

TEMA 8: GEOMETRÍA EN EL PLANO-3º ESO

Los polígonos son figuras planas, cerradas cuyos lados son segmentos.

Pueden clasificarse en :

Triángulo: 3 lados

Cuadrilátero : 4 lados.

Pentágono: 5 lados.

Hexágono : 6 lados.

Heptágono: 7 lados...

Octógono: 8 lados..

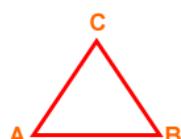
I. LOS TRIÁNGULOS:

Son polígonos de tres lados. Sus ángulos suman 180 grados.

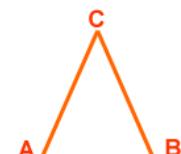
CLASIFICACIÓN TRIÁNGULOS:

1. Segundo sus lados:

a. **Equiláteros:** Tienen sus tres lados iguales.



b. **Isósceles :** Tienen dos lados iguales.

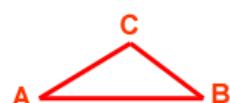


c. **Escaleno:** Tienen los tres lados distintos.

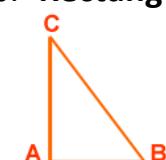


2. Segundo sus ángulos:

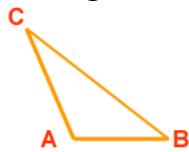
a. **Acutángulos:** Tienen sus tres ángulos agudos (es decir, menores de 90 grados)



b. **Rectángulos:** Tienen un ángulo recto (es decir, de 90 grados)

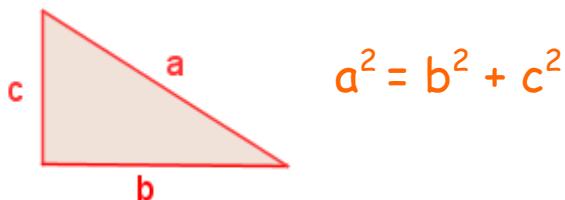


c. **Obtusángulos**: Tienen un ángulo obtuso (es decir, mayor de 90 grados)



TEOREMA DE PITÁGORAS

El teorema de Pitágoras da una relación entre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo:



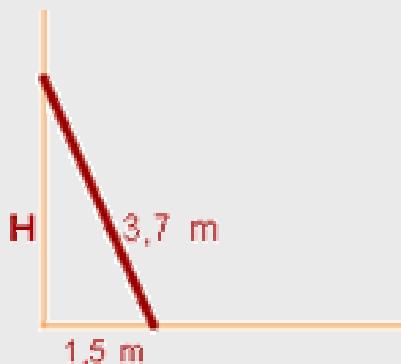
$$a^2 = b^2 + c^2$$



En todo triángulo rectángulo se verifica que **el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos**.

EJEMPLO DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Una escalera de 3,7 m de longitud se encuentra apoyada en una pared, quedando el pie a 1,5 m de la misma. ¿Qué altura alcanza la escalera sobre la pared?



$$H^2 + 1,5^2 = 3,7^2 ; H^2 = 3,7^2 - 1,5^2$$

$$H^2 = 13,69 - 2,25 = 11,44$$

$$H = \sqrt{11,44}$$

$$\mathbf{H = 3,38 \text{ m}}$$

II. LOS CUADRILÁTEROS

Pueden clasificarse en :

1. **PARALELOGRAMOS**: lados opuestos paralelos.
 - a. **CUADRADO**: los cuatro lados y ángulos son iguales.
 - b. **RECTÁNGULO**: los cuatro ángulos son iguales.
 - c. **ROMBO**: los cuatro lados son iguales.

d. **ROMBOIDE**: los lados opuestos son iguales.



2. **TRAPECIOS**: dos lados paralelos.

3. **TRAPEZOIDES**: Ningún lado paralelo.

Trapecios	Isósceles	Rectángulo	Escaleno
Dos lados paralelos			
Trapezoides			

III. POLIGONOS REGULARES DE 5 O MÁS LADOS:

Los polígonos regulares de 5 o más lados son polígonos cuyos lados y ángulos son iguales. Según el número de sus lados pueden ser:

Pentágono: 5 lados.

Hexágono : 6 lados.

