

Tema 7 – Ejercicios

- Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)=2x+7$ en los intervalos $[1,2]$ y $[4,7]$
- Calcula la tasa de variación media de la función $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ en los intervalos $[0,0.5]$, $[0,0.25]$ y $[0,0.1]$
- Para la función $f(x)=3x^2+2$, calcula $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$
- Calcula la función derivada de las siguientes funciones:
 - $f(x)=5x^4-3x^2+x-7$
 - $f(x)=\frac{x^2-3x+1}{2x^3+2x}$
 - $\frac{x^2-3}{x^2-1} - \frac{x-3}{x+2}$
 - $f(x)=\sqrt{x^2-2}$
 - $f(x)=\sqrt{3x^2+x} + \frac{x-1}{x+1}$
 - $f(x)=\sqrt{x} \cdot (x^2-2x)$
 - $f(x)=\sqrt[3]{x^2-2x}$
 - $f(x)=\frac{\sqrt{2x^2-3}}{3x+1}$
- Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de las siguientes funciones:
 - $f(x)=\sqrt{3x+1}$ cuando $x=4$
 - $f(x)=3x^4-8x^3-30x^2+72x-18$ cuando $x=3$
 - $f(x)=\frac{1}{x+1}$ cuando $x=4$
- Calcula la ecuación de la función $f(x)$, sabiendo que es un polinomio de grado 2 y que $f'(1)=1$, $f'(0)=0$ y $f(0)=2$
- Calcula la ecuación de la función $f(x)$, sabiendo que es un polinomio de grado 3 y que $f(1)=2$, $f'(1)=1$, $f(2)=5$ y $f'(2)=7$
- Dada la función $f(x)=\begin{cases} 2x-4 & x < 2 \\ x^2-x-2 & x \geq 2 \end{cases}$, ¿es f continua?, ¿existe derivada en $x=2$?
Calcula la función derivada de f e indica su dominio.
- ¿Es $f(x)=|x|$ una función derivable en $x=0$? Representa las gráficas de f y f'
- Calcula las funciones derivadas de:
 - $f(x)=\text{sen}(x^2-2x)$
 - $f(x)=\tan(\sqrt{x+1})$
 - $f(x)=\cos^2 x + \ln(x^2-4)$
 - $f(x)=\cos(2x) \cdot 4^x$
 - $f(x)=\frac{\sqrt[4]{x^3}}{2x^3+x}$
 - $f(x)=\ln(2x \cdot \tan x)$
 - $f(x)=\log_2 x^2 - \sec^2(\sqrt{2x-1})$
 - $f(x)=e^{-x^2} \cdot \arctan(2x)$
 - $f(x)=2^x \cdot \cos^2(2x+1)$
 - $f(x)=\frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{\text{tg } 3x}$
 - $f(x)=\frac{(x^3-2x^2+2)^3}{(2x+1)^2}$
 - $f(x)=\frac{\arccos(x^2+x)}{\log(3x+2)}$
- Calcula la función derivada de:
 - $2^x \cdot \sqrt[4]{x^2-1}$
 - $\frac{\text{sen}(x^2+1)}{x \cdot \log x}$

c) $\tan(\ln(\sqrt{2x-1}))$

e) $7^{2x \cdot \cos x}$

d) $\arctan(2x^2 + x)$

f) $2x^{x+1}$

12. Estudia los intervalos de crecimiento de las siguientes funciones e identifica los máximos y mínimos relativos:

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

e) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

b) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 12x + 7$

f) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+6}$

c) $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x - 11$

d) $f(x) = 4x^5 - \frac{35}{2}x^4 + 20x^3 + 5x^2 - 20x - 1$

g) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$

h) $f(x) = 2e^{-x} \cdot (x+1)$

13. Dada la función $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x - 11$, calcula los máximos y mínimos absolutos en los intervalos $[-3, -1]$ y $[0, 2]$

14. Estudia la curvatura de las siguientes funciones, indicando los puntos de inflexión:

a) $f(x) = 4x^3 + 7x^2 + 4x - 11$

b) $f(x) = \frac{x^4}{6} - \frac{4}{3}x^3 + 4x^2 - 7x + 5$

c) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 12x^2 + 3x - 1$

d) $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

15. Calcula los valores de a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2 \ln x + 2}{x^2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea

derivable en $x=1$

16. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ en su punto de inflexión.

17. Dibuja la gráfica de las siguientes funciones estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad.

a) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$

c) $f(x) = 3x^3 - 2x$

b) $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$

d) $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$

18. Calcula los extremos relativos de la función $x^4 - 8x^2 + 1$. Calcula también el máximo absoluto y el mínimo absoluto de esta función en el intervalo $[-3, 3]$

19. Calcula los valores de a y b para que la función $a \cdot x^2 + b \cdot x \cdot \ln x$ tenga un punto de inflexión en el punto (1,2)