar la trayectoria que, respecto a él, describe el móvil **fig. 1.2**.

La **trayectoria** es el conjunto de puntos que va ocupando el móvil a lo largo del tiempo respecto a un sistema de referencia determinado.

Existen diferentes tipos de trayectorias: rectilíneas, circulares, parabólicas, elípticas, helicoidales, etc.

Vector de posición y vector desplazamiento

La posición de un móvil puntual la especificamos mediante el llamado **vector de posición**, $\vec{r}$, como se ve en la **fig. 1.3**:

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j}$$

El vector desplazamiento $\Delta\vec{r}$ entre dos instantes t_1 y t_2 es:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Velocidad

La **velocidad** mide la variación de la posición de una partícula a lo largo del tiempo. Distinguimos dos tipos de velocidad: la **velocidad media** y la **velocidad instantánea**.

El **vector velocidad media** de un móvil, $\vec{v}_m$, entre dos instantes t_1 y t_2 tiene la siguiente expresión:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

El vector velocidad media es paralelo al vector desplazamiento.



Fig. 1.1 Ejes coordenados en sistemas de referencia en reposo y en movimiento.

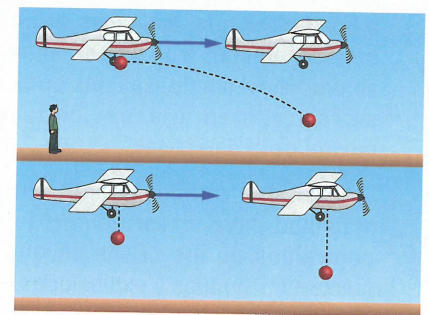


Fig. 1.2 Desde el sistema de referencia en reposo la trayectoria de la pelota es parabólica. Desde el de la avioneta se ve rectilínea.

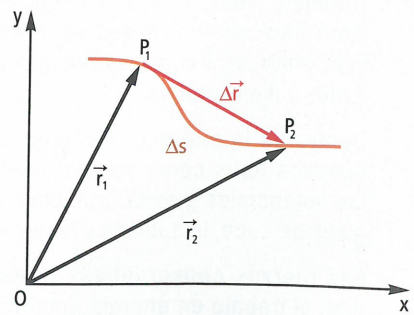


Fig. 1.3 Vectores posición en dos instantes, $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$, vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, y desplazamiento real, Δs , entre dos instantes. En general el módulo Δr no coincide con Δs .

El **vector velocidad instantánea** de un móvil, $\vec{v}(t)$, es la velocidad que tiene en un instante. A partir del concepto de derivada:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \Rightarrow \vec{v}(t) = v_x(t) \vec{i} + v_y(t) \vec{j} = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j}$$

El vector velocidad instantánea, llamado simplemente **vector velocidad**, es tangente a la trayectoria en cada punto **fig. 1.4**.

En el SI, la velocidad se mide en **metros por segundo**, m/s. Sus dimensiones son $[v] = L \cdot T^{-1}$.

Aceleración

La **aceleración** mide la variación de la velocidad de una partícula a lo largo del tiempo. Distinguimos dos tipos de aceleración: la **aceleración media** y la **aceleración instantánea**.

El **vector aceleración media**, $\vec{a}_m$, de un móvil entre dos instantes t_1 y t_2 tiene la siguiente expresión:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

El **vector aceleración instantánea** de un móvil, $\vec{a}(t)$, es la aceleración que tiene en un instante. Para hallarlo derivamos el vector velocidad respecto del tiempo:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \frac{dv_x(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y(t)}{dt} \vec{j}$$

En el SI, la aceleración se mide en **metros por segundo cuadrado**, m/s². Sus dimensiones son: $[a] = L \cdot T^{-2}$.

Componentes intrínsecas de la aceleración

En los movimientos en más de una dimensión puede ser útil descomponer la aceleración según dos ejes: un eje tangencial, o paralelo a la trayectoria; y un eje normal, o perpendicular a la trayectoria. Así, tenemos dos componentes de la aceleración:

a) **Aceleración tangencial**. Mide la variación con el tiempo del módulo del vector velocidad:

$$a_t(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

b) **Aceleración normal**. Mide la variación con el tiempo de la dirección del vector velocidad:

$$a_n(t) = \frac{v^2(t)}{\rho}$$

donde ρ es el radio de curvatura de la trayectoria en cada punto en que esté el móvil.

En ambas expresiones $v(t)$ es el módulo del vector velocidad:

$$v(t) = |\vec{v}(t)|$$

En base a estas componentes, el vector aceleración se puede expresar:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2(t)}{\rho} \vec{n}$$

donde $\vec{t}$ y $\vec{n}$ son los vectores unitarios sobre los ejes tangencial y normal, respectivamente **fig. 1.5**.

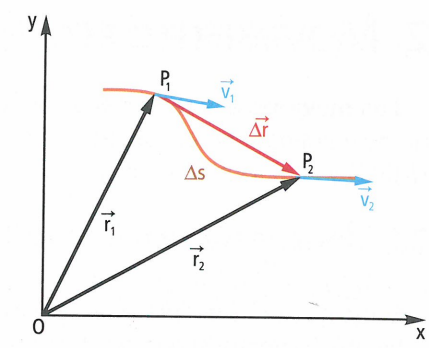


Fig. 1.4 El vector velocidad instantánea siempre es tangente a la trayectoria.

@ Para ampliar en la Red...
Practica con una simulación de la aceleración normal en:
www.tiching.com/745990

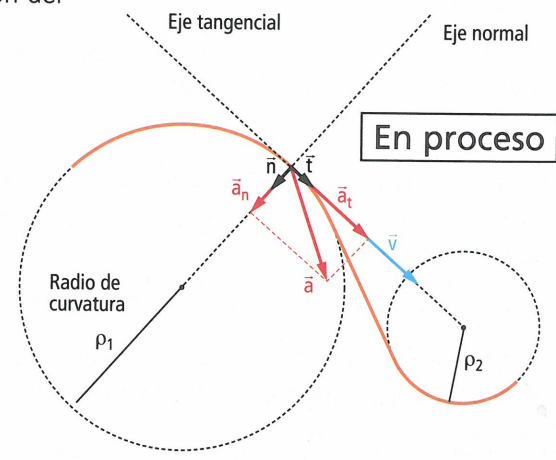


Fig. 1.5 Representación gráfica de las componentes intrínsecas de la aceleración sobre los ejes normal y tangente a la trayectoria.

2. MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Los movimientos rectilíneos son los que llevan los móviles cuya trayectoria es una línea recta. Los más sencillos son el movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

2.1 Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

El móvil que se desplaza con un movimiento rectilíneo uniforme describe una trayectoria rectilínea con velocidad constante: $v = \text{cte}$.

Como la trayectoria es unidimensional, la podemos situar sobre el eje OX, por lo que trabajaremos únicamente con la componente x en vez de las expresiones vectoriales. Es decir, para la posición y la velocidad solo utilizaremos su expresión algebraica.

La relación que nos da la posición del móvil en cada instante es:

$$x = x_0 + v \cdot (t - t_0)$$

En esta relación x_0 representa la posición inicial del móvil en el instante inicial t_0 , x representa su posición en el instante t y v es la velocidad del móvil.

La gráfica x-t es una recta inclinada que comienza en el punto (t_0, x_0) y cuya pendiente es la velocidad. Dicha pendiente será positiva o negativa según lo sea el signo de la velocidad fig. 1.5.

2.2 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

El móvil que se desplaza con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado describe una trayectoria rectilínea con aceleración constante: $a = \text{cte}$.

Como la trayectoria se encuentra sobre el eje OX, no son necesarias las expresiones vectoriales, y la relación que nos da la posición del móvil en cada instante es:

$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2$$

En esta relación v_0 representa el valor de la velocidad inicial del móvil y a es el valor de su aceleración.

En este tipo de movimientos, la relación que nos permite conocer la velocidad del móvil en cada instante es:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

Si despejamos $(t - t_0)$ de la expresión de la velocidad y lo sustituimos en la de la posición, resulta una nueva relación entre la posición, la velocidad y la aceleración:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$$

Esta tercera relación propia del MRUA nos permite analizar casos en que desconocemos el tiempo invertido en el movimiento.

La gráfica x-t es una sección de parábola cuya concavidad o convexidad depende del signo de la velocidad. La gráfica v-t es una línea recta inclinada cuya pendiente es la aceleración. Dicha pendiente será positiva o negativa dependiendo del signo de la aceleración fig. 1.6.

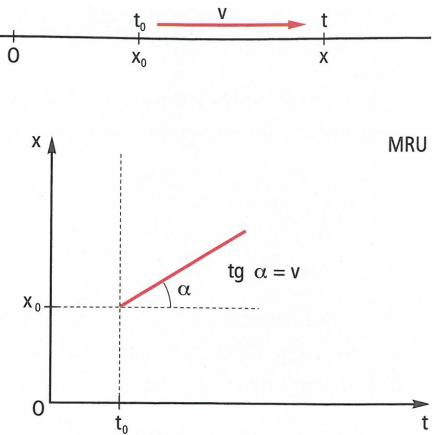


Fig. 1.5 Representación gráfica de la posición en función del tiempo para el caso de velocidad positiva en un MRU.

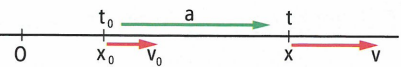


Fig. 1.6 Representaciones gráficas de la posición y la velocidad en función del tiempo para el caso de aceleración positiva y desplazamiento en el sentido positivo del eje OX en un MRUA.

Competencia Clave Física

2.3 Cómo analizamos el MRUA de los movimientos de cargas y masas

I. Un electrón sale de la placa negativa del tubo de rayos catódicos de la figura fig. 1.6 con una velocidad de 10 m/s. En el interior del tubo existe un campo eléctrico muy elevado que le comunica una aceleración de 1000 m/s². Determina:

a) La velocidad con que llega a la placa positiva, a 25 cm de la negativa.

Aplicamos la relación entre velocidades, aceleración y posición:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot (x - x_0)$$
$$v^2 = (10 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 1000 \text{ m/s}^2 \cdot 0,25 \text{ m} = 600 \text{ m}^2/\text{s}^2$$
$$v = 24,5 \text{ m/s}$$

b) El tiempo que tarda el electrón en ir de una placa a la otra.

Aplicamos ahora la relación entre la velocidad, la aceleración y el tiempo:

$$v - v_0 = a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{24,5 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{1000 \text{ m/s}^2} = 1,45 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

II. Desde una altura de 10 m se lanza verticalmente hacia abajo una pelota con una velocidad de 2 m/s. Determina:

a) Su velocidad justo antes de chocar con el suelo.

Las ecuaciones del MRUA en vertical son fig. 1.7:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot (y - y_0) = -2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (y - y_0)$$
$$v^2 - (-2 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0 - 10 \text{ m})$$
$$v = \sqrt{4 + 196} = \pm 14,1 \text{ m/s}, \text{ donde la solución adecuada es la negativa porque la pelota está bajando:}$$
$$v = -14,1 \text{ m/s}$$

b) El tiempo que está en el aire.

