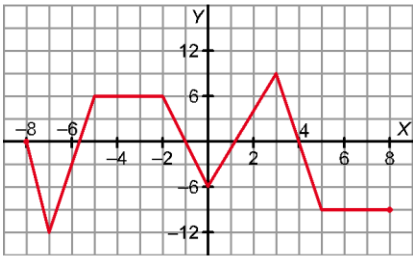
**Evaluación Bloque Funciones___Solución___4º ESO_____________ Opción B**

***Ejercicio nº 1.-***

**Observa la gráfica de la función y completa la siguiente tabla de valores:**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ***x*** | **−8** | **−6** | **−3** | **0** | **4** | **7** |
| ***y*** | $0$ | $-3$ | $6$ | $-6$ | $0$ | $-9$ |




**a) Indica el dominio y el recorrido de la función.**

- Dominio: $Dom = [-8,8]$
- Recorrido: $Rec = [-12,9]$

**b) ¿Tiene máximo y mínimo? Si es así, ¿cuáles son?**

- Máximo absoluto: $(3,9)$
- Mínimo absoluto: $(-7,-12)$
- Mínimo relativo: $(0,-6)$

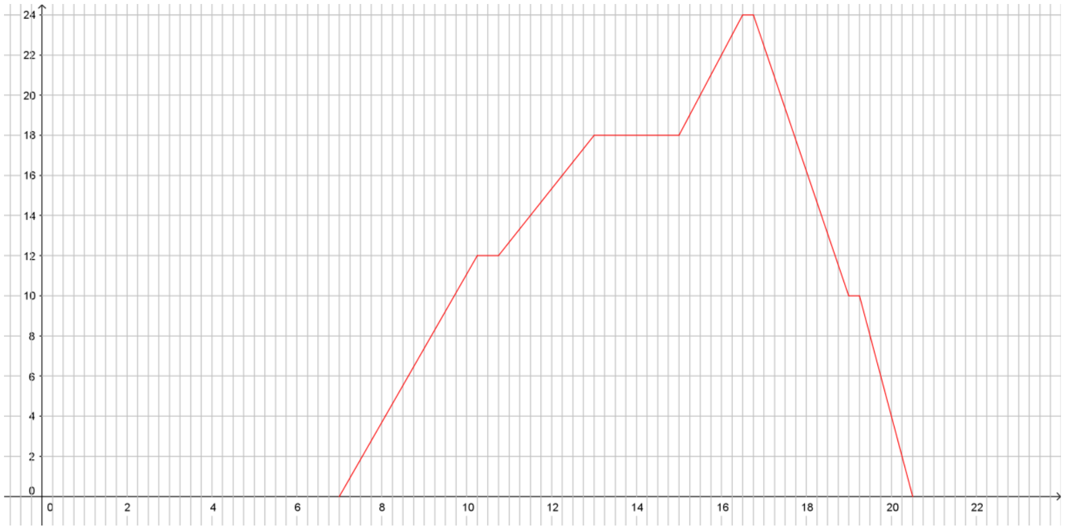
**c) ¿En qué intervalos la función crece, decrece o es constante?**

- Intervalo de crecimiento: $(-7,-5) \cup (0,3)$
- Intervalo de decrecimiento: $(-8,-7) \cup (-2,0) \cup (3,5)$
- Intervalo constante: $(-5,-2) \cup (5,8)$

***Ejercicio nº 2.-***

***Pablo y Victor deciden hacer una marcha de 24 km en un día. Salen a las 7 de la mañana del campamento base y durante 3 h y cuarto andan un trayecto de 12 km a un ritmo constante; deciden descansar durante media hora para reponer fuerzas. Hasta la una de la tarde continúan andando recorriendo, hasta ese momento, tres cuartas partes del trayecto total. Dos horas más tarde inician el último tramo del recorrido que realizan en hora y media, momento en el que descansan 15 minutos. Regresan al campamento base haciendo una parada de un cuarto de hora a 10 km del final; llegan al campamento a las 8 y media de la tarde.***

**Representa la gráfica** ***tiempo−distancia*****.**




***Ejercicio nº 3.-***

**Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:**

**a)** $y = \dfrac{x+2}{x^2 - 3x}$

El dominio de definición de una función racional serán los números reales excepto aquellos para los que se anule el denominador.

