1. Razona si los vectores (-1,0,1), (1,1,1) y (0,-1,1) forman una base de $\Re^3$. De ser así, calcula las coordenadas del vector (-1,3,4) en dicha base.
2. Calcula el ángulo formado por los vectores (1,-1,2) y (-3,0,1)
3. Halla una base del espacio vectorial de dimensión 2 formado por los vectores ortogonales a (1,2,3)
4. Calcula la superficie del triángulo de vértices A=(-1,2,0), B=(2,1,-3) y C=(0,0,-1)
5. Dibuja dos vectores y el vector diferencia de ambos. Calcula el ángulo que forman dos vectores distintos $\vec{u}$ y $\vec{v}$ que tienen el mismo módulo que el vector diferencia de ambos $\vec{u}-\vec{v}$. (Puede serte útil el dibujo previo)
6. Demuestra que $|\vec{u}|^2\cdot|\vec{v}|^2=(\vec{u}\cdot\vec{v})^2+|\vec{u}\times\vec{v}|^2$
7. Sabiendo que $|\vec{u}|=4$, $|\vec{u}|=5$ y $|\vec{u}+\vec{v}|=8$ calcula el ángulo que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$
8. Sean los vectores $\vec{u}=(1,1,1)$, $\vec{v}=(2,2,a)$ y $\vec{w}=(2,0,0)$
   a) Halla los valores de a para que los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente independientes.
   b) Determina los valores de a para que los vectores $\vec{u}+\vec{v}$ y $\vec{u}-\vec{w}$ sean ortogonales.
9.
   a) Encuentra para qué valor de λ los vectores (1,1,λ), (2,-1,λ) y (3,0,1) son linealmente independientes.
   b) Para el valor λ=1 expresa el vector $\vec{v}=(1,5,1)$ como combinación lineal de los vectores del apartado anterior.
10. Determina los valores de a y b, a>0, para que los vectores $\vec{v}_1=(a,b,b)$, $\vec{v}_2=(b,a,b)$ y $\vec{v}_3=(b,b,a)$ sean unitarios y ortogonales dos a dos.
11. Encuentra los vectores unitarios que son perpendiculares a $\vec{v}=(1,0,1)$ y forman un ángulo de 60º con $\vec{w}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2}\right)$
12. Calcula un vector de módulo 1 que sea ortogonal a los vectores de coordenadas $(1,0,2)$ y $(2,1,0)$. Indica cuántas soluciones hay.
13. Resuelve la siguiente ecuación vectorial:
    $\vec{x}\times(2,1,-1)=(1,3,5)$
14. Sean en $\Re^3$ los vectores $\vec{e}=(2,0,0)$, $\vec{u}=(1,0,-1)$ y $\vec{v}=(-2,3,-2)$.
    a) Calcula el producto vectorial $\vec{e}\times\vec{u}$.
    b) Calcula el seno del ángulo θ que forman $\vec{e}$ y $\vec{u}$.
    c) Calcula el ángulo φ que forman $\vec{u}$ y $\vec{v}$.
15. Dados $\vec{u}=(1,2,3)$ y $\vec{v}=(-1,4,2)$ calcula el vector $\vec{w}$, con $|\vec{w}|=1$, tal que el producto mixto $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$ sea máximo.
16. Comprueba si los puntos A=(1,2,3), B=(5,0,5) y C=(-5,5,0) están alineados.
17. Estudia si los puntos A=(2,-1,1), B=(2,3,4), C=(0,1,1) y D=(1,1,7) son coplanarios.
18.
    a) Calcular un vector de módulo 4 que tenga la misma dirección, pero distinto sentido, que el vector $\vec{v}=(-2,1,2)$.
    b) Calcula otro vector de módulo 1 que sea ortogonal a $\vec{v}$ y a $\vec{u}=(3,-1,4)$. Indica todas las soluciones posibles.
19. Razona si los puntos (1,0,1), (2,7,1), (5,2,2) y (2,2,7) son o no coplanarios. De no serlo, calcula el volumen del tetraedro que delimitan.
20. Los puntos P=(-2,3,2), Q=(-1,2,4) y R=(2,5,1) son vértices de un rectángulo. Encuentra el cuarto vértice razonando adecuadamente el procedimiento seguido.
21.
    a) Si los vectores $\vec{w}$ y $\vec{s}$ verifican que $|\vec{w}|=|\vec{s}|=2$, y el ángulo que forman $\vec{w}$ y $\vec{s}$ es 60º, calcula $\vec{w}\cdot(\vec{w}-\vec{s})$. (0,75 puntos)
    b) Si el producto escalar del vector $\vec{u}+\vec{v}$ por si mismo es 25 y el producto escalar de $\vec{u}-\vec{v}$

por si mismo es 9. ¿Cuánto vale el producto escalar de $\vec{u}$ por $\vec{v}$? (0,75 puntos)

c) Calcula el producto vectorial de los vectores $\vec{u}=(2,-3,1)$ y $\vec{v}=(-1,2,3)$ (0,5 puntos)