Heptágono: 7 lados

Octógono: 8 lados

Eneágono: 9 lados

Decágono : 10 lados

Su área viene dada por :

$$\text{Área} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

Es decir, $A = \frac{P \cdot ap}{2}$, donde ap representa la apotema, es decir, la longitud del centro a la mitad de cada lado.

IV. FIGURAS CIRCULARES:

CÍRCULO: El **círculo** es la superficie del plano delimitada por una circunferencia.

SECTOR CIRCULAR : Es aquella parte del círculo delimitada por dos radios y el arco que delimitan.

CORONA CIRCULAR : Es la parte del círculo delimitado entre una circunferencia y una circunferencia interior concéntrica.

TRAPECIO CIRCULAR: Es la parte de la corona circular delimitada por 2 radios

SEGMENTO CIRCULAR: Es aquella parte del círculo delimitada por una cuerda y el arco que delimita.

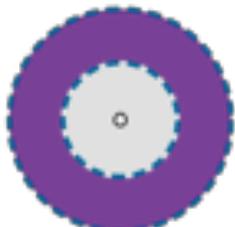
Sector circular



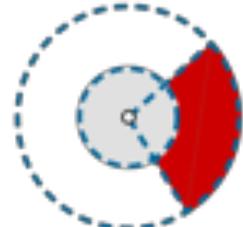
Segmento circular



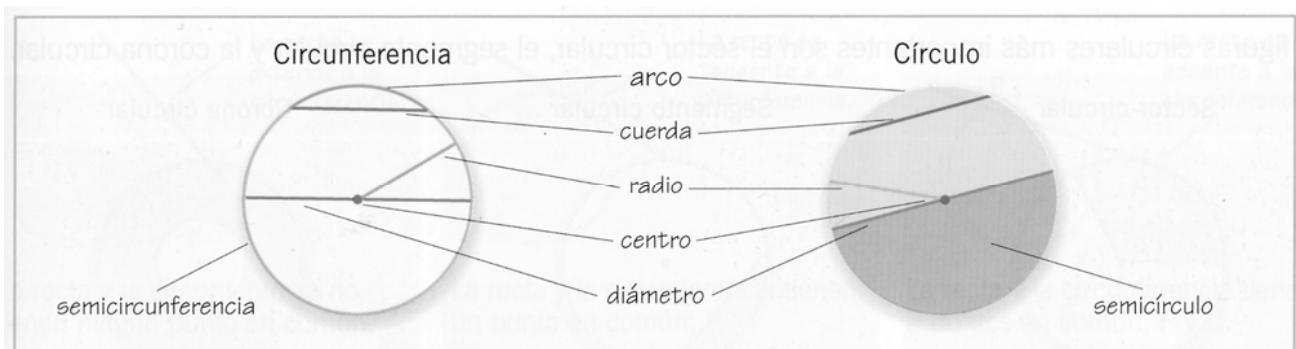
Corona circular



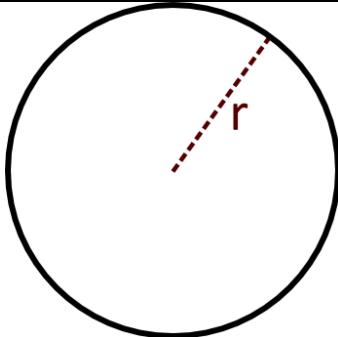
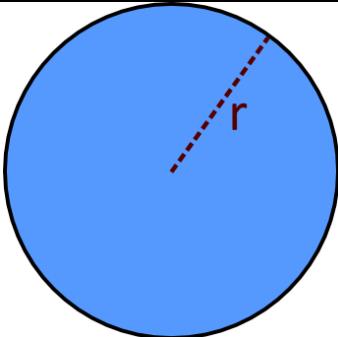
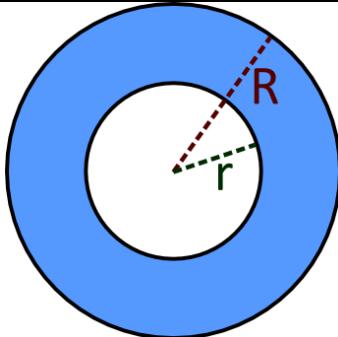
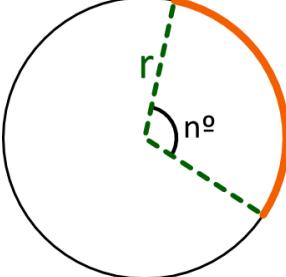
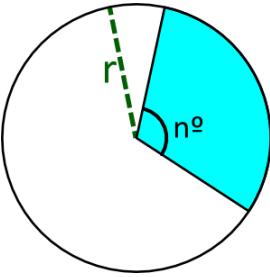
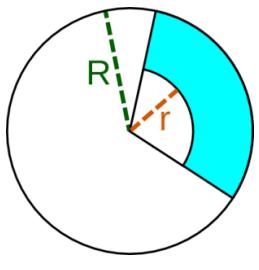
Trapecio circular