En este caso, el denominador se anula si:

$$x^2 - 3x = 0 \ \Rightarrow x \cdot (x-3) = 0 \ \Rightarrow x = 0 \ o \ x = 3$$

Por lo que $Dom\ y = \mathbb{R} \backslash \{0,3\}$

**b)** $y = \sqrt{-x^2 - x + 6}$

El dominio de definición de una función radical serán todos los valores de $x$ para los que el radicando es no negativo:

$$-x^2 - x + 6 = 0 \ \Leftrightarrow x = 2 \ o \ x = -3$$

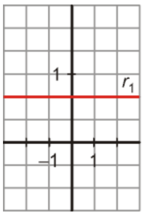
$-$ $\qquad$ $+$ $\qquad$ $-$

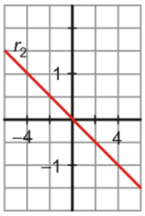
$-3$ $\qquad$ $2$

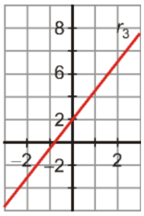
Por lo que $Dom\ y = [-3,2]$

***Ejercicio nº 4.-***

**Observando las gráficas, indica cuál es la ordenada en el origen de las siguientes rectas y halla la ecuación de cada una de ellas:**




La ordenada en el origen, que denotamos por $n$, es el valor de $y$ cuando $x = 0$.

- Para la 1ª recta, $r_1$: $n = 2/3$
- Para la 2ª recta, $r_2$: $n = 0$
- Para la 3ª recta, $r_3$: $n = 2$

Para hallar la ecuación de una recta, basta con tomar dos puntos por los que pasa, y formar un sistema de ecuaciones, teniendo en cuenta que la ecuación de la recta tiene la forma $y = mx + n$, con $m$ su pendiente y $n$ su ordenada en el origen.

En nuestro caso, como ya hemos calculado la ordenada en el origen, basta con tomar un único punto por el que pasa, distinto de aquel que nos da la ordenada en el origen ($x \neq 0$).

<u>Para la recta $r_1$</u>: como es una recta horizontal, tiene una forma especial, que es $y = n$, con $n$ la ordenada en el origen. En nuestro caso: $y = 2/3$

<u>Para la recta $r_2$</u>: pasa por el punto $(-4, 1)$, por lo que $1 = m \cdot (-4) + 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$, quedando la ecuación de la recta: $y = -\frac{1}{4}x$

Para la recta $r_3$: pasa por el punto $(-1{,}5, -2)$, por lo que $-2 = m \cdot (-1{,}5) + 2 \Rightarrow m = \frac{8}{3}$, quedando la ecuación de la recta: $y = \frac{8}{3}x + 2$

***Ejercicio nº 5.-***

**Representa gráficamente la parábola *y* = *x*$^2$ − 4*x* + 3.**

Para representar gráficamente una parábola, recordemos que debemos hallar: el vértice, los puntos de corte con los ejes, y podemos complementar con una tabla de valores.

Vamos a ello:

- Vértice, $V = (V_x, V_y)$:

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

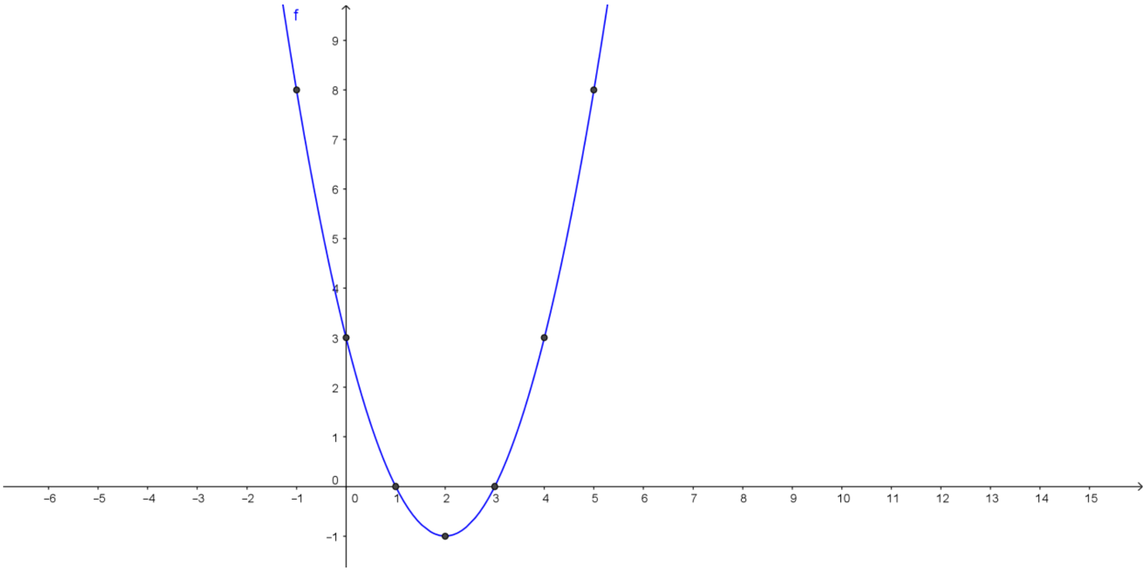
$$V_y = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

