Tema 2 – Álgebra

Polinomios

Operaciones

- Suma:

$$(3x^4-2x^3+4x^2-3x+1)+(2x^4-4x^3+2x^2-x+3)=5x^4-6x^3+6x^2-4x+4$$

- Resta:

$$(3x^4-2x^3+4x^2-3x+1)-(2x^4-4x^3+2x^2-x+3)=x^4+2x^3+2x^2-2x-2$$

- Multiplicación:

$$(3x^2-2x+4)\cdot(x^2-2x)=3x^4-6x^3-2x^3+4x^2+4x^2-8x$$

- División:

a)
$$\begin{array}{rl|l}
 & 2x^4-3x^3+2x^2-3x+1 & x^3-2x+1 \\ \cline{3-3}
 & -2x^4 \qquad +4x^2-2x & 2x-3 \leftarrow \text{Cociente} \\ \hline
 & -3x^3+6x^2-5x+1 & \\
 & 3x^3 \qquad -6x+3 & \\ \hline
 & 6x^2-11x+4 \leftarrow \text{Resto} &
\end{array}$$

- División por Ruffini:

$(2x^4-5x^3+2x^2+4x-2) : (x+3)$

	2	-5	2	4	-2
-3		-6	33	-105	303
	2	-11	35	-101	301

Cociente: $2x^3-11x^2+35x-101$. Resto 301

Factorización de polinomios

- Una número se dice que es raíz de un polinomio si hace que el valor numérico del polinomio sea cero $(\alpha\, raíz\ de\ p(x) \Leftrightarrow p(\alpha)=0)$:

1 es raíz de $p(x)=x^3-2x^2-x+2$ ya que $p(1)=1^3-2\cdot1^2-1+2=0$

0 no es raíz de $p(x)=x^3-2x^2-x+2$ ya que $p(0)=0^3-2\cdot0^2-0+2=2$

- Si los coeficientes de un polinomio son números enteros, entonces las **raíces enteras** tienen que ser divisores del coeficiente de menor grado.

  $p(x)=x^3-2x^2-x+2 \Rightarrow$ Las posibles raíces enteras son ±1 y ±2

- Si los coeficientes de un polinomio son números enteros, entonces las **raíces racionales** del polinomio son de la forma **a/b** donde a debe ser divisor del coeficiente de menor grado y b divisor del de mayor.

$p(x)=2x^3-7x^2+9 \Rightarrow$ las posibles raíces racionales son ±1, ±3, ±9, ±1/2, ±3/2 y ±9/2
(a/b, donde a es divisor de 9 y b divisor de 2)

Teorema del factor

Si α es una raíz de p(x) entonces el polinomio se puede factorizar de la forma p(x)=(x-α)·q(x), (donde q(x) es un polinomio de grado menor que el de p(x)).

$p(x)=2x^3-7x^2+9$

$\mathbf{-1}\ \textit{raíz de } p(x) \Rightarrow \mathbf{2x^3-7x^2+9=(x+1)\cdot(2x^2-9x+9)}$

Nota 1: cuando encontramos una raíz, el método de Ruffini nos proporciona la factorización del polinomio

	2	-7	0	9
-1		-2	9	-9
	2	**-9**	**9**	0

Nota 2: frecuentemente se puede seguir factorizando el polinomio q(x) para lograr una factorización completa de p(x)

	2	-9	9
3		6	-9
	2	-3	0

$2x^3-7x^2+9=(x+1)\cdot(2x^2-9x+9)=\mathbf{(x+1)\cdot(x-3)\cdot(2x-3)}$

Estrategia para la búsqueda de raíces

- Si el polinomio tiene grado mayor que dos, comenzamos la búsqueda de raíces enteras mediante el método de Ruffini. Si no encontramos ninguna, buscamos las racionales.
- Cuando encontramos una raíz α, factorizamos el polinomio en la forma p(x)=(x-α)·q(x) y seguimos buscando las raíces de q(x).
- Si el polinomio tiene grado 2, podemos utilizar la fórmula de la ecuación de segundo grado para buscar sus raíces.