LA CIRCUNFERENCIA Y EL CÍRCULO. ELEMENTOS



ÁREAS DE LAS FIGURAS CIRCULARES

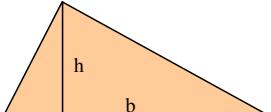
Longitud de la circunferencia	Área del círculo	Área de la corona circular
		
$L = 2 \cdot \pi \cdot r$	$A = \pi \cdot r^2$	$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
Longitud del arco de circunferencia	Área del sector circular	Área del trapecio circular
		
$L = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ}$	$A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ}$	$A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)}{360^\circ}$

V. FÓRMULAS DE LAS PRINCIPALES ÁREAS DE FIGURAS EN EL PLANO

FORMULARIO

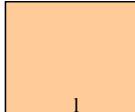
ÁREA DE POLÍGONOS

TRIÁNGULO



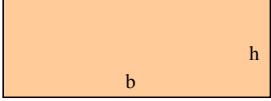
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

CUADRADO



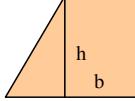
$$A = l \cdot l \quad A = l^2$$

RECTÁNGULO



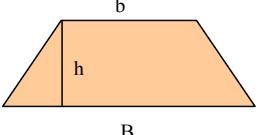
$$A = b \cdot h$$

ROMBOIDE



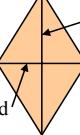
$$A = b \cdot h$$

TRAPEZIO



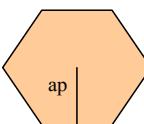
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

ROMBO



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

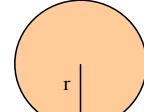
POLÍGONO REGULAR



$$A = \frac{p \cdot ap}{2}$$

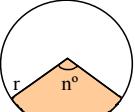
ÁREA DE FIGURAS CIRCULARES

CÍRCULO



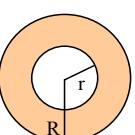
$$A = \pi \cdot r^2$$

SECTOR CIRCULAR



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360}$$

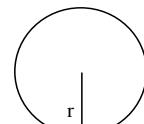
CORONA CIRCULAR



$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

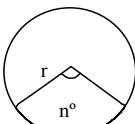
LONGITUDES

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA



$$L = 2 \cdot \pi \cdot r$$

LONGITUD DE UN ARCO



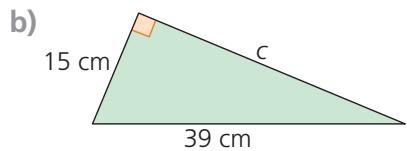
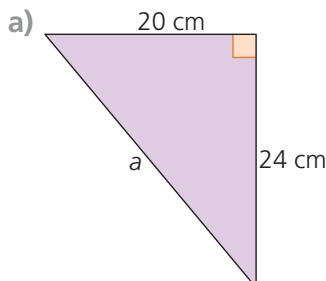
$$L_{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot n^\circ}{360}$$



EJERCICIOS RESUELTOS:

EJERCICIO 1 :

Halla el lado desconocido, el perímetro y el área de estos triángulos.



a) $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 24^2 + 20^2 = 576 + 400 = 976 \rightarrow a = \sqrt{976} = 31,24 \text{ cm}$

$$P = a + b + c = 31,24 + 24 + 20 = 75,24 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 24}{2} = 240 \text{ cm}^2$$

