

$$\begin{aligned}
1. & \int 3x^2 + 2x - 4 \, dx \\
2. & \int \frac{3}{2x+3} \, dx \\
3. & \int \frac{2x}{x^2+1} \, dx \\
4. & \int x \cos(2x^2+2) \, dx \\
5. & \int \frac{5x + \sqrt{3x}}{x^2} \, dx \\
6. & \int \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{1 + \operatorname{sen}^2 x} \, dx \\
7. & \int \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} \, dx \\
8. & \int \operatorname{sen}^2 x \, dx \\
9. & \int \cos^3 x \, dx \\
10. & \int 1 + \ln x \, dx \\
11. & \int 2x [\ln(x)]^2 \, dx \\
12. & \int \arctan x \, dx \\
13. & \int x \cos x \, dx
\end{aligned}$$

25. Calcula la siguiente integral en función de a y b:

$$\int \frac{ax+b}{x^2-3x+2} \, dx$$

$$26. \int x^2 \operatorname{sen} 2x \, dx$$

27. Calcula la siguiente suma de integrales definidas

$$\int_1^2 \frac{-2}{x^3} \, dx + \int_{\pi}^{2\pi} (-\operatorname{sen} x \cdot e^{(-\operatorname{sen} x)} + \cos^2 x \cdot e^{(-\operatorname{sen} x)}) \, dx$$

cuyas integrales indefinidas asociadas son inmediatas

$$28. \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} \, dx$$

$$29. \int_1^e x^2 \ln x \, dx$$

$$30. \int \frac{3x+7}{(x^2-3x+2)(x-3)} \, dx$$

31. Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas respectivamente por:

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

a) Esboza las gráficas de  $f$  y  $g$  sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$

$$\begin{aligned}
14. & \int \frac{x^2+x-4}{x^3-4x} \, dx \\
15. & \int \frac{3x}{x^2+x-2} \, dx \\
16. & \int \frac{x}{x^2-5x+6} \, dx \\
17. & \int \frac{x-3}{x^2+9} \, dx \\
18. & \int \frac{1}{x^4-1} \, dx \\
19. & \int \frac{1+3 \operatorname{ln} x + (\operatorname{ln} x)^3}{x \cdot [1 - (\operatorname{ln} x)^2]} \, dx \\
20. & \int \frac{x-1}{x^2+2x+2} \, dx \\
21. & \int \frac{10}{x^2-x-6} \, dx \\
22. & \int_0^{\pi} \frac{6 \operatorname{sen} x}{5-3 \cos x} \, dx \\
23. & \int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} \, dx \\
24. & \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 x \, dx
\end{aligned}$$

32. Considera la función  $f(x) = \frac{1}{2} - \sin x$

a) Dibuja el recinto acotando comprendido entre la gráfica de  $f(x)$ , el eje  $OX$  y las rectas  $x=0$  y  $x=\frac{\pi}{2}$

b) Calcula el área de dicho recinto.

33. Para cada  $c \geq 2$  definimos  $A(c)$  como el área de la región encerrada entre la gráfica de

$f(x) = \frac{1+x^2}{x^4}$ , el eje de abscisas, y las rectas  $x=1$  y  $x=c$

a) Calcula  $A(c)$

b) Calcula  $\lim_{c \rightarrow \infty} A(c)$

34. Hallar la función polinómica de grado 3 sabiendo que su gráfica pasa por el punto  $P(1,0)$ , que tiene por tangente en el punto de abscisa  $x=0$  la recta de ecuación  $y=2x+1$ , y que su integral entre 0 y 1 vale 3.

35. Sea la función  $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$

a) Calcular un punto de su gráfica tal que la tangente en dicho punto sea paralela al eje  $OX$ . Escribe la ecuación de la recta tangente.

b) Calcular el área limitada por la gráfica de la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x=0$  y  $x=\ln 5$

36. Calcula el área de la región del plano limitada en el primer cuadrante por las gráficas de las funciones  $y=x^2$ ,  $y=4x^2$  e  $y=9$

37. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El valor de  $m$  para el cual la función  $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\sin x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$  sea continua en  $x=0$