Ejemplo: $p(x)=2x^4-x^3-2x+1$

- Las posibles raíces enteras son ±1

	2	-1	0	-2	1
1		2	1	1	1
	2	1	1	-1	0

$2x^4-x^3-2x+1=(x-1)\cdot(2x^3+x^2+x-1)$

- Ahora buscamos las raíces de $2x^3+x^2+x-1$.
  – Las posibles raíces enteras son ±1 (no vale ninguna)
  – Las posibles raíces enteras son ± ½

	2	-1	0	-2	1
1		2	1	1	1
	2	1	1	-1	0
1/2		1	1	1	
	2	2	2	0	

$$2x^4-x^3-2x+1=(x-1)\cdot(2x^3+x^2+x-1)=\mathbf{(x-1)\cdot(x-\frac{1}{2})\cdot(2x^2+2x+2)}$$

- Ahora buscaríamos las raíces de $2x^2+2x+2$ con la fórmula de la ecuación de segundo grado. Como resultado obtenemos que la ecuación $2x^2+2x+2=0$ no tiene solución. Esto implica que ya no hay más raíces y hemos finalizado el proceso de factorización.

Ecuaciones

Ecuaciones polinómicas

Las ecuaciones polinómicas son de la forma p(x)=0, donde p(x) es un polinomio. Resolver la ecuación es equivalente a hallar las raíces del polinomio (que es equivalente a factorizarlo). Por lo tanto usaremos los métodos descritos en el apartado anterior.

Ejemplo:

$$2x^4-x^3-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x-\frac{1}{2})\cdot(2x^2+2x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow \mathbf{x=1} \\ x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow \mathbf{x=\frac{1}{2}} \\ 2x^2+2x+2=0\,(no\,hay\,solución) \end{cases}$$

Ecuaciones bicuadradas

Son ecuaciones de cuarto grado, de la forma $ax^4+bx^2+c=0$. Se pueden transformar en ecuaciones de segundo grado mediante el cambio de variable $z=x^2$

Ejemplo:

$$x^4-x^2-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad z^2-z-2=0 \quad \Rightarrow \begin{cases} z=-1 \quad \Leftrightarrow \quad x^2=-1 \quad (en\,este\,caso\,no\,hay\,solución) \\ z=2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2=2 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{x=\pm\sqrt{2}} \end{cases}$$

Ecuaciones racionales

Son ecuaciones que tienen denominadores. La estrategia consiste en buscar un denominador común y multiplicar por dicho denominador.

Ejemplo:

$$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2x}{2x(x+1)}+\frac{2(x+1)}{2x(x+1)}=\frac{3x(x+1)}{2x(x+1)} \quad \Leftrightarrow \quad 2x+2(x+1)=3x(x+1) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x+2x+2=3x^2+3x \quad \Leftrightarrow \quad -3x^2+x+2=0 \quad \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{x=1} \\ \mathbf{x=-\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Ecuaciones con radicales

En las ecuaciones con radicales la estrategia es elevar la ecuación a la potencia correspondiente, de tal modo que se anule el radical. Para ello hay que despejarlo previamente.

Ejemplo:

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{2x}=3 \iff \sqrt{x-1}=3-\sqrt{2x} \iff x-1=\left(3-\sqrt{2x}\right)^2 \iff x-1=9+2x-6\cdot\sqrt{2x} \iff$$

$$\iff 6\sqrt{2x}=x+10 \iff 36\cdot 2x=(x+10)^2 \iff 72x=x^2+20x+100 \iff x^2-52x+100=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=50 \end{cases}$$

Observación importante: cuando elevamos una ecuación al cuadrado (o a una potencia par), la ecuación que obtenemos no es equivalente a la anterior, sino que puede tener más soluciones (por ejemplo $x=2 \Rightarrow x^2=4$). Esto nos obliga a comprobar las soluciones obtenidas.

