

$$1. \int 3x^2 + 2x - 4 \, dx$$

$$2. \int \frac{3}{2x+3} \, dx$$

$$3. \int \frac{2x}{x^2+1} \, dx$$

$$4. \int x \cos(2x^2+2) \, dx$$

$$5. \int \frac{5x + \sqrt{3x}}{x^2} \, dx$$

$$6. \int \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} \, dx$$

$$7. \int \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \, dx$$

$$8. \int \sin^2 x \, dx$$

$$9. \int \cos^3 x \, dx$$

$$10. \int 1 + \ln x \, dx$$

$$11. \int 2x [\ln(x)]^2 \, dx$$

$$12. \int \arctan x \, dx$$

$$13. \int x \cos x \, dx$$

25. Calcula la siguiente integral en función de a y b:

$$\int \frac{ax+b}{x^2-3x+2} \, dx$$

$$26. \int x^2 \sin 2x \, dx$$

27. Calcula la siguiente suma de integrales definidas

$$\int_1^2 \frac{-2}{x^3} \, dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\sin x \cdot e^{(-\sin x)} + \cos^2 x \cdot e^{(-\sin x)}) \, dx$$

cuyas integrales indefinidas asociadas son inmediatas

$$28. \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} \, dx$$

$$29. \int_1^e x^2 \ln x \, dx$$

$$30. \int \frac{3x+7}{(x^2-3x+2)(x-3)} \, dx$$

31. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por:

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

a) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g

$$14. \int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x} \, dx$$

$$15. \int \frac{3x}{x^2+x-2} \, dx$$

$$16. \int \frac{x^3}{x^2-5x+6} \, dx$$

$$17. \int \frac{x-3}{x^2+9} \, dx$$

$$18. \int \frac{1}{x^4-1} \, dx$$

$$19. \int \frac{1+3 \ln x + (\ln x)^3}{x \cdot [1-(\ln x)^2]} \, dx$$

$$20. \int \frac{x-1}{x^2+2x+2} \, dx$$

$$21. \int \frac{10}{x^2-x-6} \, dx$$

$$22. \int_0^{\pi} \frac{6 \sin x}{5-3 \cos x} \, dx$$

$$23. \int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} \, dx$$

$$24. \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 x \, dx$$

32. Considere la función $f(x) = \frac{1}{2} - \sin x$
- Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x = \frac{\pi}{2}$
 - Calcule el área de dicho recinto.
33. Para cada $c \geq 2$ definimos $A(c)$ como el área de la región encerrada entre la gráfica de $f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$, el eje de abscisas, y las rectas $x=1$ y $x=c$
- Calcula $A(c)$
 - Calcula $\lim_{c \rightarrow \infty} A(c)$
34. Hallar la función polinómica de grado 3 sabiendo que su gráfica pasa por el punto P (1,0), que tiene por tangente en el punto de abscisa $x=0$ la recta de ecuación $y=2x+1$, y que su integral entre 0 y 1 vale 3.
35. Sea la función $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$
- Calcular un punto de su gráfica tal que la tangente en dicho punto sea paralela al eje OX. Escribe la ecuación de la recta tangente.
 - Calcular el área limitada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=\ln 5$
36. Calcula el área de la región del plano limitada en el primer cuadrante por las gráficas de las funciones $y=x^2$, $y=4x^2$ e $y=9$
37. Un muro rectangular de la biblioteca pública del barrio se va a pintar con la ayuda de unos grafiteros. La dimensión del muro es de 3 metros de alto y 12 metros de largo. Colocando la esquina inferior izquierda del muro en el origen de coordenadas, se va a utilizar la curva $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$ para diferenciar dos regiones del muro que serán pintadas con dos colores distintos. Se sabe que con un bote de spray se pueden pintar 3 metros cuadrados de superficie.
- (0.75 puntos) Halle el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x)$ en el intervalo $[0, 12]$. ¿Está la curva en este intervalo $[0, 12]$ contenida completamente en el muro?
 - (1.25 puntos) Halle el área que tienen que pintar de cada color.
 - (0.5 puntos) ¿Cuántos botes de spray se tienen que comprar como mínimo para pintar toda el área bajo la curva $f(x)$?
38. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:
- El valor de m para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$
 - Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$
 - La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$, y el área limitada por la curva $y=(x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0$, $x=1$ e $y=0$
- 39.
- Encuentra una primitiva de la función $f(x)=\tan x$
 - Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas entre $x=0$ y $x=1$
- 40.
- Define primitiva e integral indefinida de una función.
 - Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y=-3x^2+3$ y la recta $y=-9$. (Nota: para el dibujo de las gráficas, indica los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y concavidad o convexidad)