Aplicamos ahora la relación entre las velocidades, la aceleración y el tiempo:

$$v - v_0 = a \cdot t = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = \frac{-14,1 \text{ m/s} - (-10 \text{ m/s})}{-9,8 \text{ m/s}^2} = \frac{24,1}{9,8} = 2,5 \text{ s}$$

III. Se lanza verticalmente desde la superficie de la Tierra un pequeño cohete de fuegos artificiales con una velocidad de 20 m/s. Determina la altura hasta la que llega.

Aplicamos la relación entre las velocidades, la aceleración y la altura, teniendo en cuenta que la velocidad inicial es positiva, la velocidad final es cero y que sale del suelo, donde $y_0 = 0$:

$$v^2 - v_0^2 = -2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (y - y_0)$$
$$0 - (20 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (y - 0)$$
$$y = \frac{20 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 20,4 \text{ m}$$

En los tres ejemplos podemos apreciar la importancia de establecer un criterio de signos inicialmente y ceñirnos estrictamente a él durante toda la resolución del problema.

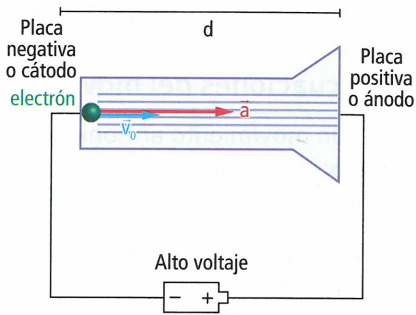


Fig. 1.6 Electrón acelerado en un tubo de rayos catódicos.

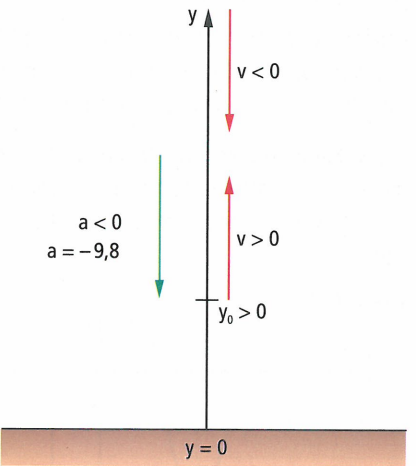


Fig. 1.7 Convenios de origen y signos en el movimiento vertical.

Actividades

1. Determina la aceleración que un electrón experimenta entre el cátodo y el ánodo de un tubo de rayos catódicos sabiendo si sale de la placa negativa con una velocidad de 100 m/s y llega a la positiva con una de 300 m/s. La separación entre ambas placas es de 40 cm.
2. Desde el tejado de un edificio que dista 20 m del suelo cae un balón. Determina la velocidad con que llega al suelo y el tiempo que tarda en caer si:
 - a) Se deja caer.
 - b) Se lanza verticalmente hacia arriba con una velocidad de 3 m/s.
 - c) Se lanza verticalmente hacia abajo con una velocidad de 2 m/s.

3. MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Disponemos de una masa unida al extremo libre del muelle de la [fig.1.8](#). Al estirar de la masa para alargar el muelle y luego dejarla libre, el sistema muelle-masa, sometido a fuerzas recuperadoras elásticas, realiza un movimiento oscilatorio que denominamos **movimiento armónico simple (MAS)**.

3.1 Ecuaciones del movimiento armónico simple

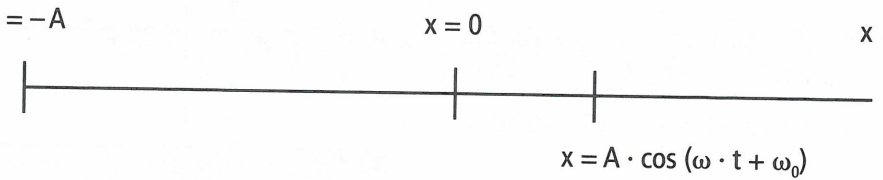
En un movimiento armónico simple hay tres magnitudes que varían con el tiempo: la posición x de la partícula que describe el movimiento, denominada **elongación**, la velocidad v y la aceleración a .

Las ecuaciones que describen este movimiento son:

$x(t) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$	$x(t) = A \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A \cdot \omega \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$	$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$	$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{cos}(\omega \cdot t + \varphi_0)$

en las que φ_0 representa un posible desfase inicial, que puede ser 0. Las ecuaciones de la izquierda y la derecha son equivalentes, y su elección depende de las condiciones iniciales de cada MAS.

A partir de la representación del recorrido que efectúa un punto que se mueve con un movimiento armónico simple entre las posiciones extremas A y $-A$ [fig.1.12](#), podemos describir cada una de las magnitudes que intervienen:



- a) **Amplitud, A.** Es el valor máximo de la elongación. La unidad con la que se miden la elongación y la amplitud en el SI es el metro, m.
- b) **Fase.** Corresponde al término $(\omega \cdot t + \varphi_0)$. La unidad con que se mide la fase en el SI es el radián, rad.
- c) **Período, T.** Es el tiempo que tarda el punto que se mueve en realizar una oscilación completa. El período se mide en el SI en segundos, s.
- d) **Pulsación o frecuencia angular, ω .** Es la velocidad a la que se modifica la fase. Tiene la relación siguiente con el período:

omega = 2 * pi / T

- En el SI la pulsación se mide en *radianes por segundo*, rad/s.
- e) **Frecuencia, f.** Es el número de oscilaciones que efectúa el punto por segundo. Su valor es inverso al del período:

f = 1 / T

y se relaciona con la frecuencia mediante la expresión:

omega = 2 * pi * f

En el SI la frecuencia se mide en s^{-1} o *hertzio* (Hz).

- f) **Desfase inicial, φ_0 .** Es el valor de la fase en el instante inicial, $t = 0$.

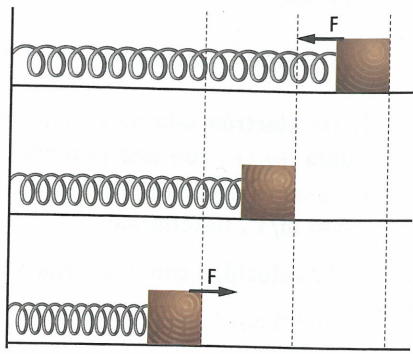


Fig. 1.8 Movimiento oscilatorio de una masa unida al extremo libre de un muelle deformado y dejado libre.

Fig. 1.12 Representación de las posiciones que alcanza un punto que describe un movimiento armónico simple entre las posiciones A y -A.

@ Para ampliar en la Red... Visualiza las magnitudes más relevantes de un MAS mediante una simulación en: www.tiching.com/745991

Derivadas sinusoidales	
y(x)	y'(x)
sen x	cos x
cos x	-sen x
sen (a · x)	a · cos (a · x)
cos (b · x)	-b · sen (b · x)

Competencia Clave Física

3.2 Cómo trabajar con las ecuaciones de un MAS

Según el tipo de movimiento oscilatorio que realiza un cuerpo, podemos expresar su posición con un seno [fig.1.9](#) o un coseno [fig.1.10](#). La elección de una u otra dependerá de la posición del móvil al iniciarse el movimiento.

I. La ecuación del MAS que describe un móvil puntual es:

x(t) = 0,5 · sen((pi/2) · t) (unidades SI)

a) Determina la amplitud, el período y la frecuencia.

A = 0,5 m = 50 cm
omega = (2 * pi) / T = pi/2 => T = (2 * pi) / (pi/2) = 4 s f = 1/T = 1/4 s^-1 = 0,25 Hz

b) Determina v(t) y a(t).

v(t) = dx(t)/dt = 0,5 · (pi/2) · cos((pi/2) · t) a(t) = dv(t)/dt = -0,5 · (pi/2)^2 · sen((pi/2) · t)

c) Calcula la posición, la velocidad y la aceleración en el instante t = 2 s.

x(1) = 0,5 · sen((pi/2) · 2) = 0, en este momento está en el origen [fig.1.13](#).
v(1) = 0,5 · pi · cos((pi/2) · 2) = -0,5 m/s, va hacia la izquierda
a(1) = -0,5 · pi^2 · sen((pi/2) · 2) = 0

II. Para un punto que efectúa un MAS de 10 cm de amplitud y 2 Hz de frecuencia que se encuentra en la posición x = 10 cm en t = 0, determina:

a) La ecuación de su movimiento.

Para t = 0 se encuentra en x(0) = 0,1 m = A, por lo que corresponde la ecuación coseno. Calculamos su frecuencia angular y sustituimos:
omega = 2 · pi · f = 2 · pi · 2 = 4 · pi rad/s

x(t) = A · cos(omega · t) = 0,1 · cos(4 · pi · t) m

b) Las ecuaciones de su velocidad y de su aceleración.

v(t) = dx(t)/dt = -0,1 · 4 · pi · sen(4 · pi · t) = -0,4 · pi · sen(4 · pi · t) m/s
a(t) = dv(t)/dt = -0,1 · (4 · pi)^2 · cos(4 · pi · t) = -16 · cos(4 · pi · t) m/s^2

c) Los valores de su posición, su velocidad y su aceleración en t = 0,5 s.

Sustituimos el valor de t en cada ecuación obtenida:
x(0,5) = 0,1 · cos(4 · pi · 0,5) m = 0,1 m = 10 cm
En ese instante el punto se encuentra en el extremo derecho del recorrido.
v(0,5) = -0,4 · pi · sen(4 · pi · 0,5) m/s = 0
a(t) = -16 · cos(4 · pi · 0,5) m/s^2 = -16 m/s^2
En este instante la aceleración es negativa para cambiar el sentido del movimiento, y máxima porque está en un extremo.

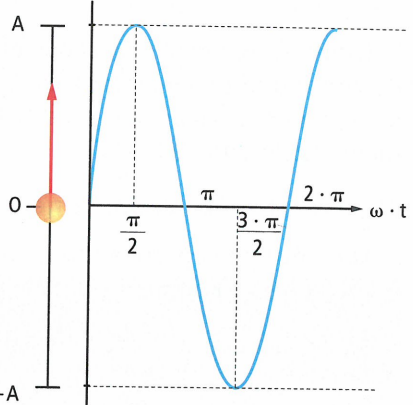


Fig. 1.13 La función A · sen(omega · t) corresponde al MAS de un punto en el que se empieza a contar el tiempo en el momento en que dicho punto está en el origen (posición de equilibrio) y se mueve hacia los valores positivos de x.

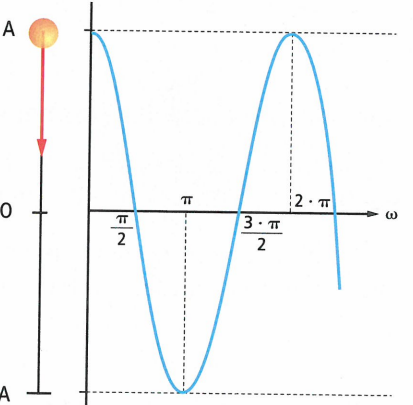


Fig. 1.13 La función A · cos(omega · t) corresponde al MAS de un punto en el que se empieza a contar el tiempo en el momento en que dicho punto está en la posición +A, moviéndose a continuación hacia el origen.

Actividades

3. La ecuación de un movimiento armónico simple es:

x(t) = 0,04 · cos((pi/4) · t)

- expresada en metros.
- Para este movimiento calcula:
- a) La amplitud, el período y la frecuencia.
 - b) La posición en el instante inicial.
 - c) Los valores máximos de la velocidad y de la aceleración.
 - d) La velocidad y la aceleración para t = 1 s.