$$\sqrt{2-1}+\sqrt{2\cdot 2}=\sqrt{1}+\sqrt{4}=1+2=3 \Rightarrow 2 \ es\, solución\, de\, la\, ecuación.$$

$$\sqrt{50-1}+\sqrt{50\cdot 2}=\sqrt{49}+\sqrt{100}=7+10\neq 3 \Rightarrow 50 \ no\, es\, solución\, de\, la\, ecuación.$$

Por lo tanto, en el ejemplo anterior, la única solución válida es x=2

Ecuaciones logarítmicas

En este tipo de ecuaciones, hay incógnitas dentro de logaritmos.

Los pasos habituales son:

- Utilizar las propiedades de los logaritmos para dejar cada miembro de la ecuación dentro de un logaritmo.
- “Simplificar” los logaritmos. Se pueden eliminar los logaritmos ya que no hay dos cantidades que tengan el mismo logaritmo (si los logaritmos son iguales, las expresiones que hay dentro también han de serlo).
- Resolver la ecuación que queda, ya sin logaritmos.

Ejemplo:

$$\log(2x-3)-\log x=2 \iff \log\left(\frac{2x-3}{x}\right)=\log 100 \iff \frac{2x-3}{x}=100 \iff 2x-3=100x \iff$$

$$\iff 2x-100x=3 \iff -98x=3 \iff x=\frac{-3}{98} \text{ (no es solución válida)}$$

Observación: al resolver una ecuación logarítmica hemos de comprobar que las soluciones tengan sentido. En el ejemplo anterior, la ecuación no tendría solución ya que $\log\left(\frac{-3}{98}\right)$ no es una expresión válida.

Cuando las expresiones dentro del logaritmo sean las mismas podemos utilizar la estrategia del cambio de variable para resolver la ecuación.

Ejemplo:

$\log x + \dfrac{1}{\log x} = 2$ hacemos el cambio $z = \log x$, con lo que la ecuación queda

$$z + \frac{1}{z} = 2 \;\Leftrightarrow\; z^2 + 1 = 2z \;\Leftrightarrow\; z^2 - 2z + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; z = 1$$

Deshaciendo el cambio de variable

$$z = 1 \;\Leftrightarrow\; \log x = 1 \;\Leftrightarrow\; 10^1 = x \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{x = 10}$$

Ecuaciones exponenciales

En este tipo de ecuaciones, la incógnita aparece en el exponente de una potencia. No hay un método general para resolver ecuaciones exponenciales, pero sí un conjunto de técnicas que nos pueden ayudar.

- **Tomar logaritmos**

$$2^{3x-1} = 7 \;\Leftrightarrow\; \log 2^{3x-1} = \log 7 \;\Leftrightarrow\; (3x-1)\cdot\log 2 = \log 7 \;\Leftrightarrow\; 3x - 1 = \frac{\log 7}{\log 2} \approx 2.81 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; x \approx \frac{2.81 + 1}{3} = \mathbf{1.27}$$

- **Igualar exponentes**

Aquí necesitamos transformar la ecuación en una igualdad de dos potencias de la misma base

$$4^{x-1} - 2^x = 0 \;\Leftrightarrow\; 4^{x-1} = 2^x \;\Leftrightarrow\; \left(2^2\right)^{x-1} = 2^x \;\Leftrightarrow\; 2^{2x-2} = 2^x \;\Leftrightarrow\; 2x - 2 = x \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{x = 2}$$

- **Cambio de variable**

$4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$ (aquí buscamos el cambio $z = 2^x$)

$$(2^2)^x - 2\cdot 2^x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; (2^x)^2 - 2\cdot 2^x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; z^2 - 2z + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; z = 1 \;\Leftrightarrow\; 2^x = 1 \;\Leftrightarrow\; \boldsymbol{x = 0}$$