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función  $(x+1)e^{2x}$

c) La integral  $\int (x+1)e^{2x} dx$ , y el área limitada por la curva  $y=(x+1)e^{2x}$  y las rectas  $x=0$ ,  $x=1$  e  $y=0$

38.

a) Encuentra una primitiva de la función  $f(x)=\tan x$

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f(x)$  y el eje de abscisas entre  $x=0$  y  $x=1$

39.

a) Define primitiva e integral indefinida de una función.

b) Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola  $y=-3x^2+3$  y la recta  $y=-9$ . (Nota: para el dibujo de las gráficas, indica los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y concavidad o convexidad)

40. Calcula el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ , para que el valor (en unidades de superficie) del área de la región determinada por la parábola  $f(x)=-x^2+a^2$  y el eje de abscisas, coincida con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x=-a$ .

41.  $\int 3x \sqrt[3]{x^2+1} dx$

42.  $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$

43. Halla el área del recinto limitado por la curva  $y=\frac{1}{x^2+3}$ , la recta tangente a la curva en el punto de inflexión de abscisa positiva y la recta  $x=0$

44. Se considera la curva  $y=e^{kx}, k>0$ . Escribe la ecuación de la función A(k) que nos da el área de la región limitada por esta curva y las rectas  $y=0, x=0, x=1$ . Calcular  $\lim_{k \rightarrow 0} A(k)$ . Hacer un dibujo aclaratorio.

45. Dada la función  $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x=0 \\ x \cdot \ln x & \text{si } x>0 \end{cases}$  se pide:

a) Estudiar su continuidad

b) Calcular el área de la región limitada por la curva  $y=f(x)$  y las rectas  $y=0, x=k, x=1$ , donde k es la abscisa del mínimo de la función. Hacer un dibujo de la región.

46.

a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral para funciones continuas.

b) Sea  $f:[-2,2] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua en  $[-2,2]$  tal que  $\int_{-2}^{-1} f(t) dt = \int_1^2 f(t) dt$ . ¿Se puede asegurar que existen b y c en  $[-2,2]$  tales que  $b \leq -1, c \geq 1$  y  $f(b)=f(c)$ ? Justifica la respuesta.

47. Enuncia el teorema fundamental del cálculo integral. Sabiendo que  $\int_0^x f(t) dt = x^2 \cdot (1+x)$  con f una función continua en todos los puntos de la recta real, calcula f(2)

48. Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola  $y=-x^2+2x+3$ , la recta tangente en el punto donde la parábola tiene un extremo y la tangente a la parábola en el punto en el que la tangente es paralela a la recta  $y=4x$ . (Nota: para el dibujo de las gráficas, indicar los puntos de corte con los ejes, el vértice de la parábola y la concavidad o convexidad)

49. Considera la función  $f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

a) Estudia si la función f es derivable en  $x=0$ .

b) Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. Dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas ( $y=0$ ) y las rectas verticales  $x=0$  y  $x=3$ .

50. Dibuja la región limitada por las curvas  $y = \operatorname{sen} x, y = \cos x$ , y las rectas  $x = 0$  y  $x = \pi$ . Calcula el área del recinto.

51. Determina la función  $f:(0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que f es dos veces derivable, que

$f(1)=e+2$ , que  $f'(1)=e+2$  y que  $f''(x)=e^x - \frac{1}{x^2}$

52.  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

53.

a) Enuncia la regla de Barrow.

b) Dibuja el recinto finito, limitado por las gráficas de las funciones  $f(x)=e^x$ ,  $g(x)=e^{-x}$  y  $h(x)=e^2$

c) Calcula el área de dicho recinto.

54. Calcula las siguientes integrales:

a)  $\int \frac{5 \, dx}{(6x+4)^2 + 2}$

b)  $\int \ln(x+1) \, dx$

55. Dadas las funciones  $f(x) = \sqrt{8x}$  y  $g(x) = x^2$

a) Representa gráficamente la región del plano limitada por la gráfica de las dos funciones.  
(0.5 puntos)

b) Calcula el área de la región del apartado a)

56. Considera la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Determina si es derivable en  $x=0$

b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de  $f$  y dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas ( $y=0$ ) y las rectas verticales  $x=-3$  y  $x=2$

57. Calcula:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\tan x - \sin x}$

b)  $\int (x+1) \cdot e^{2x} \, dx$