4. MOVIMIENTO CIRCULAR

Movimiento circular es el que efectúa un móvil que describe una trayectoria con forma de circunferencia (fig. 1.8). Los dos tipos más sencillos son el movimiento circular uniforme (MCU) y el movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA).

Movimiento circular uniforme

Un móvil que describe una circunferencia con velocidad angular constante efectúa un movimiento circular uniforme.

El movimiento circular uniforme se caracteriza mediante las siguientes magnitudes y ecuaciones:

Posición angular $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0)$	Velocidad angular $\omega = \text{cte}$	Aceleración angular $\alpha = 0$	Período $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v}$	
Posición lineal $s = \varphi \cdot R$ $s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$	Velocidad lineal $v = \omega \cdot R = \text{cte}$	Aceleración tangencial $a_t = \alpha \cdot R = 0$ Aceleración normal $a_n = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$	Frecuencia $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot R}$	

Movimiento circular uniformemente acelerado

Un móvil que describe una circunferencia con aceleración angular constante, efectúa un movimiento circular uniformemente acelerado.

Caracterizamos el movimiento circular uniformemente acelerado con las siguientes magnitudes y ecuaciones:

Posición angular $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t - t_0)^2$	Velocidad angular $\omega = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$	Aceleración angular $\alpha = \text{cte} \neq 0$		
Posición lineal $s = s_0 + v \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot (t - t_0)^2$	Velocidad lineal $v = v_0 + a_t \cdot (t - t_0)$	Aceleración tangencial $a_t = \alpha \cdot R = \text{cte} \neq 0$	Aceleración normal $a_n \cdot (t) = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$	Aceleración lineal $a = \sqrt{a_t^2 + a_n(t)^2}$

EJEMPLO La noria de un parque de atracciones tiene un radio de 20 m y gira con una velocidad constante de 0,25 rad/s. Calcula:

- La velocidad lineal de las cabinas.
- Los desplazamientos angular y lineal efectuados durante 4 min.
- Las aceleraciones tangencial y normal de las cabinas al cabo de 4 min.
- El período y la frecuencia de este movimiento.

- $v = \omega \cdot R = 0,25 \text{ rad/s} \cdot 20 \text{ m} = 5 \text{ m/s}$
- $\Delta\varphi = \omega \cdot (t - t_0) = 0,25 \text{ rad/s} \cdot 240 \text{ s} = 60 \text{ rad}$
 $\Delta s = \Delta\varphi \cdot R = 60 \text{ rad} \cdot 20 \text{ m} = 1200 \text{ m}$
- $a_t = \alpha \cdot R = 0$; $a_n = \omega^2 \cdot R = (0,25 \text{ rad/s})^2 \cdot 20 \text{ m} = 1,25 \text{ m/s}^2 = \text{cte.}$
- $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{0,25 \text{ rad/s}} = 8 \cdot \pi \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{8 \cdot \pi} = 0,04 \text{ s}^{-1}$

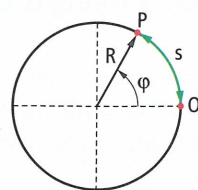
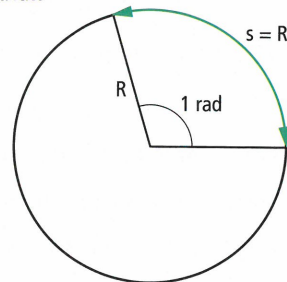


Fig. 1.8 Variables características de los movimientos circulares.

@ Para ampliar en la Red...

Trabaja con una simulación del MCU en:
www.tiching.com/745993

El radián



El radián es el ángulo al que le corresponde un arco que mide lo mismo que el radio R . Equivale a $57,30^\circ$, y la circunferencia entera mide $2 \pi \text{ rad}$.

Observa una simulación del radián en:
www.tiching.com/723207

Competencia Clave Física

4.1 Cómo se mueven los planetas y los satélites artificiales

Los planetas se mueven alrededor del Sol en órbitas que podemos suponer circulares y con velocidades angulares constantes; efectúan un MCU. También efectúan este tipo de movimiento, pero alrededor de la Tierra, la Luna y los satélites artificiales.

I. Sabiendo que la Luna dista de la Tierra 384 400 km, determina:

a) Su velocidad angular y lineal

Sabemos que la Luna tarda 27,32 días en dar la vuelta a la Tierra, lo que corresponde a su periodo de traslación. Con todos estos datos, su velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{27,32 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

Su velocidad lineal:

$$v = \omega \cdot R = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} \cdot 384400 \cdot 10^3 \text{ m} = 1027,1 \text{ m/s} \approx 1,03 \text{ km/s}$$

b) El desplazamiento angular y lineal que efectúa cada minuto.

$$\Delta\varphi = \omega \cdot t = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} \cdot 60 \text{ s} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\Delta s = v \cdot t = 1,03 \text{ km/s} \cdot 60 \text{ s} = 61,7 \text{ km}$$

II. Cada uno de los 24 satélites del sistema GPS está a una altura de 20 200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el radio de nuestro planeta es de 6 400 km y dan una vuelta cada 12 h, calcula para cada satélite:

a) La distancia que recorre en cada vuelta.

El radio de la órbita que describe cada satélite es:

$$R = 6400 \text{ km} + 20200 \text{ km} = 26600 \text{ km}$$

La distancia es la longitud de la circunferencia que describe:

$$d = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot 26600 \text{ km} = 167132,7 \text{ km} \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ km}$$

b) Su velocidad angular y lineal.

$$\text{La velocidad angular es: } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{12 \cdot 3600 \text{ s}} = 3,65 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$\text{La velocidad lineal: } v = \omega \cdot R = 3,65 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \cdot 1,7 \cdot 10^5 \text{ km} = 6,2 \text{ km/s}$$

III. La Tierra gira alrededor del Sol describiendo una órbita casi circular con una velocidad lineal media de 29 700 m/s. Determina:

a) La velocidad angular de nuestro planeta.

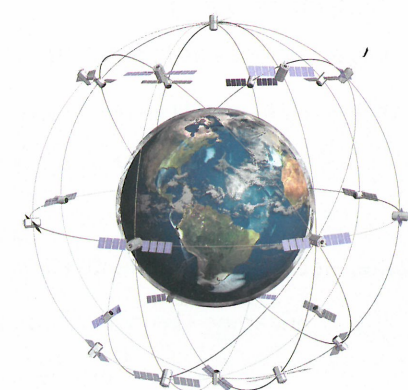
El periodo de traslación de nuestro planeta alrededor del Sol es de 365 días (redondeando), por tanto su velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 1,99 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

b) El radio de la órbita.

De la relación entre la velocidad lineal y la angular despejamos el radio:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow R = \frac{v}{\omega} = \frac{29700 \text{ m/s}}{1,99 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}} = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$



Actividades

4. Sabiendo que la velocidad lineal de Mercurio en su traslación alrededor del Sol es de 47,9 km/s y que su velocidad angular es de $8,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$, calcula:

- El radio de su órbita.
- El tiempo que tarda en dar cada vuelta alrededor del Sol.

5. Cada uno de los 66 satélites Iridium de telefonía móvil está situado a 780 km de la superficie de la Tierra y describe una órbita circular alrededor de la misma y pasando por los polos cada 100 minutos. Sabiendo que el radio de nuestro planeta es de 6400 km, calcula para cada uno de ellos:

- Su velocidad angular y lineal.
- La longitud de su órbita.
- El desplazamiento angular y lineal que efectúa cada minuto.

5. MOVIMIENTO PARABÓLICO

El **movimiento parabólico** es un movimiento en dos dimensiones caracterizado por ser la composición de un MRU y un MRUA. Su nombre es debido a que sus trayectorias tienen forma de parábola.

El caso más típico es el de objetos lanzados horizontal u oblicuamente en presencia de gravedad. Para este caso podemos descomponer el movimiento en **fig. 1.14**:

- Un MRU en dirección horizontal si prescindimos del rozamiento con el aire y de la fuerza del viento.
- Un MRUA en dirección vertical con la aceleración de la gravedad, $-g$, como los movimientos verticales.

Un movimiento parabólico queda determinado a partir de sus características iniciales:

- Posición inicial: $\vec{r}_0 = y_0 \vec{j}$
- Velocidad inicial: $\vec{v}_0 = v_{0x} \vec{i} + v_{0y} \vec{j}$
- Aceleración: $\vec{a} = -g \vec{j}$

Las ecuaciones de la posición y la velocidad se expresan:

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \vec{i} + (y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2) \vec{j}$$

$$\vec{v}(t) = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = v_0 \cdot \cos \alpha \vec{i} + (v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t) \vec{j}$$

Eje OX (MRU)	Eje OY (MRUA)
$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = \text{cte}$	$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ $a = -g$
$x(t) = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$	$y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ $v_y(t) = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$

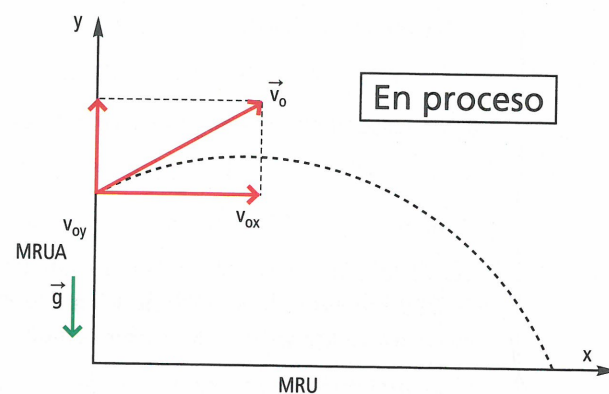


Fig. 1.14 Composición de movimientos horizontal (MRU) y vertical (MRUA).

Se lanza un electrón con una velocidad horizontal de 50 m/s entre dos placas paralelas cargadas con $+Q$ y $-Q$, cuya separación entre ellas es de 4 cm. Sabiendo que el campo eléctrico ejerce sobre el electrón una aceleración de 300 m/s², determina:

- El tiempo que tarda en salir de las placas.
- La desviación, d , que experimenta y si sale de entre ellas.

a) Como la aceleración que produce el campo eléctrico es muy superior a la de la gravedad, prescindimos de esta. Tenemos en cuenta también que el lanzamiento es horizontal: $\alpha = 0$.

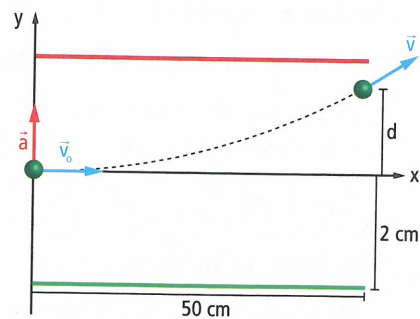
Despejamos el tiempo de la relación en el eje OX (MRU), entre la longitud de las placas y la velocidad inicial, tomando $\alpha = 0$:

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} = \frac{0,5 \text{ m}}{50 \text{ m/s}} = 10^{-2} \text{ s}$$

b) La desviación, d , es la distancia que recorre en el eje OY (MRUA), durante ese tiempo:

$$d = y(10^{-2} \text{ s}) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \text{ m/s}^2 \cdot (10^{-2} \text{ s})^2 = 0,015 \text{ m} = 1,5 \text{ cm}$$

Como $d < 2$, el electrón no choca con la placa positiva y sale de entre ellas.



