

EJERCICIOS DE TRIGONOMETRÍA (I)

➤ CAMBIOS DE UNIDADES

EJERCICIO 1 : Expresa en radianes las medidas de los siguientes ángulos:

- a) 45° b) 120° c) 690° d) 1470°

EJERCICIO 2 : Expresa en grados los siguientes ángulos:

- a) 3 rad b) 2,5 rad c) $\frac{7\pi}{2}$ rad d) $\frac{\pi}{5}$ rad

EJERCICIO 3 : Calcular $3\pi/4$ rad + 0,5 rectos + $50^\circ 40' 3''$ expresándolo en radianes.

➤ OPERAR CON ÁNGULOS CONOCIDOS

EJERCICIO 4 : Halla, sin utilizar la calculadora, el cuadrante y las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- a) 135° b) 450° c) 210° d) -60°

EJERCICIO 5 : Calcula, razonadamente, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- a) 1035° b) -3400° c) 10.000° d) 2700°

EJERCICIO 6 : Calcula los valores de las siguientes expresiones, sin calculadora:

- a) $2 \cdot \operatorname{tag} 30^\circ + 5 \cdot \operatorname{tag} 240^\circ - \cos 270^\circ$
b) $\cos 60^\circ + \sin 150^\circ + \sin 210^\circ + \cos 240^\circ$

EJERCICIO 7 : Calcular las razones trigonométricas de 120° .

EJERCICIO 8 : Sabiendo que $\sin 25^\circ = 0,42$, $\cos 25^\circ = 0,91$ y $\operatorname{tag} 25^\circ = 0,47$; halla, sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora, las principales razones trigonométricas de 155° y de 205° .

EJERCICIO 9 : Calcula las principales razones trigonométricas de 130° y de 230° , sabiendo que:

$\sin 40^\circ = 0,64$; $\cos 40^\circ = 0,77$ y $\operatorname{tg} 40^\circ = 0,84$

➤ CAMBIO DE CUADRANTES

EJERCICIO 10 : Sabiendo que $\sec \alpha = -4$ y $0 < \alpha < \pi$, calcular:

- a) $\operatorname{cosec} (3\pi/2 + \alpha)$ b) $\sin (\pi/2 - \alpha)$ c) $\operatorname{tag}(630^\circ - \alpha)$

EJERCICIO 11 : Sabiendo que $\sin \alpha = 2/3$ y $\pi/2 < \alpha < 3\pi/2$. Calcular:

- a) $\cos (3\pi/2 + \alpha)$ b) $\operatorname{tag} (\pi - \alpha)$

EJERCICIO 12 : Sabiendo que $\cos \alpha = -2/3$ y $\pi < \alpha < 2\pi$. Calcular, sin calculadora:

- a) $\cos (3\pi/2 - \alpha)$ b) $\operatorname{tag} (\pi + \alpha)$

EJERCICIO 13 : Sabiendo que $\cos 53^\circ = 0,6$. Calcular:

- a) $\cos 37^\circ$ b) $\sin 143^\circ$ c) $\operatorname{tag} 127^\circ$ d) $\operatorname{cotag} 233^\circ$ e) $\sec (-53^\circ)$

EJERCICIO 14 : Sabiendo que $\operatorname{tag} \alpha = 1/2$ y que $\pi < \alpha < 3\pi/2$, calcular:

- a) $\sin (\pi/2 + \alpha)$ b) $\cos (\pi + \alpha)$ c) $\operatorname{tag} (\pi/2 - \alpha)$ d) $\sec (360^\circ - \alpha)$

EJERCICIO 15 : Sabiendo que $\operatorname{cotag} \alpha = -2$ y que $\pi < \alpha < 2\pi$, calcular:

- a) $\cos(\pi/2 + \alpha)$ b) $\sin (\pi + \alpha)$ c) $\operatorname{cotag} (\pi/2 - \alpha)$

EJERCICIO 16 : Sabiendo que $\sin (\pi/2 + \alpha) = -1/3$. Calcular $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$ ($\alpha \in 2^\circ$ cuadrante)

EJERCICIO 17 : Hallar el valor de la expresión:
$$\frac{\sin(\pi/2 + x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x)}{\cos(-x) + \sin(-x)}$$

EJERCICIO 18 : Calcular el valor de la expresión: $\frac{\cot \alpha (\pi/2 - x) \cdot \sin(\pi/2 + x)}{2 \cdot \tan(\pi - \alpha)}$

