

$$\begin{aligned}
1. & \int 3x^2 + 2x - 4 \, dx \\
2. & \int \frac{3}{2x+3} \, dx \\
3. & \int \frac{2x}{x^2+1} \, dx \\
4. & \int x \cos(2x^2+2) \, dx \\
5. & \int \frac{5x+\sqrt{3x}}{x^2} \, dx \\
6. & \int \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x} \, dx \\
7. & \int \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \, dx \\
8. & \int \operatorname{sen}^2 x \, dx \\
9. & \int \cos^3 x \, dx \\
10. & \int 1 + \ln x \, dx \\
11. & \int 2x [\ln(x)]^2 \, dx \\
12. & \int \arctan x \, dx \\
13. & \int x \cos x \, dx
\end{aligned}$$

25. Calcula la siguiente integral en función de a y b:

$$\int \frac{ax+b}{x^2-3x+2} \, dx$$

$$26. \int x^2 \operatorname{sen} 2x \, dx$$

27. Calcula la siguiente suma de integrales definidas

$$\int_1^2 \frac{-2}{x^3} \, dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\operatorname{sen} x \cdot e^{(-\operatorname{sen} x)} + \cos^2 x \cdot e^{(-\operatorname{sen} x)}) \, dx$$

cuyas integrales indefinidas asociadas son inmediatas

$$28. \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2} \, dx$$

$$29. \int_1^e x^2 \ln x \, dx$$

$$30. \int \frac{3x+7}{(x^2-3x+2)(x-3)} \, dx$$

31. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por:

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

a) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g

$$\begin{aligned}
14. & \int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x} \, dx \\
15. & \int \frac{3x}{x^2+x-2} \, dx \\
16. & \int \frac{x}{x^2-5x+6} \, dx \\
17. & \int \frac{x-3}{x^2+9} \, dx \\
18. & \int \frac{1}{x^4-1} \, dx \\
19. & \int \frac{1+3 \operatorname{ln} x + (\operatorname{ln} x)^3}{x \cdot [1-(\operatorname{ln} x)^2]} \, dx \\
20. & \int \frac{x-1}{x^2+2x+2} \, dx \\
21. & \int \frac{10}{x^2-x-6} \, dx \\
22. & \int_0^\pi \frac{6 \operatorname{sen} x}{5-3 \cos x} \, dx \\
23. & \int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} \, dx \\
24. & \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 x \, dx
\end{aligned}$$

32. Considere la función $f(x) = \frac{1}{2} - \sin x$

a) Dibuje el recinto acotando comprendido entre la gráfica de $f(x)$, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=\frac{\pi}{2}$

b) Calcule el área de dicho recinto.

33. Para cada $c \geq 2$ definimos $A(c)$ como el área de la región encerrada entre la gráfica de

$f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$, el eje de abscisas, y las rectas $x=1$ y $x=c$

a) Calcula $A(c)$

b) Calcula $\lim_{c \rightarrow \infty} A(c)$

34. Hallar la función polinómica de grado 3 sabiendo que su gráfica pasa por el punto P(1,0), que tiene por tangente en el punto de abscisa $x=0$ la recta de ecuación $y=2x+1$, y que su integral entre 0 y 1 vale 3.

35. Sea la función $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$

a) Calcular un punto de su gráfica tal que la tangente en dicho punto sea paralela al eje OX.
Escribe la ecuación de la recta tangente.

b) Calcular el área limitada por la gráfica de la función, el eje OX y las rectas $x=0$ y $x=\ln 5$

36. Calcula el área de la región del plano limitada en el primer cuadrante por las gráficas de las funciones $y=x^2$, $y=4x^2$ e $y=9$

37. Un muro rectangular de la biblioteca pública del barrio se va a pintar con la ayuda de unos grafiteros. La dimensión del muro es de 3 metros de alto y 12 metros de largo. Colocando la esquina inferior izquierda del muro en el origen de coordenadas, se va a utilizar la curva

$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{9}\right) + 2$ para diferenciar dos regiones del muro que serán pintadas con dos

colores distintos. Se sabe que con un bote de spray se pueden pintar 3 metros cuadrados de superficie.

a) (0.75 puntos) Halle el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x)$ en el intervalo $[0, 12]$. ¿Está la curva en este intervalo $[0, 12]$ contenida completamente en el muro?

b) (1.25 puntos) Halle el área que tienen que pintar de cada color.

c) (0.5 puntos) ¿Cuántos botes de spray se tienen que comprar como mínimo para pintar toda el área bajo la curva $f(x)$?

38. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El valor de m para el cual la función $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$

c) La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$, y el área limitada por la curva $y=(x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0$, $x=1$ e $y=0$

39.

a) Encuentra una primitiva de la función $f(x)=\tan x$

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas entre $x=0$ y $x=1$

40.

a) Define primitiva e integral indefinida de una función.

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y=-3x^2+3$ y la recta $y=-9$. (Nota: para el dibujo de las gráficas, indica los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y concavidad o convexidad)

41. Calcula el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, para que el valor (en unidades de superficie) del área de la región determinada por la parábola $f(x) = -x^2 + a^2$ y el eje de abscisas, coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -a$.

42. $\int 3x \sqrt[3]{x^2+1} dx$

43. $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$

44. Halla el área del recinto limitado por la curva $y = \frac{1}{x^2+3}$, la recta tangente a la curva en el punto de inflexión de abscisa positiva y la recta $x=0$

45. Se considera la curva $y = e^{kx}$, $k > 0$. Escribe la ecuación de la función $A(k)$ que nos da el área de la región limitada por esta curva y las rectas $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Calcular $\lim_{k \rightarrow 0} A(k)$. Hacer un dibujo aclaratorio.

46. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x=0 \\ x \cdot \ln x & \text{si } x>0 \end{cases}$ se pide:

a) Estudiar su continuidad

b) Calcular el área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y=0$, $x=k$, $x=1$, donde k es la abscisa del mínimo de la función. Hacer un dibujo de la región.

47.

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral para funciones continuas.

b) Sea $f : [-2,2] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua en $[-2,2]$ tal que $\int_{-2}^{-1} f(t) dt = \int_1^2 f(t) dt$. ¿Se puede asegurar que existen b y c en $[-2,2]$ tales que $b \leq -1$, $c \geq 1$ y $f(b) = f(c)$? Justifica la respuesta.

48. Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral. Sabiendo que $\int_0^x f(t) dt = x^2 \cdot (1+x)$ con f una función continua en todos los puntos de la recta real, calcula $f(2)$

49. Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, la recta tangente en el punto donde la parábola tiene un extremo y la tangente a la parábola en el punto en el que la tangente es paralela a la recta $y = 4x$. (Nota: para el dibujo de las gráficas, indicar los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y la concavidad o convexidad)

50. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

a) Estudia si la función f es derivable en $x=0$.

b) Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . Dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y=0$) y las rectas verticales $x=0$ y $x=3$.

51. Dibuja la región limitada por las curvas $y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$, y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$. Calcula el área del recinto.

52. Determina la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que f es dos veces derivable, que

$$f(1) = e+2, \text{ que } f'(1) = e+2 \text{ y que } f''(x) = e^x - \frac{1}{x^2}$$

53. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

54.

- a) Enuncia la regla de Barrow.
- b) Dibuja el recinto finito, limitado por las gráficas de las funciones $f(x)=e^x$, $g(x)=e^{-x}$ y $h(x)=e^2$
- c) Calcula el área de dicho recinto.

55. Calcula las siguientes integrales:

a) $\int \frac{5 \, dx}{(6x+4)^2 + 2}$

b) $\int \ln(x+1) \, dx$

56. Dadas las funciones $f(x)=\sqrt{8x}$ y $g(x)=x^2$

- a) Representa gráficamente la región del plano limitada por la gráfica de las dos funciones.
(0.5 puntos)

- b) Calcula el área de la región del apartado a)

57. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } x<0 \\ x^2-x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- a) Determina si es derivable en $x=0$
 b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y dibuja su gráfica.
 c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y=0$) y las rectas verticales $x=-3$ y $x=2$

58. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}$

b) $\int (x+1) \cdot e^{2x} \, dx$