@ Para ampliar en la Red...

Practica con una simulación de la trayectoria de los proyectiles en:

www.tiching.com/745993

6. LAS FUERZAS

Las fuerzas se deben a la interacción entre los objetos, produciendo en ellos deformaciones y cambios de su posición o de su estado de reposo o movimiento.

Existen dos tipos de fuerzas según actúen a distancia, como la fuerza gravitatoria, la eléctrica y la magnética; o por contacto, como las tensiones, el rozamiento, las fuerzas elásticas...

Las fuerzas son magnitudes vectoriales y se suman como vectores, por componentes. La unidad en que se miden las fuerzas en el SI es el N, *newton*. Las dimensiones de la fuerza son: $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$

6.1 Leyes de la Dinámica

La **dinámica** es la parte de la Física que estudia las fuerzas. Todas las relaciones necesarias para este estudio están recogidas en las tres leyes de Newton.

Primera ley de Newton

Todo objeto sobre el que no actúan fuerzas o, si actúan, sumadas dan resultado nulo, mantiene constante su estado de movimiento: si está en reposo, sigue en reposo; si está en movimiento, mantiene constante la velocidad que lleva.

A esta ley también se la denomina **ley de la inercia** porque los objetos presentan una inercia a variar su movimiento; un objeto por sí solo, sin intervención de agentes externos, no variará su estado de movimiento:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = 0 \text{ (reposo)} \\ \vec{v} = \text{cte} \neq 0 \text{ (MRU)} \end{cases}$$

Segunda ley de Newton

Todo objeto sobre el que actúan fuerzas cuya resultante $\sum \vec{F}$ no es nula, experimenta un cambio en su velocidad, esto es, una aceleración. Esta aceleración tiene la misma dirección y el mismo sentido que la fuerza resultante. El módulo de la fuerza resultante es directamente proporcional al de la aceleración, siendo la constante de proporcionalidad la masa del objeto.

Esta ley se expresa en forma matemática con la **ecuación fundamental de la dinámica**:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

En el caso en que $\sum \vec{F} = 0$ necesariamente tiene que cumplirse que $\vec{a} = 0$, esto es, $\vec{v} = \text{cte}$; por lo que la segunda ley engloba la primera:

Ecuación fundamental de la Dinámica	$\sum \vec{F} \neq 0 \Rightarrow \vec{a} \neq 0$ 2.ª ley de Newton
	$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = 0 \text{ (reposo)} \\ \vec{v} = \text{cte} \neq 0 \text{ (MRU)} \end{cases}$ 1.ª ley de Newton

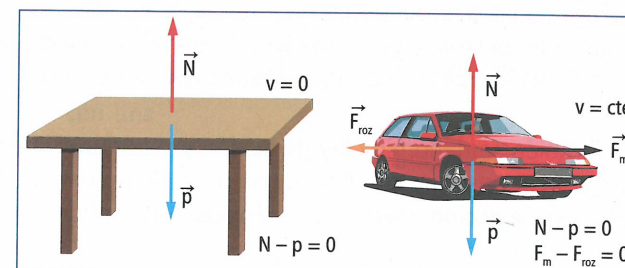


Fig. 1.18 La mesa en reposo y el automóvil con MRU son ejemplos de la primera ley de Newton: como la fuerza resultante es nula, su estado de reposo o de movimiento no se ve alterado.

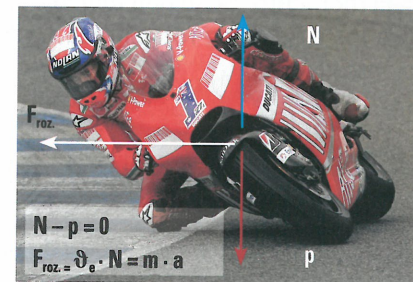


Fig. 1.19 La moto que toma una curva es un ejemplo de la segunda ley de Newton.

Fuerza de rozamiento

La **fuerza de rozamiento** es una fuerza que siempre se opone al movimiento.

Su valor es directamente proporcional al valor de la fuerza normal:

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N$$

donde μ es el coeficiente de rozamiento, que depende de la naturaleza de las superficies en contacto y existe un coeficiente de rozamiento estático, μ_e , para casos en que el objeto aún no se deslice, y un coeficiente de rozamiento dinámico, μ_d , para los casos de objetos en movimiento.

El coeficiente de rozamiento es adimensional, y por tanto no tiene unidades.

Tercera ley de Newton

Cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, al instante surge otra fuerza igual y opuesta ejercida por el segundo cuerpo sobre el primero. Estas fuerzas se conocen, respectivamente, como **acción** y **reacción**.

También se denomina **ley de acción y reacción**. El hecho de que toda fuerza tenga su opuesta no da un resultado nulo de la suma de fuerzas sobre cada objeto, ya que **acción** y **reacción** están aplicadas sobre objetos diferentes [fig. 1.20].

6.2 Equilibrio de fuerzas

Equilibrio de traslación

Un cuerpo está en equilibrio de traslación en los casos siguientes:

- Está en reposo.
- Se mueve con movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Esto ocurre cuando la fuerza resultante es nula [fig. 1.15]:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0$$

Equilibrio de rotación

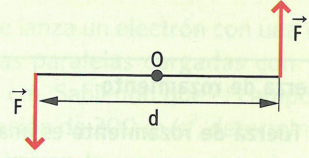
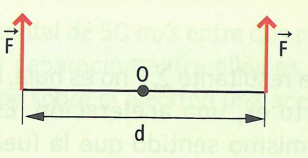
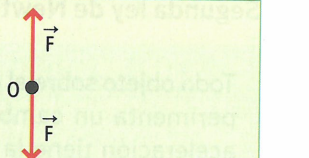
El momento $\vec{M}$ de una fuerza $\vec{F}$ respecto a un punto O es un vector que indica los efectos de rotación causados por una fuerza [fig. 1.26]. Su módulo se expresa:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$$

La unidad en que se mide el momento en el SI es $N \cdot m$ y sus dimensiones son: $[M] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

Un cuerpo está en equilibrio de rotación cuando no gira. Esto ocurre cuando la suma de los momentos que actúan sobre él da resultado cero:

$$\sum \vec{M}_i = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots = 0$$

Equilibrio de traslación	Equilibrio de rotación	Equilibrio de traslación y de rotación
		
Resultante de momentos: $M = F \cdot \frac{d}{2} + F \cdot \frac{d}{2} = F \cdot d$ Resultante de fuerzas: $F - F = 0$	Resultante de momentos: $M = -F \cdot \frac{d}{2} + F \cdot \frac{d}{2} = 0$ Resultante de fuerzas: $F + F = 2 \cdot F$	Resultante de momentos: $M = -F \cdot 0 + F \cdot 0 = 0$ Resultante de fuerzas: $F - F = 0$

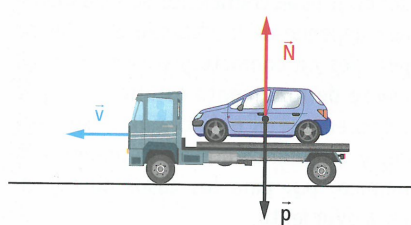


Fig. 1.15 Tanto si están en reposo como si se desplazan con $v = \text{cte.}$, ambos vehículos están en equilibrio de traslación.

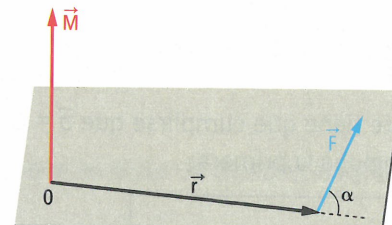


Fig. 1.16 Momento, $\vec{M}$, de la fuerza $\vec{F}$ con vector de posición $\vec{r}$ respecto del punto O .



Fig. 1.17 Debemos aplicar ese par de fuerzas de sentidos opuestos para que el manillar de la bici gire.

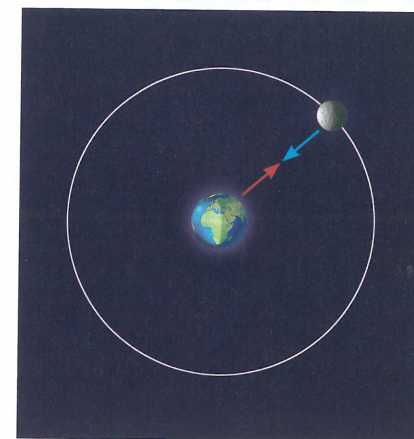


Fig. 1.20 La Tierra ejerce una fuerza de atracción sobre la Luna. La reacción es la fuerza que la Luna ejerce sobre la Tierra.

@ Para ampliar en la Red...

Visualiza el equilibrio de fuerzas mediante una simulación en:
www.tiching.com/745996

Competencia Clave Física

6.3 Cómo aplicar las leyes de Newton a masas y cargas

I. Sobre una partícula *alfa* ($m = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) que se mueve con una velocidad de 10^6 m/s actúa una fuerza de 200 N . Determina la aceleración que experimenta la partícula y la trayectoria que describe si:

a) La fuerza es paralela a su velocidad.

Aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica:

$$200 \text{ N} = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot a \Rightarrow a = \frac{200 \text{ N}}{6,68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 3 \cdot 10^{28} \text{ m/s}^2$$

Como el vector fuerza es paralelo al vector velocidad, la trayectoria que describe la partícula es rectilínea. Se trata de un MRUA.

b) La fuerza es perpendicular a su velocidad.

Como los vectores fuerza y velocidad son perpendiculares, la trayectoria es circular: la aceleración corresponde a la aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{R} \Rightarrow 3 \cdot 10^{28} \text{ m/s}^2 = \frac{(10^6 \text{ m/s})^2}{R} \Rightarrow R = \frac{10^{12}}{3 \cdot 10^{28}} = 3,3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

II. Una bolita de 3 g de masa y 2 mC de carga se encuentra situada entre dos placas cargadas colgando de un hilo fino [fig. 1.24]. El campo eléctrico es perpendicular a las placas y tiene un valor de 5 N/C .

Determina:

a) La fuerza eléctrica, F , que actúa sobre la bolita.

$$F = q \cdot E = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 5 \text{ N/C} = 10^{-2} \text{ N}$$

b) La fuerza gravitatoria, esto es, su peso.

$$p = m \cdot g = 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 2,94 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

c) El ángulo de inclinación del hilo.

El valor del ángulo α y de la tensión, T , deben de ser tales que, sumada $\vec{T}$ con $\vec{F}$ y con $\vec{p}$ el resultado sea cero porque la bolita está en equilibrio.

$$\vec{R} = \vec{T} + \vec{F} + \vec{p} = 0$$

Trabajamos por componentes:

$$F - T_x = F - T \sin \alpha = 0 \Rightarrow T \sin \alpha = F$$

$$T_y - p = T \cos \alpha - p = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = p$$

Dividimos ambas relaciones:

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{F}{p} = \frac{10^{-2} \text{ N}}{2,94 \cdot 10^{-2} \text{ N}} = 0,34$$

$$\alpha = \arcsin 0,34 = 19^\circ$$

d) La tensión del hilo.