Sistemas de ecuaciones

Sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas

Para resolver un sistema lineal con dos incógnitas disponemos de 3 métodos analíticos ya vistos en cursos anteriores: igualación, sustitución y reducción.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ y = 3x - 4 \end{cases}$$

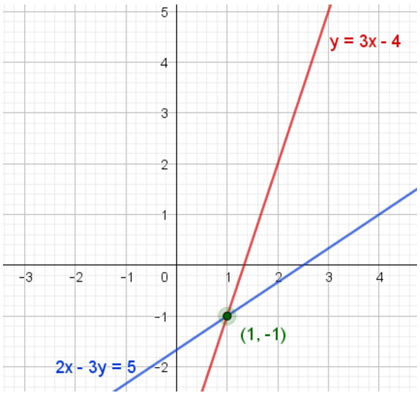
$2x - 3(3x-4) = 5 \Rightarrow 2x - 9x + 12 = 5 \Rightarrow -7x = -7 \Rightarrow x = 1$ (método de sustitución)

$y = 3\cdot 1 - 4 \Rightarrow y = -1$

Interpretación geométrica

Una ecuación lineal con dos incógnitas se corresponde con una recta en el plano, es decir, las coordenadas de los puntos de la recta serán soluciones de dicha ecuación.

La solución del sistema de ecuaciones será aquella que verifique las dos ecuaciones simultáneamente, y se corresponderá con el punto que pertenezca a las dos rectas, es decir, el punto de corte



Clasificación de los sistemas lineales

Al resolver un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas nos podemos encontrar 3 casos:

– Sistema compatible determinado. Hay una única solución, geométricamente, las dos rectas se cortarían.

– Sistema incompatible. No hay ninguna solución, en este caso las rectas serían paralelas.

– Sistema compatible indeterminado. Hay infinitas soluciones, las dos rectas serían equivalentes (estarían superpuestas).

Sistemas no lineales (de 2 ecuaciones y 2 incógnitas)

En estos sistemas de ecuaciones, al menos una de las ecuaciones no será lineal. La estrategia a seguir es utilizar el **método de sustitución** para transformar el sistema en una única ecuación de las estudiadas anteriormente.

<u>Ejemplo</u>:

$$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x \cdot y=2 \end{cases}$$

En la ecuación de abajo despejamos $y=\frac{2}{x}$, si sustituimos en la de arriba, tenemos:

$$x^2+\left(\frac{2}{x}\right)^2=5 \quad \Leftrightarrow \quad x^2+\frac{4}{x^2}=5 \quad \Leftrightarrow \quad x^4+4=5x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^4-5x^2+4=0$$

haciendo el cambio $x^2=z\,;\,x^4=z^2$

$$z^2-5z+4=0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} z=4 \Rightarrow \boldsymbol{x=\pm 2} \\ z=1 \Rightarrow \boldsymbol{x=\pm 1} \end{cases}$$

con lo que tenemos 4 pares de soluciones:

x=1; y=2	x=2; y=1
x=-1; y=-2	x=-2; y=-1

Sistemas lineales de tres ecuaciones con tres incógnitas

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x-y+2z=4 \end{cases}$$

El método habitual para resolver este tipo de sistemas se conoce como **método de Gauss**. Consiste en *triangularizar* el sistema, esto es, conseguir que una ecuación tenga 3 incógnitas, otra 2 y la última tan solo 1. Para ello se realizan operaciones con las ecuaciones, de forma similar al método de reducción que ya conocemos.

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x-y+2z=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ -3y-z=-4 \\ -4y-z=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ -3y-z=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

$F_2=F_2-2F_1$
$F_3=F_3-3F_1$

$F_3=-F_3+F_2$

Una vez triangularizado el sistema, se resuelve sustituyendo de manera recursiva.

$$\left.\begin{array}{r} -3y-z=-4 \\ y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow -3-z=-4 \Rightarrow z=1$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=3 \\ y=1 \\ z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow x+1+1=3 \Rightarrow x=1$$

Los sistemas de ecuaciones lineales se **clasifican** en tres tipos:

- Sistema **compatible determinado**. El sistema tiene una única solución (como el ejemplo anterior).
- Sistema **incompatible**. El sistema no tiene solución. Se reconocen porque al triangularizar el sistema obtenemos una expresión del tipo 0=k (con k número real), la cual es imposible de cumplir para cualquier valor que tomen las incógnitas.
- Sistema **compatible indeterminado**. Hay un número infinito de soluciones. Se reconocen porque al triangularizar obtenemos una expresión del tipo 0=0.