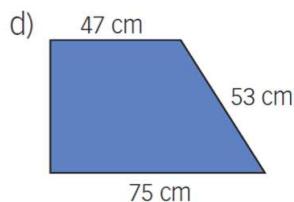
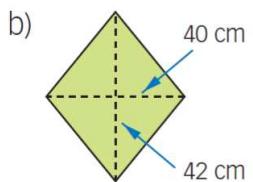
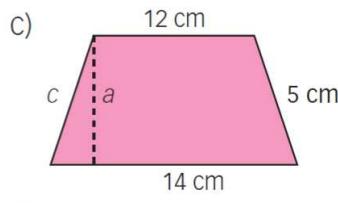
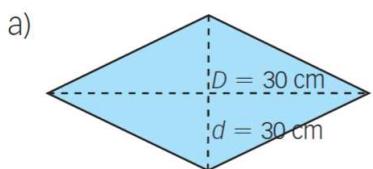
b) $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 39^2 = 15^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 39^2 - 15^2 = 1521 - 225 = 1296 \rightarrow c = \sqrt{1296} = 36 \text{ cm}$

$$P = a + b + c = 39 + 15 + 36 = 90 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 36}{2} = 270 \text{ cm}^2$$

EJERCICIO 2 :

Halla el área de las siguientes figuras:



a) $A = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450 \text{ cm}^2$

c) $5^2 = a^2 + 1^2 \rightarrow a = 4,9 \text{ cm}$

$$A = \frac{(14+12) \cdot 4,9}{2} = 63,7 \text{ cm}^2$$

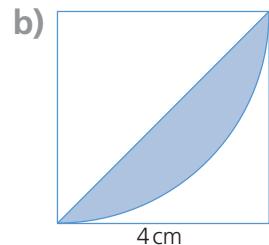
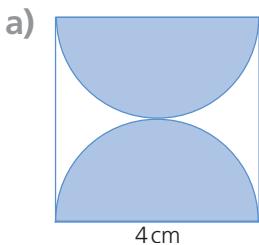
b) $A = \frac{40 \cdot 42}{2} = 840 \text{ cm}^2$

d) $53^2 = a^2 + 28^2 \rightarrow a = 45 \text{ cm}$

$$A = \frac{(75+47) \cdot 45}{2} = 2745 \text{ cm}^2$$

EJERCICIO 3:

Halla el área de las zonas coloreadas:

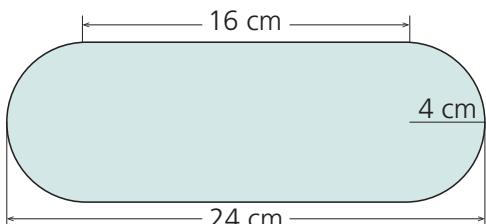


$$\text{a)} A_{\text{círculo}} = \pi \cdot 2^2 = 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ cm}^2$$

$$\text{b)} A = \frac{1}{4} A_{\text{círculo}} - \frac{1}{2} A_{\text{cuadrado}} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 4^2 = 3,14 \cdot 4 - 8 = 4,56 \text{ cm}^2$$

EJERCICIO 4 :

Halla el área de :



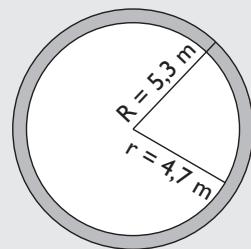
$$A_T = A_{\text{rectángulo}} + A_{\text{círculo}} = b \cdot h + \pi r^2$$

$$A_T = 16 \cdot 8 + 3,14 \cdot 4^2 = 128 + 50,24 = 178,24 \text{ cm}^2$$

EJERCICIO 5 :

Halla el área de una corona circular de radios 5,3 cm y 4,7 cm

Solución:



Área:

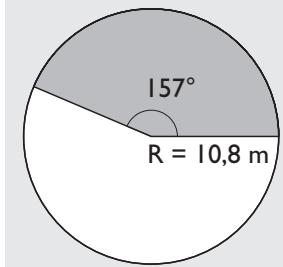
$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A = \pi(5,3^2 - 4,7^2) = \\ = 18,85 \text{ m}^2$$

EJERCICIO 6:

Halla el área de un sector circular de amplitud 157 grados y radio 10,8 m.