Despejamos la tensión de una de las dos relaciones anteriores:

$$T \sin \alpha = F \Rightarrow T = \frac{F}{\sin 19^\circ} = \frac{10^{-2} \text{ N}}{0,33} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

También la podíamos haber deducido a partir del teorema de Pitágoras:

$$T = \sqrt{F^2 + p^2} = \sqrt{(10^{-2} \text{ N})^2 + (2,94 \cdot 10^{-2} \text{ N})^2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

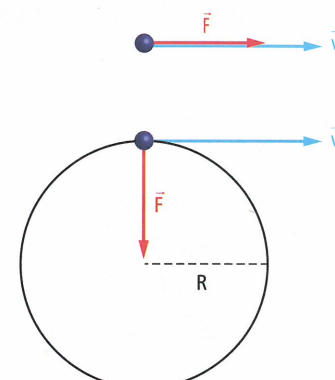


Fig. 1.23 Trayectorias de la carga según la fuerza aplicada.

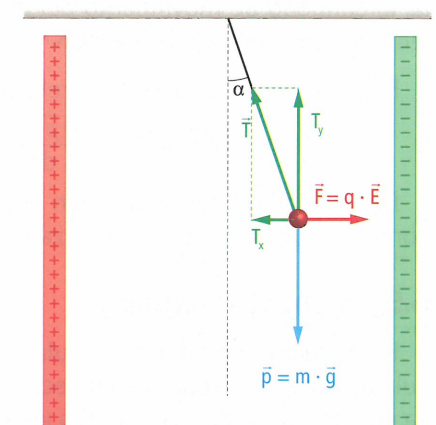


Fig. 1.24 Fuerzas que actúan sobre la carga.

Actividades

6. Indica en cada uno de los siguientes casos qué ley de Newton aplicamos para explicarlo:

- Caída de un paracaidista sin abrir el paracaídas.
- Caída de un paracaidista con el paracaídas abierto.
- Dejamos salir el aire de un globo inflado.
- Dos patinadoras sobre hielo chocan frontalmente.
- La cabina de un ascensor está en reposo.
- La cabina de un ascensor sube con velocidad constante.
- La cabina de un ascensor baja con aceleración.
- Se lanza un cohete para que ponga en órbita un satélite.

6.4 Cantidad de movimiento o momento lineal

La cantidad de movimiento o momento lineal, $\vec{p}$, de una partícula de masa m que tiene una velocidad $\vec{v}$ se define como:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

La unidad en que se mide la cantidad de movimiento en el SI es: $\text{kg} \cdot \text{m/s}$, y sus dimensiones son: $[p] = \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-1}$

Ecuación fundamental de la dinámica y cantidad de movimiento

La ecuación fundamental de la dinámica expresada en función de la cantidad de movimiento resulta:

$$\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d\vec{p}(t)}{dt} \Rightarrow \sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}(t)}{dt}$$

Teorema de conservación de la cantidad de movimiento

El teorema de conservación de la cantidad de movimiento establece que si la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema es nula, la cantidad de movimiento del mismo se mantiene constante. Es equivalente a la primera ley de Newton.

Efectivamente, a partir de la relación anterior:

$$\sum \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{cte} \Rightarrow \vec{p}_0 = \vec{p}_t$$

Esta relación tiene aplicación en varios tipos de choques y explosiones, como las que ocurren en los lanzamientos de cohetes espaciales (fig. 1.21).

6.5 Momento angular

El módulo del momento angular, L , respecto de un punto O , de una partícula de masa m y módulo del vector posición respecto a O , r , que se desplaza con una velocidad de módulo v , es el producto:

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \sin \alpha$$

donde α es el ángulo que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$ (fig. 12.34).

El vector momento angular, $\vec{L}$, tiene una dirección perpendicular al plano π que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{v}$.

La unidad en que se mide el momento angular en el Sistema Internacional es: $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.

Las dimensiones del momento angular son:

$$[L] = [r] \cdot [m] \cdot [v] = \text{L} \cdot \text{M} \cdot \text{L} \cdot \text{T}^{-1} = \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1}$$

Teorema de conservación del momento angular

El teorema de conservación del momento angular establece que este se mantiene constante en los casos en los que el momento de las fuerzas aplicadas es cero.

Para que esto ocurra tiene que darse una de las siguientes circunstancias:

- Que no exista ninguna fuerza.
- Que $r = 0$, esto es, que las fuerzas o su prolongación pasen por O .
- Que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos ($\sin \alpha = \sin 0 = 0$).

Estos casos, como hemos visto anteriormente, corresponden al equilibrio de rotación.



Fig. 1.21 El lanzamiento de un cohete espacial se basa en la conservación de su cantidad de movimiento.

Antes de la combustión de los gases el sistema está en reposo: $v = 0$, $p_0 = 0$.

Cuando se produce la combustión, los gases se mueven hacia abajo y el cohete es lanzado hacia arriba:

$$p_f = m_{\text{cohete}} \cdot v_{\text{sat}} - m_{\text{gases}} \cdot v_{\text{gases}} = 0.$$

@ Para ampliar en la Red...

Practica con una simulación sobre la cantidad de movimiento en:

www.tiching.com/745998

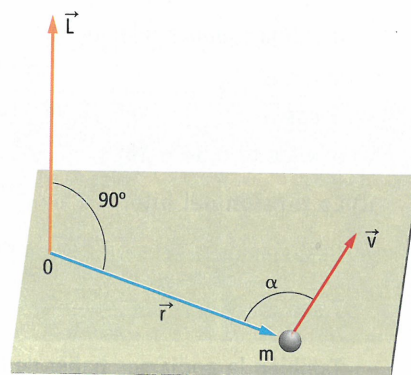


Fig. 1.22 Vector momento angular $\vec{L}$ de una partícula de masa m y velocidad $\vec{v}$.

Competencia Clave Física

6.6 Cómo interviene el momento angular en el movimiento de los planetas

I. Analiza la constancia del momento angular de los planetas y la repercusión en sus trayectorias.

El Sol atrae a cada planeta del Sistema Solar con una fuerza $\vec{F}$ paralela al vector de posición $\vec{r}$ del planeta respecto al Sol. A este tipo de fuerzas les llamamos *fuerzas centrales*.

El hecho de ser $\vec{L}$ siempre igual en módulo, dirección y sentido hace que las trayectorias de los planetas sean planas.

II. Analiza cómo son las áreas que el vector de posición de nuestro planeta barre mientras este se desplaza.

Llamamos dA al área que el vector de posición de la Tierra barre durante un intervalo de tiempo dt . Como esta área tiene forma de triángulo (fig. 1.24), su valor en función de la velocidad del planeta es:

$$dA = \frac{1}{2} \cdot r \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot r \cdot v \cdot dt$$

Por otra parte, el valor del momento angular de nuestro planeta es:

$$L = r \cdot M_T \cdot v \Rightarrow r \cdot v = \frac{L}{M_T}$$

Sustituyendo esta relación en el área del triángulo:

$$dA = \frac{1}{2} \cdot r \cdot v \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{M_T} \cdot dt \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{M_T}$$

Llamando *velocidad areolar* a la velocidad con la que el vector posición barre las áreas, $\frac{dA}{dt}$, llegamos a la conclusión de que dicha velocidad es constante.

Así se demuestra la segunda ley empírica de Kepler o *ley de las áreas*.

Como consecuencia de estos resultados concluimos que nuestro planeta, así como los demás, no llevan siempre la misma velocidad al recorrer su órbita. Al tratarse de órbitas elípticas, necesariamente en la zona del afelio es donde mayor velocidad tienen, porque es donde deben recorrer más longitud de órbita en un mismo intervalo de tiempo, mientras que en el perihelio es donde su velocidad es menor (fig. 1.25).

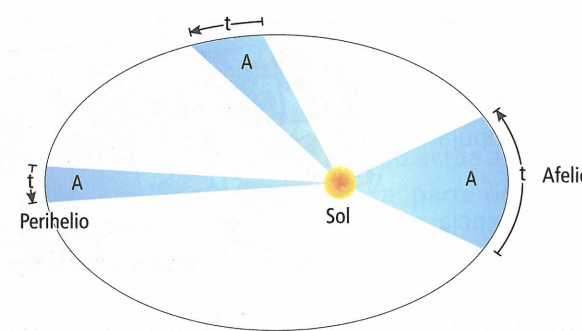


Fig. 1.25 En el afelio es donde los planetas tienen más velocidad, en el perihelio es donde tienen menos.

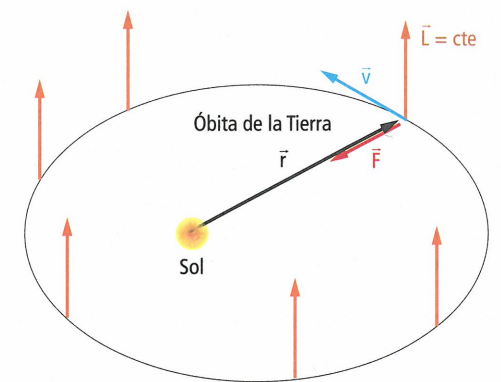


Fig. 1.23 Por ser constante el vector momento angular de los planetas, sus órbitas deben de ser planas.

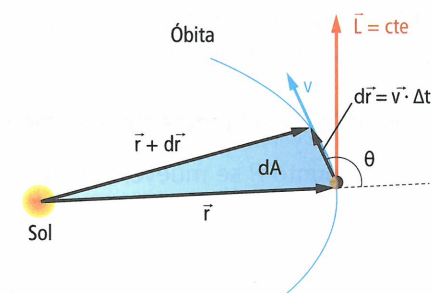


Fig. 1.24 La constancia del momento angular también hace que la velocidad areolar de los planetas sea constante.

Actividades

7. Dados los siguientes datos de nuestro planeta, Masa Tierra: $6 \cdot 10^{24}$ kg, distancia media Sol-Tierra: 149 600 000 km, calcula:

- Su velocidad lineal media.
- Su momento angular respecto al Sol.
- Su velocidad areolar.

6.7 Sistemas de referencia inerciales y no inerciales

Sistemas de referencia inerciales

Se denominan **sistemas de referencia inerciales** los sistemas de referencia que están en reposo o que se mueven con MRU.

En estos sistemas de referencia se cumplen las leyes de la dinámica tal y como acabamos de estudiarlas. Los sistemas de referencia inerciales son totalmente equivalentes a los sistemas en reposo.

Dentro de un tren, por ejemplo, tanto si está en reposo como si tiene MRU, al dejar caer una pelota la veremos describir un movimiento vertical porque está sometida únicamente a la aceleración de la gravedad (fig. 1.26).

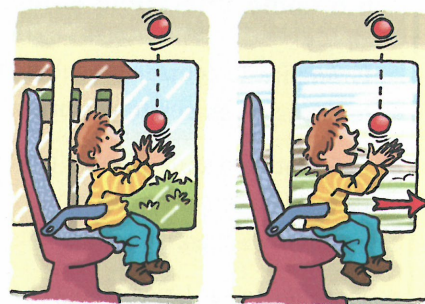


Fig. 1.26 El movimiento de la pelota es idéntico dentro del tren, tanto si éste está en reposo como si se mueve con MRU. Si viajáramos en un tren sin ventanas sería imposible distinguir, desde dentro, si dicho tren está en reposo o se mueve con velocidad constante.

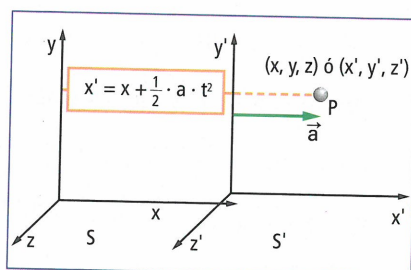


Fig. 1.27 Relación entre las posiciones de un punto P respecto a un sistema inercial, S, y respecto a uno no inercial, S'.