EJERCICIO 19 : Hallar el valor de : $\frac{\tan(\pi - x) \cdot \cos(-x)}{\cot \alpha (\pi + x) \cdot \cos(\pi/2 - x)}$

➤ FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

EJERCICIO 20 : Sea $90^\circ < \alpha < 360^\circ$ tal que $\tan \alpha = 3/4$ calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante de : a) $\sin(x/2)$ b) $\tan(x + 3\pi/4)$

EJERCICIO 21 : Si $\cos x = -4/5$ y $\pi \leq x \leq 2\pi$ Calcular, sin utilizar la calculadora, el cuadrante y el valor de $\cos(x/2)$ y $\sin(2x)$

EJERCICIO 22 : Conociendo $\sin x = -3/5$ y sabiendo $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$, calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante de: a) $\tan(x - \pi/4)$ b) $\sin(x/2)$

EJERCICIO 23 : Si $\cos \alpha = -5/13$ y $180^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante al que pertenecen los siguientes ángulos. a) $\sin(2\alpha)$ b) $\tan(\alpha/2)$

EJERCICIO 24 : Si x es un ángulo comprendido entre $\pi/2$ y $3\pi/2$ y su seno vale $3/5$. Calcular, sin utilizar la calculadora, el $\sin(2x)$ y $\cos(x/2)$. Razona los signos.

EJERCICIO 25: Si $\sin x = -3/5$; $90^\circ \leq x \leq 270^\circ$. Calcular y razona en que cuadrante están:

- a) $\sin(x/2)$ b) $\cos(2x)$

EJERCICIO 26 : Sabiendo que $\pi/2 < \alpha < 3\pi/2$ y $\sin \alpha = 1/3$

- a) Hallar el cuadrante y el resto de razones trigonométricas de α
 b) Hallar el cuadrante y el valor del $\cos(2\alpha)$
 c) Hallar el cuadrante y el valor del $\sin(\alpha/2)$
 d) Hallar el cuadrante y el valor de $\tan(\alpha - \pi/4)$

EJERCICIO 27 : Sabiendo que $90^\circ < x < 270^\circ$ y $\sin x = -2/5$, hallar, sin utilizar calculadora, el cuadrante y el valor de : a) $\sin(2x)$ b) $\cos(x/2)$ c) $\cotg(x + 45^\circ)$

➤ SIMPLIFICAR

EJERCICIO 28 : Simplificar las siguientes expresiones trigonométricas

Simplificar las expresiones: a) $\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\cos a + \sin a}$ b) $\frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\sin^4 a - \cos^4 a}$ c) $\frac{1}{1 - \sin x} + \frac{1}{1 + \sin x} - 2$

➤ DEMOSTRAR IDENTIDADES

EJERCICIO 29 : Comprobar si son ciertas las siguientes identidades trigonométricas:

- a) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha$ b) $\tan x + \frac{1}{\tan x} = \tan x \cdot \frac{1}{1 - \cos^2 x}$
 c) $\cos^2 x + \sin^2 x + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ d) $1 + \frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$
 e) $\sin^2 a - \cos^2 b = \sin^2 b - \cos^2 a$ f) $\sin a \cdot \cos a \cdot \tan a \cdot \cotg a \cdot \sec a \cdot \operatorname{cosec} a = 1$

EJERCICIO 30 : Demuestra las siguientes igualdades:

- a) $\tan \alpha + \cotg \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$ b) $\cotg^2 a = \cos^2 a + (\cotg a \cdot \cos a)^2$ c) $\cotg a \cdot \sec a = \operatorname{cosec} a$
 c) $\frac{1}{\sec^2 a} = \sin^2 a \cdot \cos^2 a + \cos^4 a$ d) $\sec^2 a + \operatorname{cosec}^2 a = \frac{1}{\sin^2 a \cdot \cos^2 a}$ e) $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$
 f) $\sin^4 a - \cos^4 a = \sin^2 a - \cos^2 a$ g) $\sqrt{1 - \sin x} \cdot \sqrt{1 + \sin x} = \pm \cos x$
 h) $(1 + \cotg x)(1 - \tan x) = \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin x \cdot \cos x}$ i) $\cotg(a + b) = \frac{\cotg a \cdot \cotg b - 1}{\cotg a + \cotg b}$
 d) $\cos^4 a - \sin^4 a = 2 \cos^2 a - 1$ e) $\sin b \cdot \cos(a - b) + \cos b \cdot \sin(a - b) = \sin a$