$$V = (2, -1)$$

- Puntos de corte :
  - Eje $x$ $(y = 0)$ : $0 = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \begin{cases} 3 \Rightarrow (3, 0) \\ 1 \Rightarrow (1, 0) \end{cases}$
  - Eje $y$ $(x = 0)$ : $y = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3 \Rightarrow (0, 3)$
- Tabla de valores:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 4 | 3 |
| −1 | 8 |
| 5 | 8 |

Representemos gráficamente:




***Ejercicio nº 6.-***

**Representa esta función:**

$$f(x)=\begin{cases} -2 & \text{si} \quad x\leq -1 \\ -2x^2+5 & \text{si} \quad -1<x\leq 1 \\ 3 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

Para representar una función definida a trozos, primero dividimos el plano en secciones, y en cada sección representamos la función correspondiente.

En nuestra primera sección (valores de $x \leq -1$), debemos representar gráficamente $y = -2$, que es una recta horizontal.

Lo mismo ocurre en la tercera sección (valores de $x > 1$), donde representaremos la recta (horizontal) $y = 3$.

Para la sección central (valores de $x$ comprendidos en el intervalo $(-1, 1]$), debemos dibujar una parábola. Al igual que en el ejercicio anterior:

- Vértice, $V = (V_x, V_y)$:

$$V_x = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{2\cdot(-2)} = 0$$

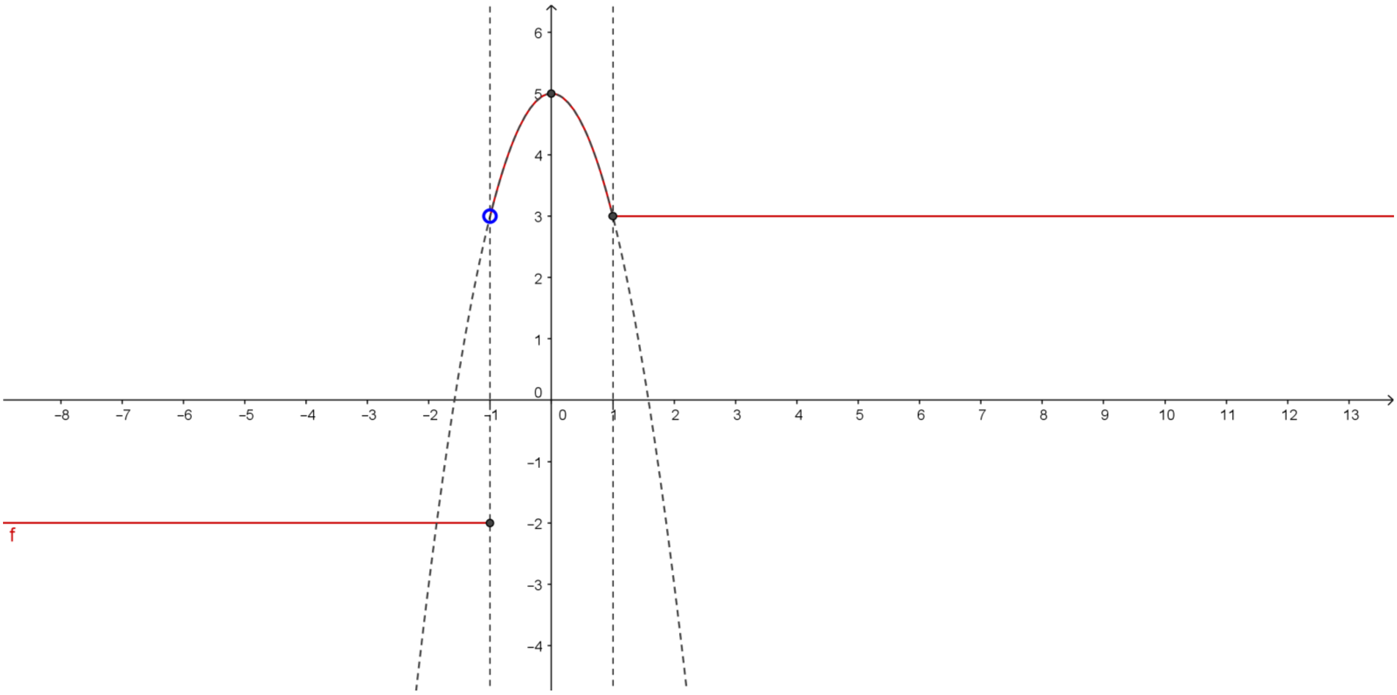
$$V_y = -2\cdot(0)^2 + 5 = 5$$

$$V = (0, 5)$$

- Puntos de corte :
  - Eje $x$ $(y = 0)$ : $0 = -2x^2 + 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \begin{cases} +\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow \left(+\sqrt{\frac{5}{2}}, 0\right) \\ -\sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow \left(-\sqrt{\frac{5}{2}}, 0\right) \end{cases}$
  - Eje $y$ $(x = 0)$ : $y = -2\cdot(0)^2 + 5 = 5 \Rightarrow (0, 5)$
- Tabla de valores:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $1$ | $3$ |
| $-1$ | $3$ |
| $2$ | $-3$ |

Representemos la función a trozos:



***Ejercicio nº 7.-***

**Representa las siguientes funciones:**

**a)** $y = |2x - 3|$

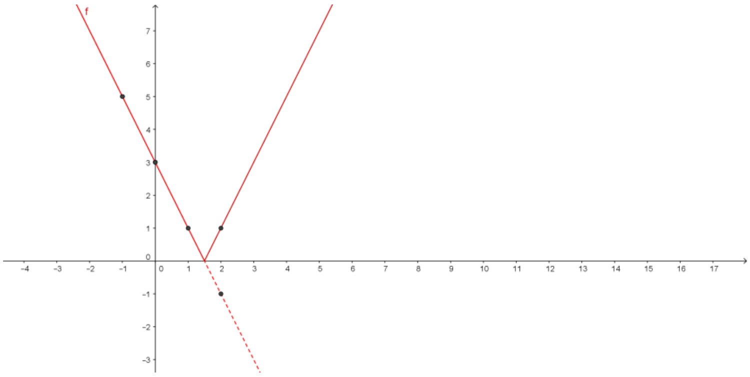
Para dibujar una función valor absoluto, podemos dibujar la función que esté dentro del valor absoluto y después aplicar una simetría respecto al eje $x$ del tramo de gráfica que quede "por debajo" del eje de abscisas.

Para dibujar la función sin tener en cuenta el valor absoluto, como es una recta, realizamos una tabla de valores:

$y = 2x - 3$:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $1$ | $-1$ |
| $-1$ | $-5$ |
| $0$ | $-3$ |
| $2$ | $1$ |

Representamos gráficamente, aplicando ya la técnica del valor absoluto:



**b)** $y = -\frac{1}{x-3}$

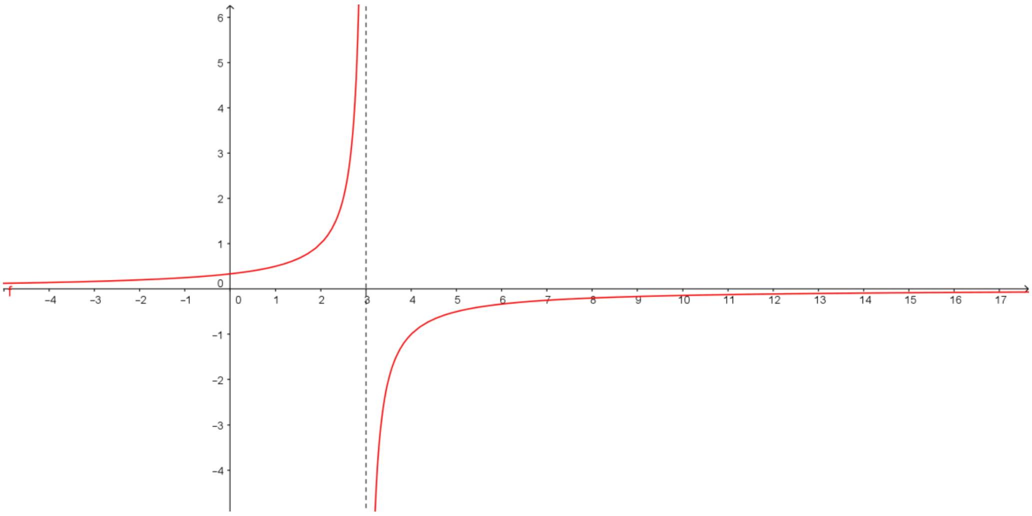
Para dibujar una función de proporcionalidad inversa, partimos del estudio de la función $y = \frac{k}{x}$, que es una hipérbola con las propiedades siguientes:

- Si $k > 0$, la hipérbola se encuentra en el primer y tercer cuadrante
- Si $k < 0$, la hipérbola se encuentra en el segundo cuadrante
- Para el valor de $x$ que anule el denominador, tendremos una **asíntota**. Además, ese valor de $x$ no pertenece al dominio.

Teniendo en cuenta esto, para nuestro ejercicio tendremos:

- Una hipérbola en el segundo y cuarto cuadrante
- Una asíntota para $x = 3$

Representemos gráficamente.



***Ejercicio nº 8.-***

**Representa las siguientes funciones:**

**a)** $y = 2\sqrt{x+1}$

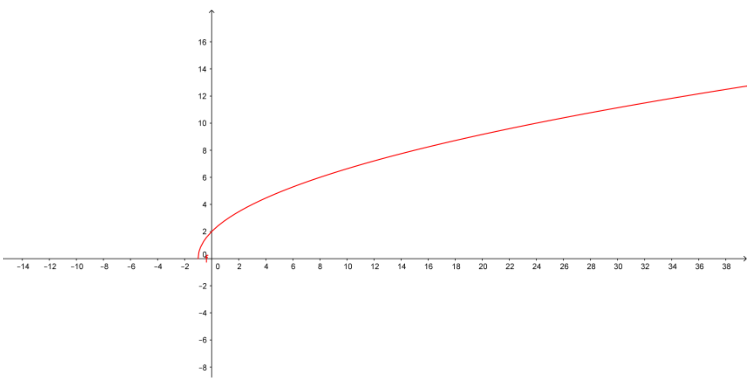
Para representar una función radical, partimos de la función radical genérica $y = k\sqrt{x}$, que recordemos que es una mitad de parábola, situada con eje de simetría el eje $x$ recordando los siguientes detalles:

- Si $k > 0$, tendremos la mitad superior de la parábola, mientras que si $k < 0$ tendremos la mitad inferior de dicha parábola.
- El dominio de definición de la función dependerá de lo que nos encontremos en el radicando (recordemos que si tenemos una raíz de índice par, necesariamente el radicando debe ser no negativo)

En nuestro caso, tendremos la parte superior de una parábola, y el dominio de definición será:

$$x + 1 \geq 0 \ \Rightarrow x \geq -1 \ \Rightarrow Dom\ y = [-1, +\infty)$$

Representemos gráficamente:



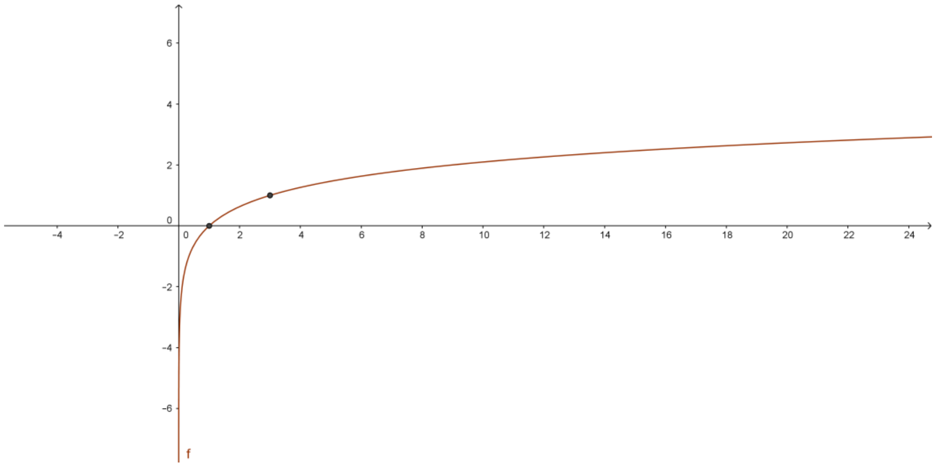
**b)** ***y = log$_3$ x***

Para representar una función logarítmica, partimos de la función general $y = \log_a x$, y recordemos:

- Pasa por los puntos $(a, 1)$, $(1, 0)$
- Es estrictamente creciente, y su dominio son los valores de $x$ mayores que $0$ (si tenemos una expresión distinta de $x$, tendremos que estudiar en qué intervalo o intervalos es positivo).

En nuestro caso, la función pasa por los $(3,1)$ y $(1, 0)$. Y su dominio de definición es: $Dom\ y = (0, +\infty)$.

Representemos:




***Ejercicio nº 9.-***

**Mario tiene que recorrer 600 km para llegar a la playa. Sabiendo que el tiempo que tarda en llegar es inversamente proporcional a la velocidad que lleva:**

**a) Haz una tabla en la que se refleje el tiempo que tarde si va a 75 km/h, 96 km/h,**

**100 km/h y 120 km/h.**

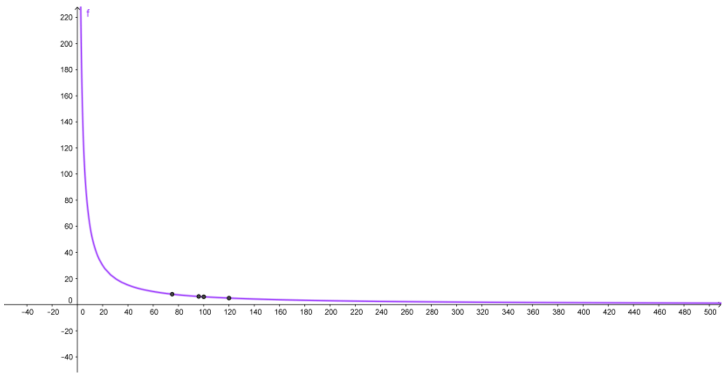
Recordemos, que para cualquier velocidad, tenemos que $e = \frac{v}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} \Rightarrow t = \frac{600}{v}$

Hagamos una tabla de valores:

| $v$ | $t$ |
|---|---|
| $75$ | $8$ |
| $96$ | $6{,}25$ |
| $100$ | $6$ |
| $120$ | $5$ |

**b) Representa la función *velocidad-tiempo*.**

Representamos los puntos recién calculados, unimos, y extendemos allá donde tiene sentido la función (no para valores no positivos de la velocidad):



***Ejercicio nº 10.-***

**Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:**

**a)** $y = \dfrac{1}{2x^3 - 2x^2 + 3x - 3}$

Para una función racional, el dominio de definición serán todos los números reales excepto las raíces del denominador.

Calculemos las raíces del denominador:

$$2x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$$

Utilizamos Ruffini:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | $-2$ | 3 | $-3$ |
| 1 | | 2 | 0 | 3 |
| | 2 | 0 | 3 | $\boxed{0}$ |

$\Rightarrow (x-1)\cdot(2x^2+3) = 0 \;\Rightarrow x = 1$

Por lo que $Dom\ y = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

**a)** $y = \sqrt{x^2 - 3x}$

El dominio de definición de una función radical serán todos los números que hacen no negativo el radicando; esto es:

$$x^2 - 3x \geq 0 \;\Rightarrow x\cdot(x-3) \geq 0$$

$+ \qquad\qquad - \qquad\qquad +$

$0 \qquad\qquad 3$

Por lo que $Dom\ y = (-\infty, 0]\ \cup [3, +\infty)$