@ Para ampliar en la Red...

Visualiza dos videos sobre los sistemas de referencia inerciales y no inerciales en:

www.tiching.com/745999

www.tiching.com/746000



Fig. 1.28 En los sistemas acelerados se aprecian las fuerza de inercia.

Sistemas de referencia no inerciales

Los **sistemas de referencia no inerciales** son los sistemas de referencia que se mueven con aceleración.

En estos sistemas las leyes de la dinámica no se cumplen de igual forma que la estudiada, por lo que sí podemos distinguir si vamos dentro de uno de estos sistemas o de uno inercial.

Supongamos un sistema de referencia S que está en reposo y un sistema S' que comienza a moverse respecto al S con una aceleración $\vec{a}$ paralela al eje OX. Si ahora tomamos un punto P la relación entre sus coordenadas en cada sistema es (fig. 1.27):

$$x' = x + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; y' = y ; z' = z$$

Si el punto P se mueve, la relación entre sus velocidades en ambos sistemas será:

$$\frac{dx'}{dt} = v + a \cdot t \Rightarrow v' = v + a \cdot t$$

Y la relación entre las aceleraciones es:

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{dv}{dt} + a \Rightarrow a' = a + a$$

Es decir, las aceleraciones respecto a ambos sistemas no son iguales. En tal caso sería fácil determinar que no nos encontramos en un sistema en reposo (o inercial) mediante una simple experiencia, como la observación de un objeto en caída libre.

Fuerzas de inercia

Las **fuerzas de inercia** son las que se aprecian únicamente en los sistemas acelerados, esto es, en los sistemas no inerciales. No existe ningún agente que las cause, por lo que también se denominan *fuerzas ficticias*.

Estas fuerzas son las que hacen, por ejemplo, que dentro de un autobús que frena (sistema no inercial) experimentemos una fuerza que nos empuja en el sentido del movimiento hacia el asiento delantero.

Para un observador fuera del autobús, en la acera (sistema de referencia inercial), no existe esta fuerza; lo que aprecia es que los viajeros mantienen la velocidad que llevaban, mientras que el autobús con todo lo que lleva adherido a él, como sus asientos, disminuye su velocidad, por lo que los viajeros chocan con dichos asientos (fig. 1.28).

7. TRABAJO Y ENERGÍA

Trabajo

El trabajo que efectúa una fuerza constante $\vec{F}$ para desplazar un objeto entre dos posiciones cuyo vector desplazamiento es $\Delta\vec{r}$, es el producto escalar:

$$W_{1-2} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

El trabajo que efectúa una fuerza F cuyo valor varía según los puntos que ocupa el objeto se expresa:

$$W_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

La unidad en que se mide el trabajo en el SI es el julio, J. Sus dimensiones son: $[W] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$.

Energía cinética

La **energía cinética** es la energía que tiene un objeto que se encuentra en movimiento. Está asociada a la velocidad del objeto.

La energía cinética de un móvil de masa m tiene la siguiente expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

La relación entre el trabajo efectuado sobre un móvil y la variación de energía cinética que éste experimenta es:

$$W_{1-2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = E_{c,2} - E_{c,1} = \Delta E_c$$

La unidad en que se mide cualquier tipo de energía en el SI es el julio, J.

Fuerzas conservativas y energía potencial

El trabajo que efectúan las **fuerzas conservativas** entre dos puntos no depende de la trayectoria seguida (fig. 1.31). Asimismo, el trabajo que efectúan en un ciclo cerrado (es decir, el punto inicial y el final son el mismo) es cero.

Para las fuerzas conservativas, el trabajo entre dos puntos se puede expresar como la diferencia de dos magnitudes, la primera evaluada en el punto inicial y la segunda, en el punto final. Esta magnitud es la **energía potencial**:

$$W_{1-2} = E_{p,1} - E_{p,2} = -\Delta E_p$$

Si se trata de fuerzas gravitatorias, hablaremos de *energía potencial gravitatoria*; si se trata de fuerzas eléctricas, tendremos *energía potencial eléctrica*; si se trata de fuerzas elásticas, trabajaremos con la *energía potencial elástica*.

Energía mecánica

Denominamos energía mecánica de un cuerpo a la suma de su energía cinética y su energía potencial.

$$E_m = E_c + E_p$$

En los casos en que sobre un cuerpo actúa alguna fuerza no conservativa, su energía mecánica no se conserva: parte de ella se disipa en forma de energía calorífica. Es por esto que no tienen asociada una energía potencial. Aún así se cumple el *teorema de conservación de la energía total del Universo*:

La energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma.

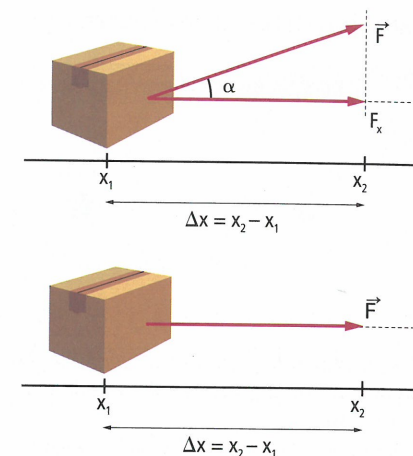


Fig. 1.29 Magnitudes que intervienen en el trabajo efectuado por una fuerza.

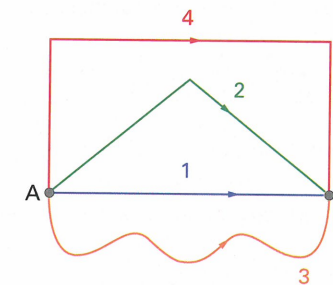
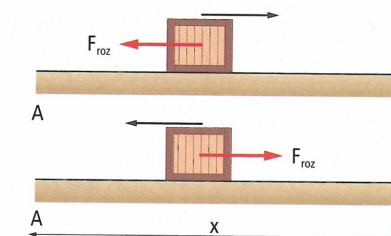


Fig. 1.31 El trabajo efectuado por las fuerzas conservativas no depende de la trayectoria seguida:

$$W_{A-B,1} = W_{A-B,2} = W_{A-B,3} = W_{A-B,4}$$

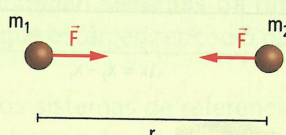
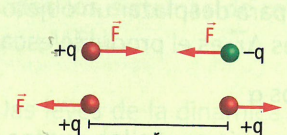
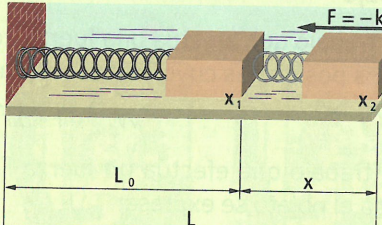
Trabajo de rozamiento en un ciclo cerrado

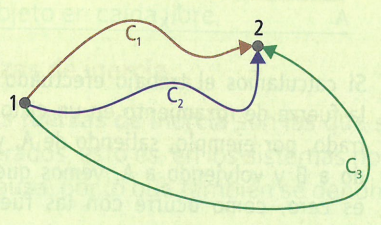
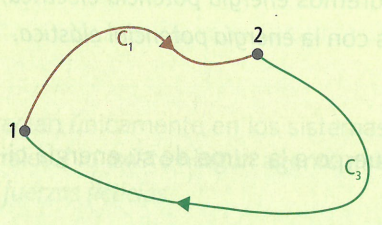


Si calculamos el trabajo efectuado por la fuerza de rozamiento en un ciclo cerrado, por ejemplo, saliendo de A, yendo a B y volviendo a A, vemos que no es cero, como ocurre con las fuerzas conservativas:

$$\begin{aligned} W_{\text{roz}, A-B} &= -F_{\text{roz}} \cdot x_{A-B} \\ W_{\text{roz}, B-A} &= -F_{\text{roz}} \cdot x_{B-A} \\ W_{\text{roz}, A-B} + W_{\text{roz}, B-A} &= \\ &= -F_{\text{roz}} \cdot x_{A-B} - F_{\text{roz}} \cdot x_{B-A} = \\ &= -2 \cdot F_{\text{roz}} \cdot x_{A-B} = -2 \cdot F_{\text{roz}} \cdot x_{B-A} \neq 0 \end{aligned}$$

Características de las fuerzas conservativas

Energía potencia gravitatoria	Energía potencial electrostática	Energía potencial elástica
 La energía potencial gravitatoria es la que tiene una masa que se siente atraída por otra masa. La expresión de la ley de Newton para la fuerza gravitatoria entre masas es: $\vec{F}_g = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ Calculamos el trabajo que realiza entre dos puntos, teniendo en cuenta que $\vec{F}_g$ es paralela a $d\vec{r}$: $W_{1-2} = \int_1^2 \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \right) \cdot dr = -G \cdot M \cdot m \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = -G \cdot M \cdot m \left[\frac{-1}{r} \right]_1^2 = -G \cdot M \cdot m \left(\frac{-1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_1} + G \cdot \frac{M \cdot m}{r_2} = E_{pg1} - E_{pg2} = -\Delta E_{pg}$ La expresión de la energía potencial gravitatoria es: $E_{pg} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$	 La energía potencial electrostática es la que tiene una carga que se siente atraída o repelida por otra. La expresión de la ley de Coulomb para la fuerza electrostática entre cargas es: $\vec{F}_e = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$ Calculamos el trabajo que realiza entre dos puntos, teniendo en cuenta que $\vec{F}_e$ es paralela a $d\vec{r}$: $W_{1-2} = \int_1^2 \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \left(K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \right) \cdot dr = K \cdot q_1 \cdot q_2 \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = K \cdot q_1 \cdot q_2 \left[\frac{-1}{r} \right]_1^2 = K \cdot q_1 \cdot q_2 \left(\frac{-1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1} - K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2} = E_{pe1} - E_{pe2} = -\Delta E_{pe}$ La expresión de la energía potencial electrostática es: $E_{pe} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$	 La energía potencial elástica es la que tiene un medio elástico que ha sido deformado y tiende a volver a su estado primitivo. La expresión de la ley de Hooke referente a las fuerzas recuperadoras elásticas es: $\vec{F}_{elástica} = -k \cdot x \cdot \vec{i}$ Calculamos el trabajo que realiza entre dos puntos, teniendo en cuenta que $\vec{F}_{elástica}$ es paralela a $d\vec{r}$: $W_{1-2} = \int_1^2 \vec{F}_{elástica} \cdot d\vec{x} = \int_1^2 -k \cdot x \cdot dx = -k \int_1^2 x \cdot dx = -k \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_1^2 = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_2^2 = E_{p\ elástica1} - E_{p\ elástica2} = -\Delta E_{p\ elástica}$ La expresión de la energía potencial elástica es: $E_{p\ elástica} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

Conservación de la energía mecánica	
Todo tipo de fuerzas cumplen	Las fuerzas conservativas cumplen
$W_{1-2} = E_{c2} - E_{c1}$ $W_{1-2} = \Delta E_c$	$W_{1-2} = E_{p1} - E_{p2}$ $W_{1-2} = -\Delta E_p$
Las fuerzas conservativas cumplen	
 Si sobre un cuerpo únicamente actúan fuerzas conservativas: - La energía mecánica del mismo se conserva a lo largo de cualquier trayectoria. - El trabajo efectuado por ellas no depende de la trayectoria seguida, solo de los puntos inicial y final. - El trabajo que efectúan en un ciclo cerrado es igual a cero.	 Para alturas pequeñas donde la expresión $p = m \cdot g$ es aproximadamente válida, la energía potencial gravitatoria se puede aproximar por $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$ donde h es la altura respecto una referencia fija.