Solución:



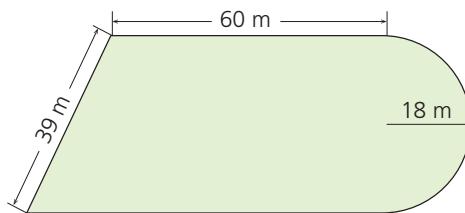
Área:

$$A = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n^\circ$$

$$A = \frac{\pi \cdot 10,8^2}{360^\circ} \cdot 157^\circ = \\ = 159,81 \text{ m}^2$$

EJERCICIO 7:

- Una parcela rústica tiene un precio de venta de 100 € por metro cuadrado. Averigua el precio total fijándote en la forma y las medidas que se representan en el dibujo.



$$A_T = A_{\text{triángulo}} + A_{\text{rectángulo}} + A_{\text{círculo}} = \frac{b \cdot h}{2} + b \cdot h + \pi r^2$$

Hallamos la base del triángulo.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 39^2 = 36^2 + c^2$$

$$\rightarrow c^2 = 39^2 - 36^2 = 1521 - 1296 = 225 \rightarrow c = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

$$A_T = \frac{15 \cdot 36}{2} + 60 \cdot 36 + 3,14 \cdot 18^2 = 270 + 2160 + 1017,36 = 3447,36 \text{ m}^2$$

EJERCICIO 8:

El área de un rombo es 150 dm² y una de sus diagonales mide 20 dm. Calcula la otra diagonal y el perímetro del rombo.

$$\left. \begin{array}{l} A = \frac{D \cdot d}{2} = 150 \text{ dm}^2 \\ D = 20 \text{ dm} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{20 \cdot d}{2} = 150 \rightarrow d = \frac{150 \cdot 2}{20} = 15 \text{ dm}$$

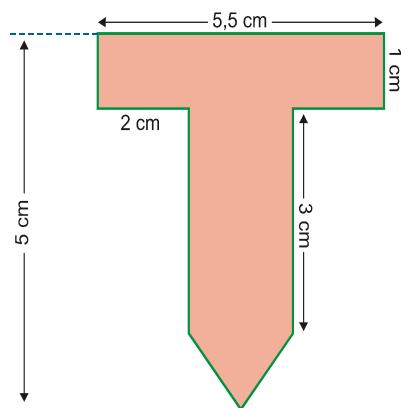
Se calcula el lado del rombo con ayuda del teorema de Pitágoras:

$$l^2 = 10^2 + 7,5^2 \rightarrow l = \sqrt{100 + 56,25} = 12,5 \text{ dm}$$

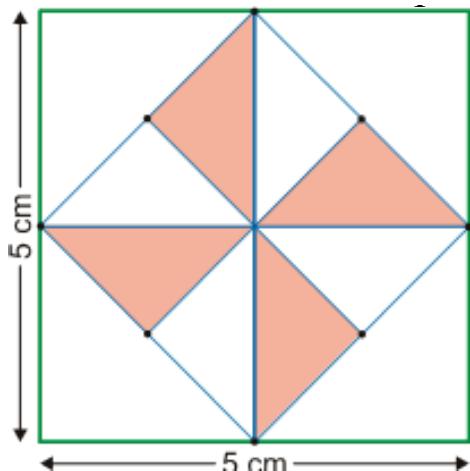
El perímetro es $4l = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ dm}$

EJERCICIOS PARA PRACTICAR :

- Calcula el área y el perímetro del siguiente rombo, cuyo lado es 5cm y su diagonal menor 6cm.
- Ana tiene un jardín rectangular de 500 metros de largo y de 300 metros de ancho. Quiere hacer una piscina circular de 100 metros de radio. ¿cuánto terreno le queda para el césped?
- Calcula el área y el perímetro de :

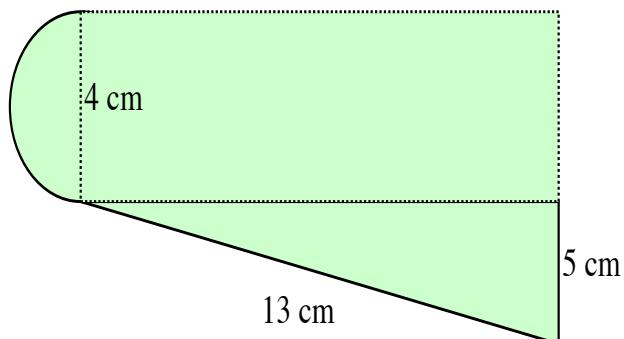


4) Halla el área de la zona coloreada:

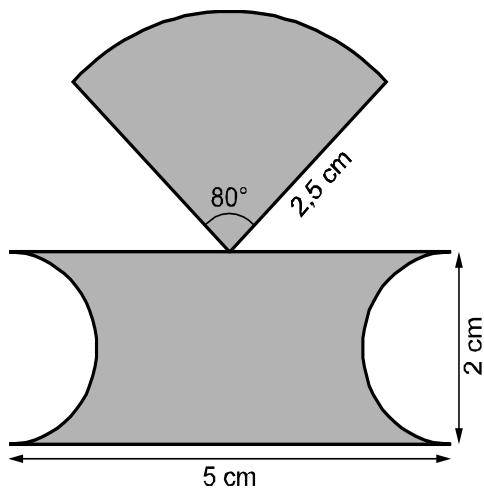


5) Un jardín tiene la forma del dibujo.

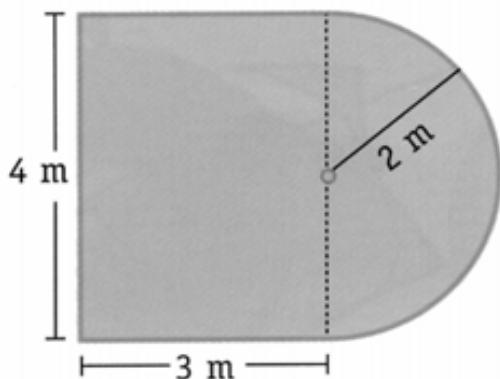
- ¿Cuántos metros se necesitan para vallarlo?
- ¿Cuántos metros cuadrados de césped se pueden poner en él?



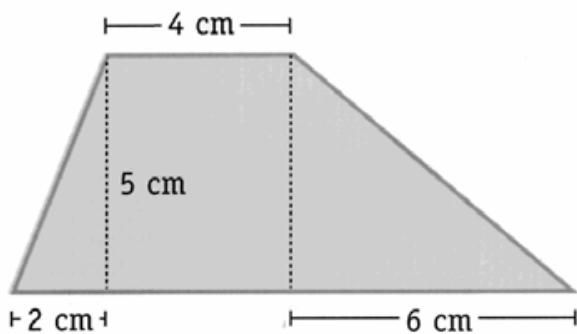
6) Calcula el área de :



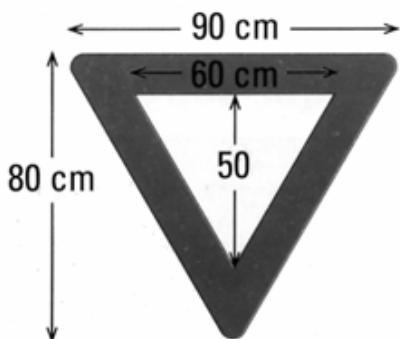
7) Este es el plano del jardín de Nicolás. ¿cuántos metros de alambre necesita para vallarlo?. Cuál es el área del jardín.



8) Halla el área y el perímetro del siguiente trapecio:



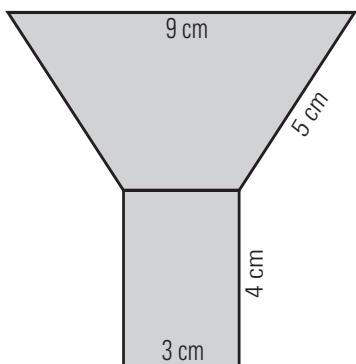
9) Calcula el área de la superficie pintada de esta señal de tráfico:



10) Calcula el área y el perímetro de una corona circular de radios 10 cm y 20 cm.

11) Juan vende una finca hexagonal de lado 90 metros a 15 euros el metro cuadrado. ¿A qué precio vende la finca?

12) Halla el área de :

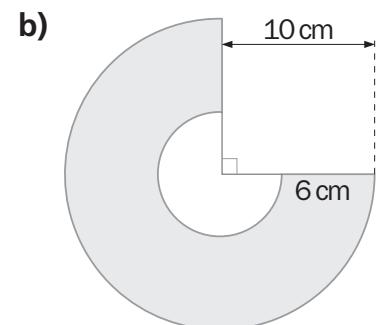
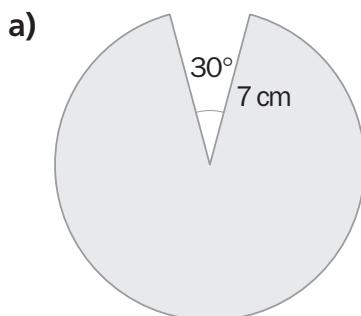


13) Una vela triangular de una barca se ha estropeado y hay que sustituirla por otra. Para confeccionar la nueva vela nos cobran 21 euros por metro cuadrado. ¿Cuánto costará la nueva vela si debe tener 8 metros de alto y 4 metros de base?