<u>Ejemplo 1</u>:

$$\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y-3z=2 \\ 3x+6y+12z=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 5y-5z=0 \\ 9y-9z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 5y-5z=0 \\ 0=1 \end{cases}$$ (Sistema incompatible)

$F_2=F_2-2F_1$
$F_3=F_3-3F_1$

$F_3=5F_3-9F_2$

<u>Ejemplo 2</u>:

$$\begin{cases} x-y+z=1 \\ 2x+y-3z=3 \\ 3x+6y+12z=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 5y-5z=1 \\ 9y-9z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 5y-5z=1 \\ 0=0 \end{cases}$$ (Sistema compatible indeterminado)

$F_2=F_2-2F_1$
$F_3=F_3-3F_1$

$F_3=5F_3-9F_2$

En el caso de los sistemas compatibles indeterminados, para expresar el conjunto de soluciones, hay que utilizar un parámetro. En el ejemplo anterior:

$z=t;\quad t\in\Re$

$$\left.\begin{array}{r}5y-5z=1\\ z=t\end{array}\right\}\Rightarrow 5y-5t=1\Rightarrow y=\frac{1+5t}{5}$$

$$\left.\begin{array}{r}x+y+z=3\\ y=\dfrac{1+5t}{5}\\ z=t\end{array}\right\}\Rightarrow x+\frac{1+5t}{5}+t=3\Rightarrow 5x+1+5t+5t=15\Rightarrow 5x=14-10t\Rightarrow x=\frac{14-10t}{5}$$

Inecuaciones con una incógnita

Las inecuaciones son desigualdades entre dos expresiones algebraicas. Son similares a las ecuaciones pero en vez del signo “=” aparece un signo de desigualdad: <, >, ≤ o ≥

Inecuaciones lineales

Las inecuaciones lineales se resuelven de manera similar a las ecuaciones, con la única diferencia de que al cambiar de signo la inecuación, también cambia el sentido de la desigualdad.

Ejemplo 1:

$$(3-2x)\cdot 7\leq\frac{x-2}{4}\ \Leftrightarrow\ 21-14x\leq\frac{x-2}{4}\ \Leftrightarrow\ 84-56x\leq x-2\ \Leftrightarrow\ -57x\leq -86\ \Leftrightarrow\ 57x\geq 86\ \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\ x\geq\frac{86}{57}$ por tanto la solución será el intervalo $\left[\frac{86}{57},+\infty\right)$

Cabe observar que en las inecuaciones las soluciones suelen ser intervalos o conjuntos formados por uniones de intervalos.

Ejemplo 2:

$$2x-3>\frac{3x+1}{-4}\ \Leftrightarrow\ -8x+12<3x+1\ \Leftrightarrow\ -11x<-11\ \Leftrightarrow\ 11x>11\ \Leftrightarrow\ x>1$$

Nótese que en el primer paso cambia el sentido de la desigualdad, ya que al multiplicar la inecuación por -4 estamos cambiando el signo.

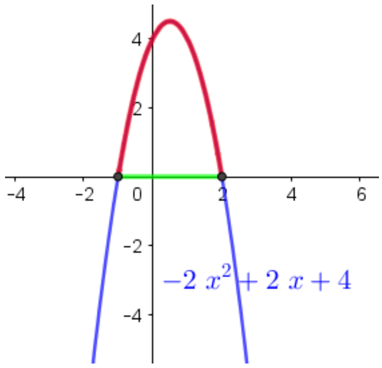
Inecuaciones de segundo grado

Las inecuaciones de segundo grado pueden reducirse a una expresión de la forma $ax^2+bx+c>0$ (en vez del signo “>” puede aparecer “<”, “≤” o “≥”).