@ Para ampliar en la Red...

Practica con una simulación de la conservación de la energía mecánica en: www.tiching.com/746001

Energía potencial gravitatoria a pequeñas alturas

Para alturas pequeñas donde la expresión $p = m \cdot g$ es aproximadamente válida, la energía potencial gravitatoria se puede aproximar por

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h$$

donde h es la altura respecto una referencia fija.

8. ENERGÍAS EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

Una masa puntual que efectúa un movimiento armónico simple tiene *energía potencial debido a su elongación* y *energía cinética debido a su velocidad*. Tanto la elongación como la velocidad de este movimiento son variables con el tiempo, por lo que también lo son sus energías correspondientes.

Energía potencial

Para determinar la energía potencial de un MAS partimos de la expresión de la energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

En esta relación sustituimos la elongación x por su expresión en función del tiempo; por ejemplo, $x = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$ (fig. 1.33):

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot [A \cdot \sin(\omega \cdot t)]^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)$$

Energía cinética

Para determinar la energía cinética de un MAS partimos de la expresión correspondiente:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

en la que sustituimos la velocidad v por su expresión en función del tiempo para un MAS:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot [A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)]^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cos^2(\omega \cdot t)$$

A partir de la relación entre k , m y ω : $\omega^2 = k/m$, tenemos que (fig. 1.34):

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \frac{k}{m} \cdot \cos^2(\omega \cdot t) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t)$$

Energía mecánica

La energía mecánica es la suma de las energías potencial y cinética. Si sumamos las dos expresiones que acabamos de ver para estas dos energías tenemos que (fig. 1.35):

$$E_m = E_p + E_c = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t)$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

donde hemos aplicado que $\sin^2(\omega \cdot t) + \cos^2(\omega \cdot t) = 1$.

El valor de la energía mecánica es constante, a pesar de que las dos energías que la constituyen son variables con el tiempo y la posición.

Las fuerzas recuperadoras elásticas son, por tanto, conservativas.

El movimiento armónico simple es, desde el punto de vista energético, una transformación continua de energía potencial en cinética y al revés.

Hay puntos donde una de ellas se anula; entonces la otra será máxima en esos puntos (fig. 1.36).

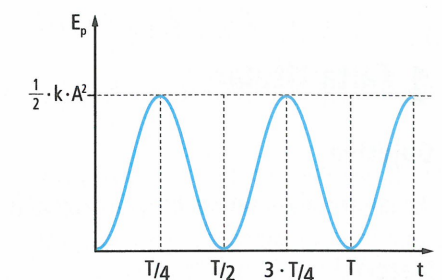


Fig. 1.33 Gráfica de la energía potencial en un MAS en función del tiempo.

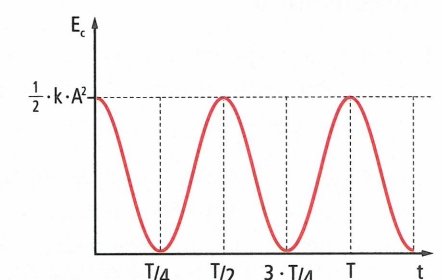


Fig. 1.34 Gráfica de la energía cinética en un MAS en función del tiempo.

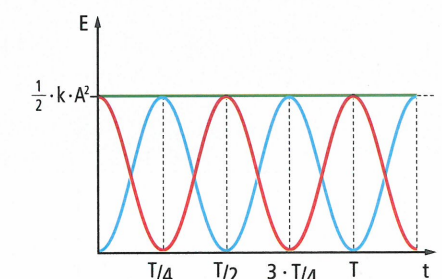


Fig. 1.35 Gráficas de las energías potencial, cinética y mecánica en función del tiempo en un MAS.

$v = 0$	$a = 0$	$v = 0$
$x = -A$	$x = 0$	$x = A$
$E_{p, \max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	$E_{p, \min} = 0$	$E_{p, \max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$
$E_{c, \min} = 0$	$E_{c, \max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	$E_{c, \min} = 0$
$E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	$E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$	$E_m = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$

Fig. 1.36 Valores máximos, mínimos y nulos de las energías potencial, cinética y mecánica en un MAS.

1 Falta titular

Descarga el protocolo de trabajo: www.tiching.com/744298

Objetivo

Visualizar la conservación y la degradación de la energía mecánica.

Material

La siguiente simulación interactiva:

www.tiching.com/741986

Procedimiento

- Realiza un experimento general con las diversas posibilidades de la simulación cambiando: el patinador, la localización (Tierra, Luna...), la posición de las bolas azules, los gráficos de energía y el valor del rozamiento.
- Trabaja con la situación de la figura, sin rozamiento. Deja caer el patinador desde el punto superior y rellena la tabla siguiente con tus observaciones sobre aumento o disminución de los valores y las explicaciones oportunas:

	Energía potencial	Energía cinética	Energía mecánica
Patinador bajando			
Patinador subiendo			

- Repite el proceso 2 con cada uno de los patinadores e indica las diferencias que aprecias en tus observaciones.
- Mueve el cursor para añadir rozamiento, deja caer el patinador desde el punto superior y rellena la tabla siguiente:

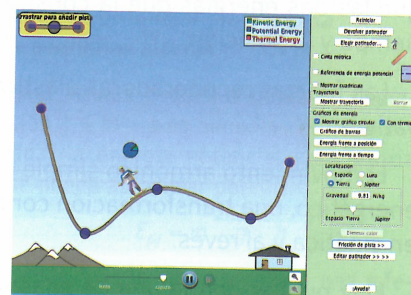
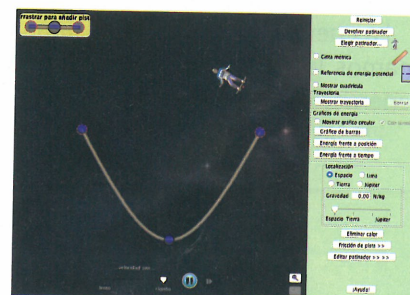
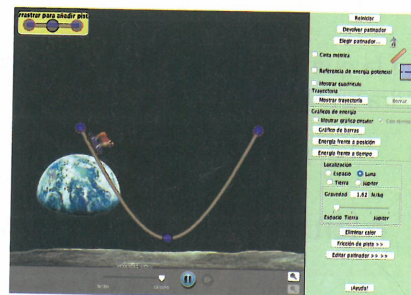
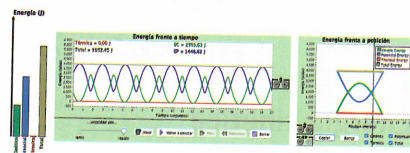
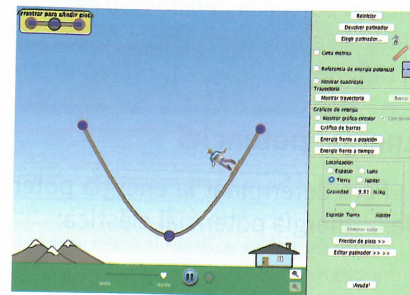
	Energía potencial	Energía cinética	Energía mecánica	Energía térmica
Patinador bajando				
Patinador subiendo				

- Experimenta con un patinador en la Tierra, en la Luna, en Júpiter y en el espacio. Describe tus observaciones en la gráfica de columnas de las diferentes energías.
- Trabaja con la situación de la última figura y sin rozamiento. Deja caer al patinador desde el primer punto de la izquierda. Describe los diferentes resultados del movimiento dependiendo de la altura inicial del primer punto azul.
- Añade rozamiento al caso anterior. Explica las diferencias observadas.

Análisis de resultados

Redacta las conclusiones a las que has llegado sobre el comportamiento del valor de las energías potencial, cinética y mecánica en cada caso:

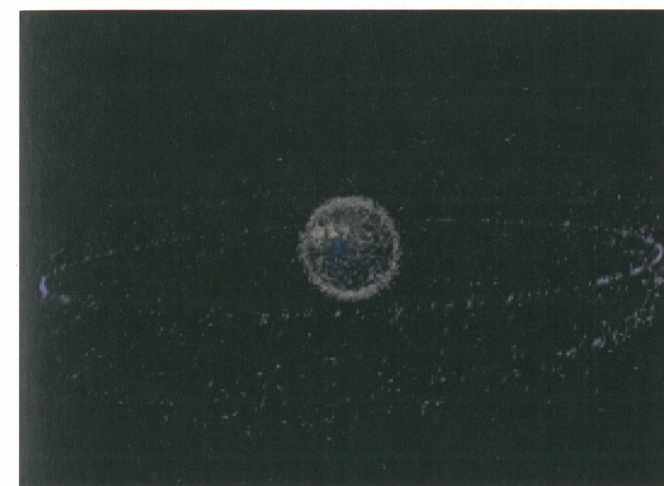
- Con y sin rozamiento.
- En diferentes planetas y satélites.
- Al subir y bajar en presencia de gravedad.



2 Basura espacial

En el conjunto de los artefactos que giran alrededor de nuestro planeta a diversas alturas se encuentran muchos tipos de satélites artificiales con fines localizadores, meteorológicos, de telefonía móvil, de comunicaciones... cuyo número se acerca al millar. A lo largo de los años, y desde 1957, se han lanzado unos 6000 satélites. Algunos fueron desviados hacia la Tierra cuando terminó su utilidad y otros, o sus componentes, han permanecido en órbita formando la llamada basura o chatarra espacial.

Se calcula que son unos 35 millones de fragmentos de diferente tamaño que obstaculizan el movimiento de los satélites operativos porque estos deben desviar sus trayectorias para evitar los choques.



Muchos de estos fragmentos son pequeños como un grano de arroz, pero no por ello dejan de representar un peligro para los satélites y los astronautas debido a su gran velocidad. Los tripulantes de la Estación Espacial Internacional han recibido en más de una ocasión el aviso de un posible impacto, debiendo tomar medidas de precaución.

Varias agencias espaciales, y en particular la NASA, tienen programas de detección y monitorización de estos fragmentos, y a menudo modifican las trayectorias de algunos satélites para evitar una colisión.

En cambio, todos estos fragmentos no representan ningún peligro en la superficie de la Tierra, ya que al entrar en la atmósfera la fricción con el aire los desintegra.

Amplía la información del texto y haz un resumen sobre los posibles métodos para limpiar la basura espacial.

Puedes ayudarte de los siguientes enlaces:

www.tiching.com/744962
www.tiching.com/744965

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

El cinturón y otras medidas de seguridad en vehículos

El cinturón de seguridad es uno de los elementos de protección más importante de los vehículos, ya que aunque haya otros elementos como los airbags o el sistema de frenos ABS, su efectividad real está condicionada al correcto uso del cinturón.

Cuando se viaja en automóvil los ocupantes del vehículo viajan a la misma velocidad que éste. Si por algún motivo el coche tiene un impacto, los ocupantes tenderán a seguir con la misma dirección y velocidad que llevaba el coche debido a la inercia.