EJERCICIOS DE TRIGONOMETRÍA (II) (Soluciones en el aula virtual)

1. Calcula las razones de 15° , a partir de las de 45° y 30°
2. Calcula, sin usar la calculadora y en función de las razones de ángulos del primer cuadrante:
a) $\sin(105^\circ)$ b) $\cos(120^\circ)$ c) $\tan(15^\circ)$
3. Sabiendo que $\sin 18^\circ = 0.30$, halla: a) $\sin 72^\circ$ b) $\tan 162^\circ$
4. Sabiendo que $90^\circ < x < 270^\circ$ y $\sin x = -2/5$, hallar, sin utilizar calculadora, el cuadrante y el valor de :
a) $\sin(2x)$ b) $\cos(x/2)$ c) $\cotg(x + 45^\circ)$
5. Sabiendo que $\sin \alpha = 0.3$ y que α es agudo ; y que $\sin \beta = 0.6$ y β es obtuso, calcular las razones trigonométricas de:
a) $\alpha + \beta$ b) $\alpha - \beta$ c) 2α d) $\frac{\beta}{2}$
6. Calcula el $\sin(2\alpha)$ sabiendo que α es un ángulo del tercer cuadrante y que $\sin \alpha = \frac{-12}{13}$ **Sol: 0'71**
7. Calcula el $\cos 46^\circ$, sabiendo que el $\sin 23^\circ = 0.39$. **Sol: 0.6958**
8. Calcula el valor de: a) $\cos 195^\circ - \cos 75^\circ$ b) $\sin 195^\circ + \sin 75^\circ$
9. **Desarrollar: $\cos(x+y+z)$**
10. **Calcula el $\sin 3x$, en función de $\sin x$.**
11. Expresa las razones de 4α en función de las razones de α .
12. **Calcula el $\sin x$, $\cos x$ y $\tg x$; en función de $\tg x/2$.**

➤ ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1.- Calcular todos los valores de x , $0 \leq x \leq 360^\circ$, que satisfacen las siguientes ecuaciones:

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------------|
| a) $\sin x = 0$ | b) $\sin x = -1$ | c) $\sin x = 1$ | d) $\cos x = 0$ |
| e) $\cos x = \frac{1}{2}$ | f) $\sin x = -\frac{1}{2}$ | g) $\tg x = -1$ | h) $\tg x = \sqrt{3}$ |

2.- Obtener los valores de x que verifican las siguientes expresiones:

- a) $\sin x = -0'5807$; $180^\circ < x < 270^\circ$ b) $\cos x = 0'76824$: $270^\circ < x < 360^\circ$ c) $\tg x = -1'93339$; $90^\circ < x < 180^\circ$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

- | | | | | |
|-----------------------------------|--|--|----------------------------------|------------------|
| a) $\sin x = 1$ | b) $\cos x = -1$ | c) $\tan x = \sqrt{3}$ | d) $\sin x = -1$ | e) $5\sin x = 2$ |
| f) $2\cos^2 x = \cos 2x$ | g) $\sin x + \cos x = 0$ | h) $1 + \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$ | | |
| i) $\tg^2 x - 3\tg x + 2 = 0$ | j) $\cos 2x = 1 + 4\sin x$ | k) $\sin(2x) - \sin x = 0$ | | |
| l) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ | m) $\cos(3x - \frac{\pi}{4}) = \frac{-1}{2}$ | n) $\sin(4x + \frac{\pi}{2}) = \frac{-1}{2}$ | | |
| o) $\sin(3x) - \sin 30^\circ = 0$ | p) $\sin x = 1 + 2\cos^2 x$ | q) $6\cos^2 x + 6\sin^2 x = 5 + \sin x$ | | |
| r) $\sec x + \tan x = 0$ | s) $\tan(x + 20^\circ) = 1$ | t) $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = -1$ | u) $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = 0$ | |

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|---|
| a) $2\tg x - 3\cotg x - 1 = 0$ | m) $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$ | n) $\sin^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$ |
| o) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$ | p) $\sin 2x = \cos 60^\circ$ | q) $\sin(2x + 60^\circ) + \sin(x + 30^\circ) = 0$ |
| r) $2\cos x = 3\tg x$ | s) $4\sin \frac{x}{2} + 2\cos x = 3$ | t) $\sin 2x \cdot \cos x = 6\sin^3 x$ |