22. Dada la recta de ecuación:
$r:\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$
a) Indica un vector director.
b) ¿Pertenece el punto (9,-1,1) a la recta?
c) Escribe las ecuaciones de una recta que tenga la misma dirección que la dada y pase por (-1,1,0)
23. Calcula una ecuación vectorial del plano $p\equiv 2x-3y+2z-1=0$
24. Calcula la ecuación del plano que pasa por los puntos A=(-1,2,0), B=(2,1,-3) y C=(0,0,-1)
25. Sea r la recta interseccion de los planos x-4y-z=10 y 3x-4y+z=-2. Escribe la ecuación paramétrica de r
26.
a) ¿Pueden existir $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tales que $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=3$ y $\vec{u}\cdot\vec{v}=8$? Justifica la respuesta.
b) Determina todos los posibles vectores $\vec{u}=(a,0,b)$ que tengan módulo 8 y sean perpendiculares a la recta $r:\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y-z-2=0 \end{cases}$
27. Escribe la ecuación del haz de planos que contiene a la recta $r\equiv(-1,2,3)+\lambda\cdot(2,1,-4);\ \lambda\in\Re$
28. Sean el plano $\pi\equiv 2x-3y+z=4$ y la recta $r\equiv(-1,2,3)+\lambda\cdot(2,1,-4);\ \lambda\in\Re$
a) Estudia la posición relativa que hay entre el plano y la recta.
b) Calcula los puntos de corte, si los hay.
29.
a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta r que pasa por el punto P=(1,-1,0) y es paralela a los planos $\pi_1\equiv x+y=2$ y $\pi_2\equiv x-y+z=1$
b) Calcula también las ecuaciones paramétricas de r y un vector director de r.
30. Calcula la ecuación general del plano que contiene a la recta $r:\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ y al punto (3,2,1)
31. Dadas las rectas $r:(-5,0,3)+\lambda\cdot(3,1,0)\ ;\ \lambda\in\Re$ y $s:\begin{cases} x-3z-2=0 \\ y=-1 \end{cases}$, calcula dos puntos $A\in r$ y $B\in S$ tal que el vector $\overrightarrow{AB}$ es perpendicular a r y a s.
32. Estudia la posición relativa de las rectas $r:\begin{cases} 5x+y-2z-1=0 \\ x+y+2z-9=0 \end{cases}$ y $s:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-4}{-6}=\dfrac{z-1}{2}$
33. Estudia la posición relativa de las rectas $r:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-3}{5}=z-5$ y $s:(-3,2,1)+\lambda(2,-2,-2)\ ;\ \lambda\in\Re$
34. Calcula la distancia del punto P=(-2,1,0) al plano π: 3x-2y+4z-2=0
35. Calcula la distancia del punto P=(-2,1,0) a la recta $r:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-3}{5}=z-5$
36. Calcula la distancia entre las rectas $r:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=z-1$ y $s:(-2,1,3)+\lambda(3,1,0);\lambda\in\Re$
37. Sean el punto P=(-1,2,0) y el plano π:2x-3y+z=8. Calcula:
a) Las ecuaciones de una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano π
b) La distancia d del punto P al plano π.
c) La ecuación de otro plano, paralelo a π y distinto de él, que diste de P la misma distancia d.
38. Dados los puntos A=(1,0,1), B=(2,-1,0), C=(0,1,1) y P=(0,-3,2), calcula:
a) La distancia del punto P al punto A

b) La distancia del punto P a la recta que pasa por los puntos A y B.
c) La distancia del punto P al plano que pasa por los puntos A, B y C.

39. Considera la recta r que pasa por los puntos A=(1,0,-1) y B=(-1,1,0)
a) Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pasa por C=(-2,3,2)
b) Calcula la distancia de r a s.

40. Sea r la recta definida por $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$
a) Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.
b) Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto (1,1,0)

41. Se consideran los puntos en el espacio A=(1,-1,1) y B=(2,2,2)
a) Halla el punto medio de A y B
b) Da la ecuación del plano respecto al cual A y B son simétricos.