Esto hace que, si no se lleva puesto el cinturón de seguridad, los cuerpos salgan despedidos hacia delante.

El uso del cinturón de seguridad es obligatorio, tanto en los pasajeros de delante como en los de los asientos posteriores.



¿Qué investigar?

El cinturón de seguridad es el sistema de seguridad pasivo más antiguo e importante de que disponen los vehículos.

Existen otros sistemas de seguridad activos y pasivos.

- Cita los tipos de sistemas seguridad activos haciendo un resumen de cada uno de ellos.
- Describe la importancia de que los neumáticos estén a la presión adecuada y tengan la profundidad apropiada del dibujo.
- Cita los tipos de sistemas de seguridad pasiva.
- Explica el funcionamiento y la utilidad del airbag.
- Describe la importancia del reposacabezas y la posición que debe tener.

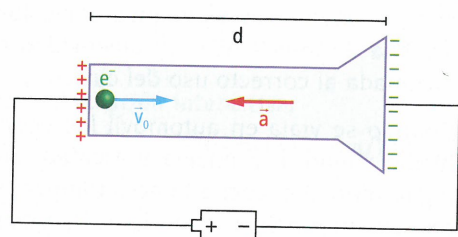
@ Para comenzar la investigación de este tema puedes obtener ayuda en los siguientes enlaces:

www.tiching.com/744966
www.tiching.com/744967

Actividades

Conoce lo esencial: www.tiching.com/744300

- 8 Un electrón sale del cátodo de un tubo de rayos catódicos con una velocidad de 200 m/s, pero cambiamos el signo de las placas para frenarlo. Determina la aceleración negativa necesaria para que llegue a la placa opuesta con $v = 0$.



- 9 Un coche parte del reposo desde un punto, situado sobre el eje OX, 10 m a la izquierda del origen de coordenadas. Al cabo de 40 s moviéndose por el eje OX ha adquirido una velocidad de 72 km/h, que mantiene constante durante 2 minutos. A continuación, frena hasta pararse tras recorrer una distancia de 400 m. Calcula:

- La aceleración en este intervalo de tiempo.
- La posición que ocupa al cabo de los 2 primeros minutos.
- La aceleración con que frena.
- El tiempo que tarda en parar.
- La posición final.
- La distancia total recorrida.
- Las gráficas $x-t$, $v-t$ y $a-t$ de todo el recorrido.

- 10 Se lanza verticalmente desde la superficie de la Tierra un pequeño cohete experimental con una velocidad de 10 m/s. Determina la altura hasta la que llega. Repite los cálculos para el caso de un satélite artificial que se lanza con una velocidad de 400 m/s.

- 11 Se lanzan verticalmente hacia arriba y desde el suelo dos objetos con una misma velocidad inicial de 20 m/s, pero separados por un intervalo de 1 s. Calcula:

- La altura máxima que alcanzan.
- El tiempo que transcurre desde que se lanza el primero hasta que se cruza con el segundo.
- La altura a la que se cruzan.
- La velocidad de cada uno de ellos en el momento de cruzarse.

- 12 Una partícula describe un MAS cuya ecuación es:

$$x(t) = 0,4 \sin(\pi/2 \cdot t) \text{ en unidades SI}$$

Determina:

- Su amplitud, periodo y frecuencia.
- Las ecuaciones de su velocidad y su aceleración.
- Los valores de su posición, su velocidad y su aceleración para $t = 1$ s.

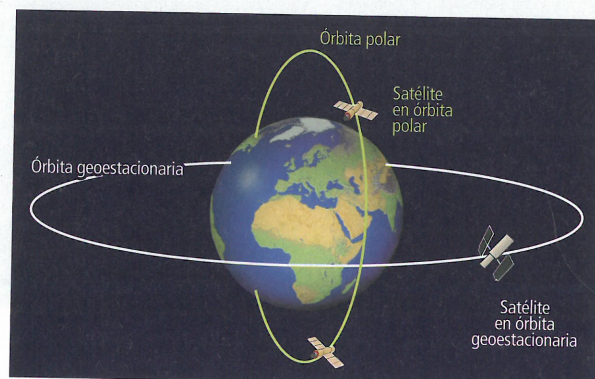
- 13 Un móvil efectúa un MAS cuya amplitud es 3 cm y cuyo periodo es 4 s. Determina la ecuación de este movimiento si para $t = 0$, $x = 3$ cm.

- 14 Un CD gira a una velocidad de 300 rpm. Sabiendo que el diámetro del CD es de 12 cm, calcula:

- Su velocidad angular en rad/s.
- La velocidad lineal de un punto de su periferia y de otro que dista 4 cm del centro.
- El ángulo descrito por estos puntos durante 5 min.
- El arco descrito en ese mismo tiempo por ambos puntos.

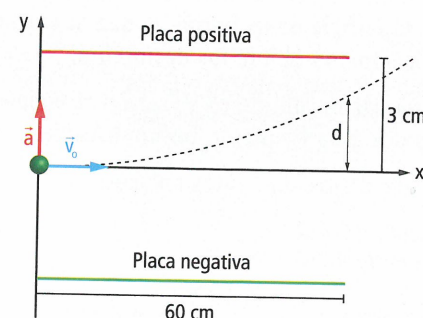
- 15 La velocidad lineal media de Júpiter es de 13,1 km/s y su velocidad angular media es de $16,7 \cdot 10^{-9}$ rad/s. Determina el radio de su órbita y el periodo de traslación del planeta alrededor del Sol.

- 16 Los satélites geoestacionarios tienen un periodo de traslación idéntico al de nuestro planeta. Sabiendo que se encuentran a una altura de 36000 km y que el radio de nuestro planeta es de 6400 km, calcula:



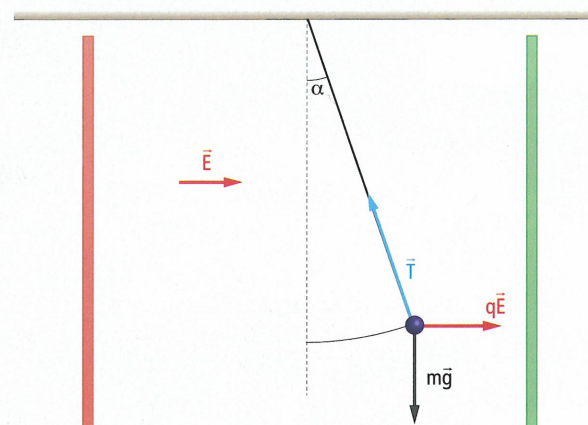
- Su periodo de traslación.
- Sus velocidades angular y lineal.
- La longitud de su órbita.
- El desplazamiento angular y lineal cada minuto.

- 17 Se lanza el electrón de la figura con una velocidad de 30 m/s y una aceleración de 400 m/s². Determina el tiempo que está en movimiento entre las placas y la desviación, d , que experimenta en ese tiempo.



¿El electrón sale de entre las placas, o choca con la positiva antes de salir?

- 18 Una bola de 5 g masa y X de carga se encuentra situada entre las placas de un condensador colgando de un hilo fino como indica la figura, formando un ángulo $= 40^\circ$. El campo eléctrico es perpendicular a las placas y tiene un valor de 8 N/C. Determina:



- El peso de la bola.
- La tensión del hilo.
- A fuerza eléctrica, F , que actúa sobre la bola.
- El valor X de la carga.

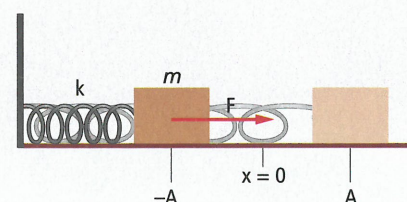
- 19 Sabiendo que nuestro satélite natural, la Luna, tiene una masa de $7,3 \cdot 10^{22}$ kg, que la distancia media Luna-Tierra es 384400 km, calcula:

- Su velocidad lineal media.
- Su momento angular respecto a nuestro planeta.
- Su velocidad areolar.

- 20 Comprimos 5 cm un muelle de constante de elasticidad $k = 3$ N/cm. Determina:

- La fuerza necesaria para ello.
- La energía potencial que almacena dicho muelle deformado.

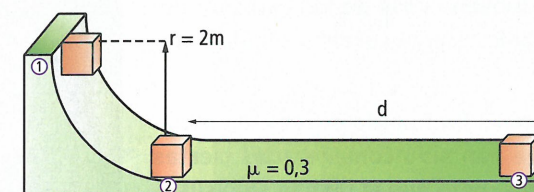
- 21 Un muelle situado sobre una superficie horizontal sin rozamiento tiene uno de sus extremos fijo y el otro libre unido a una masa de 300 g. Estiramos su extremo libre 3 cm mediante una fuerza de 6 N y lo soltamos. La masa comienza a describir un MAS. Determina:



- La constante de elasticidad del muelle
- La energía potencial máxima de la masa
- Sus energías potencial y cinética cuando $x = 2$ cm.
- Su energía mecánica.

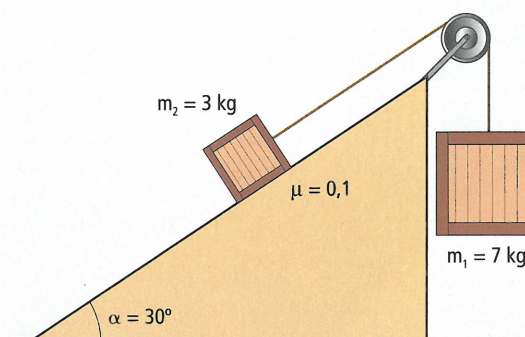
- 22 Desde el punto 1 de la pista de la figura se deja caer un bloque de 2,5 kg de masa. Sabiendo que el objeto pasa por el punto 2 con $v = 4$ m/s, calcula:

- La energía mecánica inicial del bloque.
- La energía mecánica en el punto 2.
- La energía perdida por rozamiento en el tramo 1-2.
- La distancia que recorre el bloque hasta pararse en el punto 3 si $m = 0,3$ en el tramo 2-3.



- 23 Calcula la velocidad máxima con que una moto puede entrar en una curva de 150 m de radio para no derrapar, si su masa es de 300 kg y el coeficiente de rozamiento es $\mu_e = 0,45$. Representa antes gráficamente todas las fuerzas que actúan.

- 24 Calcula la aceleración y la tensión del sistema de la figura. Representa antes gráficamente las fuerzas que actúan.



- 25 Una moto entra a 108 km/h en una curva con un peralte de 25°.

- Calcula el radio mínimo que debe tener la curva para que la moto no derrape. Supón ausencia de rozamiento de la moto con el suelo.
- Explica y calcula cómo variarían los resultados anteriores si la moto tuviera un rozamiento con la carretera peraltada de coeficiente $\mu_e = 0,3$.

- 26 Un ciclista y su bicicleta tienen una masa en conjunto de 100 kg. Mediante la fuerza de sus músculos, el ciclista recorre una carretera que tiene una longitud de 0,5 km. Los rozamientos (viento, suelo) equivalen a una fuerza de 100 N. Sabiendo que ha partido del reposo y que ha alcanzado una velocidad de 36 km/h, calcula:

- El trabajo efectuado por cada una de las fuerzas que actúan sobre él.
- El trabajo resultante y la energía cinética adquirida.