Geométricamente la expresión $y=ax^2+bx+c$ se corresponde con una parábola en el plano.

Ejemplo:

Para resolver la inecuación $-2x^2+2x+4>0$ representamos la gráfica de la parábola $y=-2x^2+2x+4$



La solución a la inecuación $-2x^2+2x+4>0$ serán los puntos del dominio para los cuales la gráfica esté por encima del eje, en este caso el intervalo **(-1,2)**.

Para obtener la solución de la ecuación es fundamental calcular primero los puntos de corte con el eje x.

Inecuaciones polinómicas

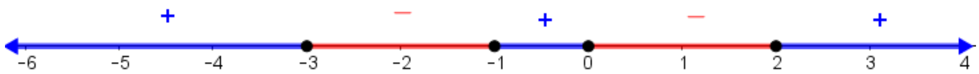
Las inecuaciones polinómicas son una generalización de las inecuaciones de segundo grado, la diferencia es que en vez de trabajar con polinomios de grado 2, tenemos que hacerlo con polinomios de cualquier grado.

$x^4+2x^3-5x^2-6x\leq 0$

En este caso lo primero que debemos hacer es factorizar el polinomio.

$x^4+2x^3-5x^2-6x=x(x-2)(x+1)(x+3)$

Ahora marcamos las raíces en la recta real y estudiamos el signo del polinomio en cada intervalo (bien dando valores al polinomio o bien, estudiando el signo de cada factor y aplicando la regla de signos).



	(-∞,-3)	(-3,-1)	(-1,0)	(0,2)	(2,+∞)
x	-	-	-	+	+
(x-2)	-	-	-	-	+
(x+1)	-	-	+	+	+
(x+3)	-	+	+	+	+
$x^4+2x^3-5x^2-6x$	+	-	+	-	+

La solución de la inecuación $x^4+2x^3-5x^2-6x\leq 0$ será el conjunto $(-\infty,-3]\cup[-1,0]\cup[2,+\infty)$

Nótese que en ester caso las raíces del polinomio están incluidas en la solución. No sería así en la inecuación $x^4+2x^3-5x^2-6x<0$, donde la solución sería $(-\infty,-3)\cup(-1,0)\cup(2,+\infty)$

Inecuaciones racionales

Las inecuaciones racionales son aquellas en las que aparece la incógnita en el denominador. Lo primero que hemos de hacer es reducirlas a una expresión de la forma $\frac{p(x)}{q(x)}>0$ (en vez de “>” puede ser otro signo desigualdad)

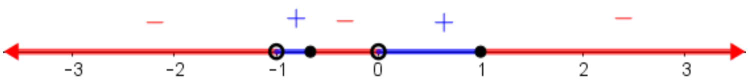
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}\geq\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x+1)}{2x(x+1)}+\frac{2x}{2x(x+1)}\geq\frac{3x(x+1)}{2x(x+1)} \Leftrightarrow \frac{2(x+1)+2x-3x(x+1)}{2x(x+1)}\geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{-3x^2+x+2}{2x(x+1)} \geq 0$$

Lo siguiente es factorizar los polinomios de la fracción (el de abajo ya está factorizado)

$$\frac{-1\cdot(x-1)(3x+2)}{2x(x+1)} \geq 0$$

Ahora, al igual que con las inecuaciones polinómicas, marcamos las raíces de los polinomios en la recta real y estudiamos el signo de la expresión



con lo que obtenemos la solución sería el conjunto $\left(-1,-\frac{2}{3}\right] \cup (0,1]$

Cabe observar, que en este tipo de inecuaciones, las raíces del denominador nunca pueden formar parte de la solución.

