Tema 6: Los vectores en el plano.

- Puntos: $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$
- Vector: $\vec{AB} = B - A = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$
- Módulo: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

- Bases:

$$B = \{\vec{u}, \vec{v}\} = \{(u_1, u_2); (v_1, v_2)\}$$

$\vec{w} = a \cdot \vec{u} + b\vec{v} \Rightarrow (a, b)$ coordenadas del vector $\vec{w}$ respecto a la base B

- Base ortogonal: Formada por vectores perpendiculares
- Base ortonormal: Formada por vectores perpendiculares y unitarios.

- Producto escalar:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

- Si la base es ortonormal:

$\vec{u}(u_1, u_2)$ $\vec{v}(v_1, v_2)$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

- Ángulo de dos vectores:

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

- Vector ortogonal a otro:

$\vec{u}(a,b) \Rightarrow \perp \vec{u}\,(-b,a)$

- Vector unitario

$\vec{u}(a,b) \Rightarrow$ Unitario de $\vec{u}$ $\left(\frac{a}{|\vec{u}|}, \frac{b}{|\vec{u}|}\right)$

- Punto medio de un segmento:

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$

$M: \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

- Puntos alineados:

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$

$\vec{AB}$; $\vec{BC}$ proporcionales

Tema 7: Ecuaciones de la recta

- Ecuaciones de la recta: $A(x_0, y_0)$ $\vec{v}(v_1, v_2)$

* Ecuación vectorial:

$(x,y) = (x_0, y_0) + \lambda (v_1, v_2)$ $\lambda \in \mathbb{R}$

* Ecuaciones paramétricas

$\begin{cases} x = x_0 + \lambda v_1 \\ y = y_0 + \lambda v_2 \end{cases}$ $\lambda \in \mathbb{R}$

* Ecuación continua

$\frac{x-x_0}{v_1} = \frac{y-y_0}{v_2}$

* Ecuación general o implícita

$$Ax+By+C=0$$

$\vec{n}(A,B)$ ⊥ al vector director

$\vec{v}(-B,A)$ vector director de la recta

* Ecuación explícita

$$y=mx+n$$

$\frac{v_2}{v_1}=m=tg\alpha \Rightarrow$ pendiente de la recta

$n \Rightarrow$ ordenada en el origen

* Ecuación punto-pendiente

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

* Ecuación segmentaria o canónica

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

- Posición relativa de dos rectas:

a) En forma general: $Ax+By+C=0$

$A'x+B'y+C'=0$

$\Rightarrow \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \Rightarrow$ secantes

$\Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \Rightarrow$ Paralelas

$\Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \Rightarrow$ Coincidentes

b) Forma explícita: $y = mx + n$
$y = m'x + n'$

$\Rightarrow m \neq m' \Rightarrow$ secantes

$\Rightarrow m = m'$ pero $n \neq n' \Rightarrow$ paralelas

$\Rightarrow m = m'$ y $n = n' \Rightarrow$ coincidentes

- Ángulo formado por dos rectas:

- Forma explícita: $y = mx + n$
$y = m'x + n$

$$tg\alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + m \cdot m'} \right|$$

* Para que sean $\perp$ (90°)

$$m = \frac{-1}{m'}$$

- Forma general: $r: Ax + By + C = 0$
$s: A'x + B'y + C = 0$

$\vec{n}_r = (A, B)$ $\quad \vec{u}_r = (-B, A)$

$\vec{n}_s = (A', B')$ $\quad \vec{u}_s = (-B', A')$

$$\cos(\widehat{rs}) = \cos(\vec{n}_r, \vec{n}_s) = \frac{|\vec{n}_r \cdot \vec{n}_s|}{|\vec{n}_r| \cdot |\vec{n}_s|}$$

El resultado es el mismo

$$\cos(\widehat{rs}) = \cos(\vec{u}_r, \vec{u}_s) = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{|\vec{u}_r| \cdot |\vec{u}_s|}$$

- Distancias:
  - De punto a punto:

    $d(A,B) = |\vec{AB}|$

  - De punto a recta: $P(x_0, y_0)$

    $r: Ax + By + C = 0$

    $$d(P,r) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

  - De recta a recta:
    - Secantes o coincidentes:

      $d(r,s) = 0$

    - Paralelas:

      $d(r,s) = d(P_r, s)$