42.
a) Estudia la posición relativa de las siguientes rectas:
$r \equiv \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-z=0 \\ x+2y-z=12 \end{cases}$
b) Calcula la distancia entre las rectas r y s

43.
a) Estudia la posición relativa del plano $\pi \equiv x-y-z=a$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x+y+az=0 \\ x-2y=0 \end{cases}$ en función del parámetro $a \in \Re$
b) Calcula la distancia entre π y r para cada valor de $a \in \Re$

44. Sean los puntos A=(1,2,-1), P=(0,0,5), Q=(1,0,4) y R=(0,1,6).
a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A, es paralela al plano que pasa por los puntos P, Q y R y tal que la primera componente de su vector director es doble que la segunda.
b) Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por P, Q y R.

45. Sean los puntos P=(1,4,-1), Q=(0,3,-2) y la recta $r \equiv \begin{cases} x=1 \\ y-z=4 \end{cases}$
a) Hallar la ecuación del plano que pasa por P, por un punto R de la recta r y es perpendicular a la recta que pasa por Q y por R.
b) Hallar el ángulo que forman la recta r y el plano π: x-y-3=0

46. Dados los puntos P=(1,0,-1) y Q=(-1,2,3), encuentra un punto R de la recta $r: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-3}{-1}$ que cumpla que el triángulo de vértices P, Q y R es isósceles, siendo $\overline{PR}$ y $\overline{QR}$ los lados iguales del triángulo.

47. Sean O=(0,0,0), A=(1,0,1), B=(2,1,0) y C=(0,2,3). Calcula:
a) El área del triángulo de vértices O, A y B, y el volumen del tetraedro de vértices O, A, B y C.
b) La distancia del vértice C al plano que contiene al triángulo OAB.
c) La distancia del punto C' al plano que contiene al triángulo OAB, siendo C' el punto medio del segmento de extremos O y C.

48. Dado el punto P=(1,1,1) y el plano π: x- y+z=5:
a) Calcula las ecuaciones continuas de la recta perpendicular al plano π que pasa por el punto P
b) Calcula el punto simétrico de P respecto del plano π

49. Encuentra un valor de $a \neq 0$ para que las rectas $\begin{cases} x+y-5z=-3 \\ -2x+z=1 \end{cases}$ y $x+1 = \frac{y-3}{a} = \frac{z}{2}$ sean paralelas. Para el valor de a que has encontrado, calcula la ecuación del plano que contiene a

ambas rectas.

50. Dados el punto P=(-1,0,2) y las rectas: $r\equiv\begin{cases} x-z=1 \\ y-z=-1\end{cases}$ y $s\equiv\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=\lambda \\ z=3\end{cases}$ se pide:

a) Determinar la posición relativa de r y s.
b) Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s.
c) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

51. Dados el punto P=(1,0,-1), el plano $\pi\equiv 2x-y+z+1=0$ y la recta $r\equiv\begin{cases} -2x+y-1=0 \\ 3x-z-3=0\end{cases}$

a) Determina la ecuación del plano que pasa por P, es paralelo a la recta r y perpendicular al plano π.
b) Hallar el ángulo entre r y π.

52. Dado el plano π : x + y + 3z = 6

a) Calcula el punto simétrico al punto A(1 , 1 , 1) respecto al plano π

b) Estudia, en función del parámetro K∈ℝ, la posición relativa del plano π y la recta $r:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+4}{K}$

53. Dada la recta r, intersección de los planos y+z=0 y x-2y-1=0 y la recta s de ecuación $\frac{x}{2}=y-1=-z+3$

a) Explica, de un modo razonado, cuál es la posición relativa de r y s.

b) Calcula la distancia entre r y s.

54. Sean π el plano que pasa por los puntos A=(1,-1,1), B=(2,3,2), C=(3,1,0) y r la recta dada por $r:\frac{x-7}{2}=\frac{y+6}{-1}=\frac{z+3}{2}$

a) Calcula el ángulo que forman la recta r y el plano π.

b) Calcula los puntos de la recta r que distan 6 unidades del plano π

55. Dados el punto P=(-4,6,6), el origen O=(0,0,0), y la recta $r\equiv\begin{cases} x=-4+4\lambda \\ y=8+3\lambda \\ z=-2\lambda\end{cases}$

a) ¿Existe algún punto R de la recta r, de modo que los puntos O, P y R estén alineados? En caso afirmativo, encontrar el punto (o los puntos con esa propiedad o, en caso negativo, justificar la no existencia.

b) Determinar un punto Q de la recta r, de modo que su proyección Q’ sobre $\overline{OP}$ sea el punto medio de este segmento.

56. Dadas las rectas $r:(1,k,-1)+\lambda\cdot(-1,0,3);\lambda\in\Re$ y $s:\begin{cases} x-y=2 \\ x+y-z=1\end{cases}$ (3 puntos)

a) Estudia su posición relativa en función del parámetro k.

b) Calcula la distancia entre r y s cuando k=5

c) En los casos en que las rectas sean secantes o paralelas, calcula la ecuación implícita del plano que contiene a r y s.