Sistemas de inecuaciones

Para resolver un sistema de ecuaciones tan solo tenemos que resolver cada inecuación de manera independiente. La solución del sistema será la intersección de todas las soluciones.

$$\begin{cases} 2x-2>4 \\ x-1\leq 3 \end{cases}$$

$2x-2>4 \quad \Leftrightarrow \quad 2x>6 \quad \Leftrightarrow \quad x>3 \longrightarrow$ la solución de esta inecuación es (3,+∞)

$x-1\leq 3 \quad \Leftrightarrow \quad x\leq 4 \longrightarrow$ la solución aquí es (-∞,4]

La solución del sistema será $(3,+\infty)\cap(-\infty,4]=\mathbf{(3,4]}$

Inecuaciones con dos incógnitas

Las soluciones de una inecuación de una incógnita era un conjunto de números reales que se podía representar en la recta.

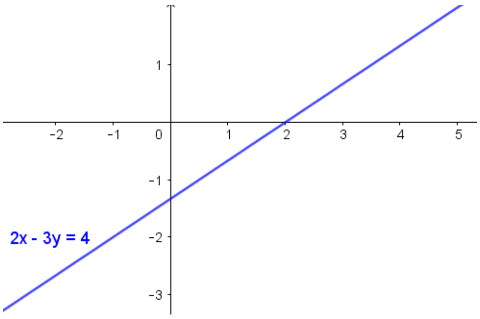
Las soluciones de una ecuación con dos incógnitas, será un conjunto de pares de números que habrá que representar en el plano, asociando cada solución (pareja de números) con las coordenadas de un punto.

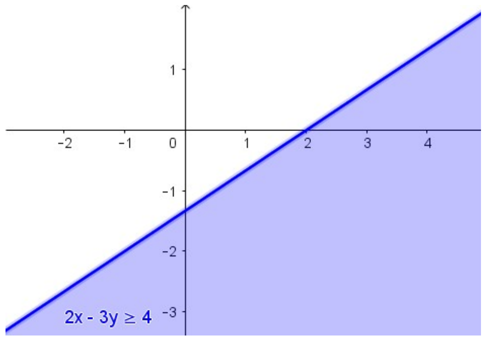
Inecuaciones lineales con 2 incógnitas

$$2x-3y\geq 4$$

En una inecuación lineal de dos incógnitas, las soluciones forman un semiplano. La ecuación de recta que limita dicho semiplano se obtiene sustituyendo el signo de la inecuación por un "="

En este caso la recta que limita la región será $2x-3y=4 \Leftrightarrow 3y=2x-4 \Leftrightarrow y=\frac{2x-4}{3}$, la cual representamos en el plano.



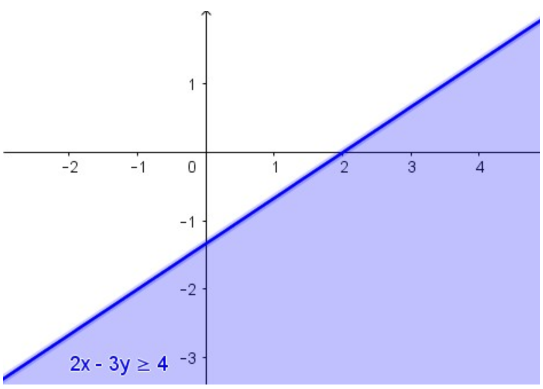


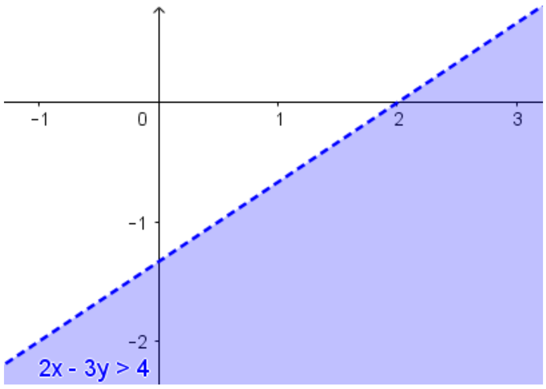
La recta separa el plano en dos regiones, para saber cuál es la solución, elegimos un punto de una de ellas y comprobamos si cumple la inecuación. En nuestro caso probamos con el (0,0)