41. Calcula el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, para que el valor (en unidades de superficie) del área de la región determinada por la parábola $f(x) = -x^2 + a^2$ y el eje de abscisas, coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -a$.
42. $\int 3x \sqrt[3]{x^2+1} dx$
43. $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$
44. Halla el área del recinto limitado por la curva $y = \frac{1}{x^2+3}$, la recta tangente a la curva en el punto de inflexión de abscisa positiva y la recta $x=0$
45. Se considera la curva $y = e^{kx}$, $k > 0$. Escribe la ecuación de la función $A(k)$ que nos da el área de la región limitada por esta curva y las rectas $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Calcular $\lim_{k \rightarrow 0} A(k)$. Hacer un dibujo aclaratorio.
46. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x=0 \\ x \cdot \ln x & \text{si } x>0 \end{cases}$ se pide:
- Estudiar su continuidad
 - Calcular el área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y=0$, $x=k$, $x=1$, donde k es la abscisa del mínimo de la función. Hacer un dibujo de la región.
- 47.
- Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral para funciones continuas.
 - Sea $f: [-2,2] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua en $[-2,2]$ tal que $\int_{-2}^{-1} f(t) dt = \int_1^2 f(t) dt$. ¿Se puede asegurar que existen b y c en $[-2,2]$ tales que $b \leq -1$, $c \geq 1$ y $f(b) = f(c)$? Justifica la respuesta.
48. Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral. Sabiendo que $\int_0^x f(t) dt = x^2 \cdot (1+x)$ con f una función continua en todos los puntos de la recta real, calcula $f(2)$
49. Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, la recta tangente en el punto donde la parábola tiene un extremo y la tangente a la parábola en el punto en el que la tangente es paralela a la recta $y=4x$. (Nota: para el dibujo de las gráficas, indicar los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y la concavidad o convexidad)
50. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$
- Estudia si la función f es derivable en $x=0$.
 - Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . Dibuja su gráfica.
 - Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y=0$) y las rectas verticales $x=0$ y $x=3$.
51. Dibuja la región limitada por las curvas $y = \sin x$, $y = \cos x$, y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$. Calcula el área del recinto.
52. Determina la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que f es dos veces derivable, que $f(1) = e+2$, que $f'(1) = e+2$ y que $f''(x) = e^x - \frac{1}{x^2}$
53. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
- 54.

a) Enuncia la regla de Barrow.

b) Dibuja el recinto finito, limitado por las gráficas de las funciones $f(x)=e^x$, $g(x)=e^{-x}$ y $h(x)=e^2$

c) Calcula el área de dicho recinto.

55. Calcula las siguientes integrales:

a) $\int \frac{5 dx}{(6x+4)^2+2}$

b) $\int \ln(x+1) dx$

56. Dadas las funciones $f(x)=\sqrt{8x}$ y $g(x)=x^2$

a) Representa gráficamente la región del plano limitada por la gráfica de las dos funciones.
(0.5 puntos)

b) Calcula el área de la región del apartado a)

57. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Determina si es derivable en $x=0$

b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y=0$) y las rectas verticales $x=-3$ y $x=2$

58. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - \sin x}$

b) $\int (x+1) \cdot e^{2x} dx$