

1. Estudia los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3x} + 2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 - |2x - 1| - 1}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - |x - 1| - 1}$

h)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 + 1}{n^2 - n} \right)^{2n+1}$

i)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{2n^2+1}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2}$

k)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$

l)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} + \sqrt{x^2 - 1}}{3x - 7}$

m)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 + 1}{n^2 - 3n} \right)^{2n+1}$

n)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + x}$

o)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$

p)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 + 5x}$

q)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3} \right)^{x-4}$

r)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \cdot (x^2 + 2x)}{x^3 + 2x}$

s)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^3 - 3x^2 - 11x + 6}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$

t)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3x} + 2}$

u)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^3 + 1} \cdot (\sqrt{2x^5 - 2x} - \sqrt{2x^5 + 2x})$

2. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & \text{si } x < -1 \\ 2^x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ \frac{-2}{x-2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

d)  $g(x) = \begin{cases} \frac{8}{x+3} & \text{si } x < 1 \\ 5x^3 - 2x - 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

e)  $f(x) = \frac{|x+3|}{x+3}$

3. Calcula el valor de a y b para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 1 \\ 4-ax^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 1+\cos x & \text{si } x < 0 \\ 2(a+x) & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{b}{x^2} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} e^{-ax} & \text{si } x < 1 \\ 2x-1 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ b \cdot \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

4. Estudia las asíntotas de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$$

$$\text{b) } g(x) = \sqrt{4x^2 + 3x - 1}$$

$$\text{c) } h(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$$

$$\text{d) } f(x) = \sqrt{x+1}$$