$2\cdot 0-3\cdot 0=0<4$ con lo que no cumple $2x-3y\geq 4$

Así pues, el (0,0) no forma parte de la solución y esta ha de ser la otra región delimitada por la recta 2x-3y=4

Observación: si la recta frontera forma parte de la solución, esta se representa con trazo continuo. En caso contrario se representa con trazo discontinuo.

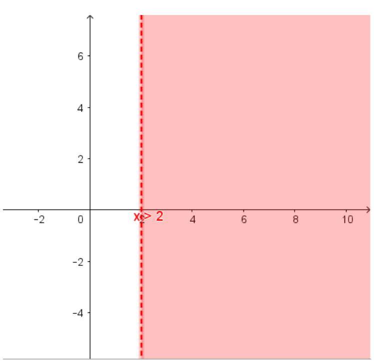


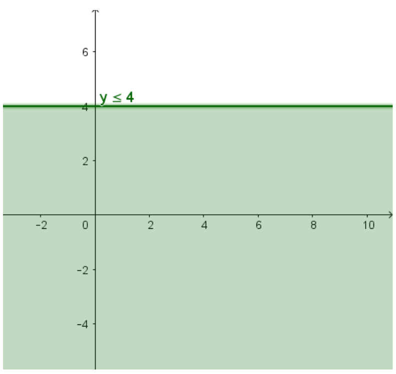


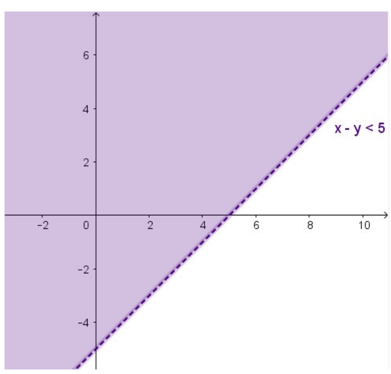
Sistemas de inecuaciones lineales con 2 incógnitas

En estos sistemas se procede de forma análoga a los ya estudiados. Para cada una de las inecuaciones, se representa la región solución. La intersección de todas esas regiones será la solución del sistema.

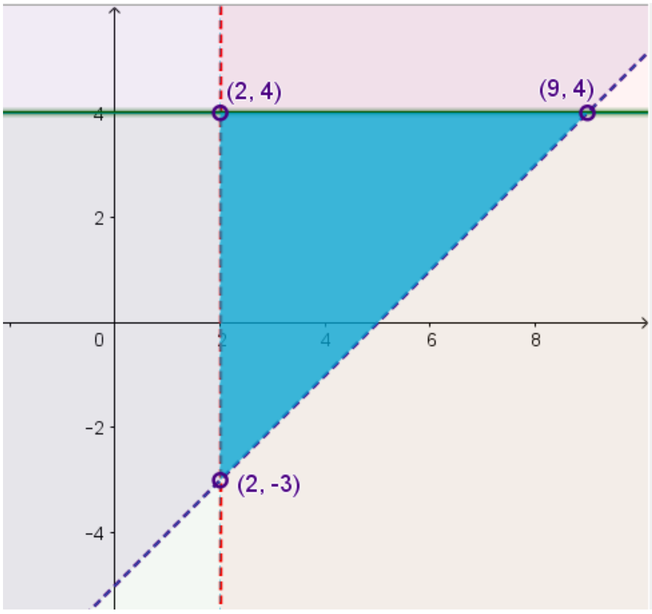
$$\begin{cases} x>2 \\ y\leq 4 \\ x-y<5 \end{cases}$$







Solución del sistema



Observación: para la correcta representación de la solución es importante representar las rectas con precisión y calcular las coordenadas de los vértices de la región (puntos de corte de cada par de rectas).