5.- Resuelve los sistemas de ecuaciones trigonométricas:

$$a) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1 \\ \operatorname{cotg}(x+y) = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \operatorname{sen} x \cdot \cos y + \cos x \cdot \operatorname{sen} y = 1 \\ \operatorname{sen} x \cdot \cos y - \cos x \cdot \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$$

EJERCICIOS DE REPASO (Soluciones en el aula virtual)

1) Expresa en grados sexagesimales los ángulos: a) 3 rad b) $2\pi/5$ rad. c) $3\pi/10$ rad.

2) Expresa en radianes los ángulos: a) 316° b) 10° c) 127°

3) Si $\cos \alpha = -0.6$ y α es del segundo cuadrante, calcula el seno y el coseno del ángulo

Sol. $\operatorname{sen} 2\alpha = -0.96$, $\cos 2\alpha = -0.28$

4) Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, y que $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

5) Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 2$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .

6) Sabiendo que $\sec \alpha = 2$, $0 < \alpha < \pi/2$, calcular las restantes razones trigonométricas.

7) Calcula las razones de los siguiente ángulos, reduciéndolos a ángulos del primer cuadrante:

a) 225° b) 330° c) -150° d) -840 e) 1740° f) 2655°

8) Simplificar las fracciones:

$$a) \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{cotg}^2 x}$$

$$b) \frac{\sec^2 a - \cos^2 a}{\operatorname{tg}^2 a}$$

$$c) \frac{\operatorname{cosec}^2 a - \operatorname{sen}^2 a}{\operatorname{cosec}^2 a \cdot (2 - \cos^2 a)}$$

$$d) \frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$e) \frac{\operatorname{sen} 2a}{1 - \cos^2 a} \cdot \frac{\operatorname{sen} 2a}{\cos a}$$

$$f) \frac{\operatorname{sen} 3a - \operatorname{sen} 5a}{\cos 3a + \cos 5a}$$

9) Comprueba si son ciertas las identidades siguientes:

$$a) \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$b) \sec^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1) + \operatorname{tg}^2 \alpha = 0$$

$$c) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{cotg}(-\alpha) + 1 = 0$$

$$d) \cos(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{sen}(\alpha)$$

$$e) \operatorname{sen}(180^\circ + \alpha) = -\operatorname{sen}(\alpha)$$

$$f) \operatorname{sen} x \cdot \cos x (\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x) = 1$$

$$g) \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha = \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$h) \frac{\operatorname{tg} A}{\operatorname{tg}(2A) - \operatorname{tg} A} = \cos(2A)$$

10) Comprobar las identidades:

$$a) \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$$

$$b) \operatorname{sen}(x+y) \cdot \operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 y$$

$$c) \cos(x+45^\circ) \cdot \cos(x-45^\circ) = \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$d) \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5 \cos x + 1}{2}$$

$$e) \cos x + 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = 1$$

$$f) \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} = \frac{4 + 4 \cos x}{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}$$

11) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$a) \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$$

$$b) 2 \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + 1 = 0$$

$$c) 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x - 6 \operatorname{sen}^3 x = 0$$

$$d) \cos(2x + 20^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$e) 3 \sec x - 2 \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tg} x = -3$$

$$f) \operatorname{sen}^2 x + \frac{1}{\sec x} = \frac{5}{4}$$

12) Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$a) \cos 2x = 3 \operatorname{sen} x - 1$$

$$b) \operatorname{sen}^2 x = 1 + \cos^2 x$$

$$c) (\operatorname{sen}^2 x) - 1 = 2 \cos^2 x$$

$$d) \operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + 2 \operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$e) 2 - 4 \cos^2 x = 2 \operatorname{sen} x$$

$$f) \cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

$$g) \operatorname{sen}(x + 45^\circ) + \operatorname{sen}(x - 45^\circ) = 1$$

$$h) \cos^2 \frac{x}{2} \cos x = \frac{1}{4}$$

$$i) \cos 2x + \cos^2 x = 2$$

$$j) \cos(6x) + \cos(8x) = -\sqrt{3} \cdot \cos x$$

$$k) \cos 5x + \cos 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 4x$$