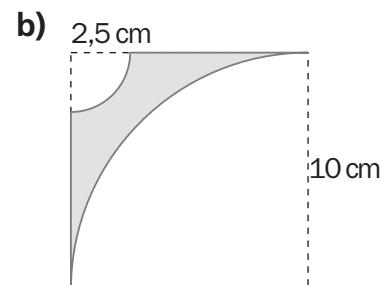
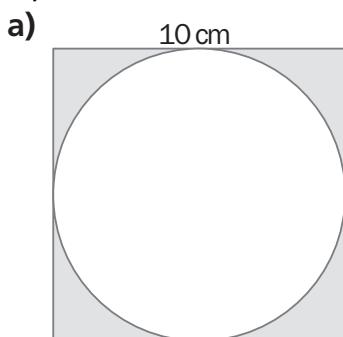
14) Contesta:

- Calcula el perímetro de un cuadrado de área 100 metros cuadrados.
- La longitud de una circunferencia es 300 cm. Halla su radio.

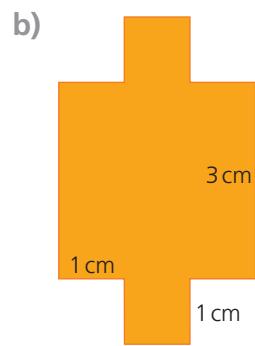
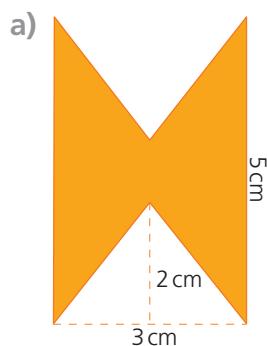
15) Halla el área de las zonas coloreadas:



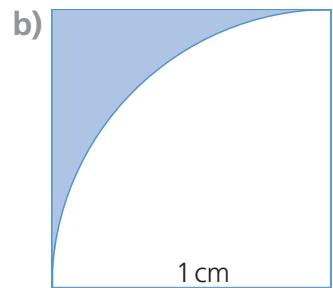
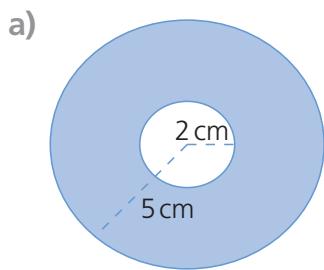
16) Halla el área de las zonas coloreadas:



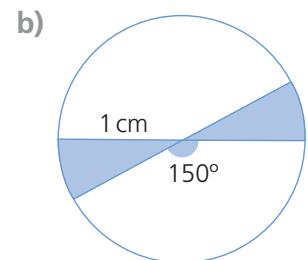
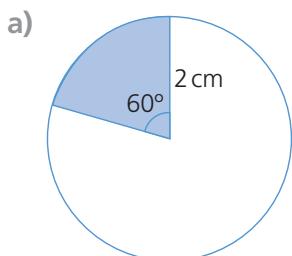
17) Halla el área de las siguientes figuras:



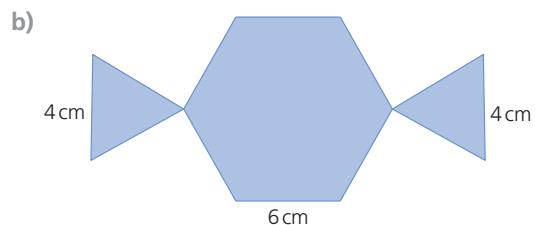
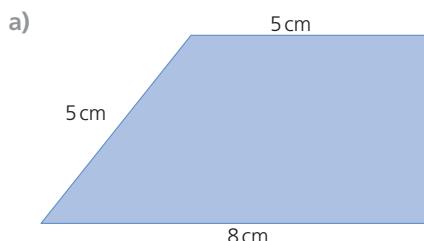
18) Halla el área de las zonas coloreadas:



19) Halla el área de las zonas coloreadas:



20) Halla el área de :



21) Halla el área de :

