

Evaluación	Segunda
Prueba Global	
Curso	3º ESO - B

NOMBRE	VERÓNICA LOSADA GONZÁLEZ
--------	--------------------------

1. La abuela de Pedro quiere dar dinero a sus nietos para las vacaciones de Semana Santa. Si les da 25 € a cada uno, le sobrarían 25 €. Sin embargo, si les diera 35 €, le faltarían 25 €. ¿De cuánto dinero dispone la abuela de Pedro?

Datos:

$x \rightarrow$ número de nietos

$y \rightarrow$ dinero que tiene

Planteamiento y resolución:

$$\begin{cases} 25 \cdot x = y - 25 \\ 35 \cdot x = y + 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 25x + 25 \\ y = 35x - 25 \end{cases} \Rightarrow 25x + 25 = 35x - 25 \Rightarrow 50 = 10x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 35 \cdot 5 - 25 = 150$$

Solución:

La abuela de Pedro dispone de 150 €

2. Si un número aumenta en un 10 %, resulta 42 unidades mayor que si disminuye en un 5 %. Como bien podéis suponer, se os pide calcular dicho número.

Datos:

$x \rightarrow$ número

Planteamiento y resolución:

$$x + 0,1x = x - 0,05x + 42 \Rightarrow 1,1x = 0,95x + 42 \Rightarrow 0,15x = 42 \Rightarrow x = \frac{42}{0,15} \Rightarrow x = 280$$

Solución:

El número que se pide calcular es el 280

3. Un agricultor comprueba que en el segundo de sus dos depósitos de agua para el riego hay diez litros más de agua que en el primero. Traspasa 18 litros del segundo al primero, y así este se queda con el doble que el segundo. Calcula la cantidad de agua que tenía cada depósito.

Datos:

$x \rightarrow$ litros del primer depósito

$y \rightarrow$ litros del segundo depósito

Planteamiento y resolución:

$$\begin{cases} y = x + 10 \\ 2(y - 18) = x + 18 \end{cases} \Rightarrow 2(x + 10 - 18) = x + 18 \Rightarrow 2x - 16 = x + 18 \Rightarrow x = 34 \Rightarrow y = 44$$

Solución:

El primer depósito tiene 34 litros y el segundo tiene 44 litros

4. En una joyería tienen dos lingotes de plata, uno con un 91 % de pureza y otro con un 75 %. ¿Qué cantidad de cada uno se deberá fundir si se pretende conseguir un lingote de 4 kg con un 85 % de pureza?

Datos:

$x \rightarrow \text{kg lingote plata al 91\% pureza}$

$y \rightarrow \text{kg lingote plata al 75\% pureza}$

Planteamiento y resolución:

$$\begin{cases} x + y = 4 \rightarrow x = 4 - y \\ 0,91x + 0,75y = 0,85 \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow 0,91(4 - y) + 0,75y = 3,4 \Rightarrow 3,64 - 0,91y + 0,75y = 3,4 \Rightarrow -0,16y = -0,24 \Rightarrow y = 1,5 \\ \Rightarrow x = 2,5$$

Solución:

Debemos fundir 2,5 kg de plata con un 91% de pureza, y 1,5 kg de plata con 75% de pureza

5. A las 10 de la mañana Elena sale a 100 km/h de una ciudad A con dirección a Madrid. A la misma hora sale Javier desde otra ciudad B que está situada en la misma dirección que A y lo hace a una velocidad de 60 km/h también con dirección a Madrid. Sabiendo que la distancia en carretera entre A y B es de 132 km, y suponiendo que los dos van a una velocidad constante todo el camino, contesta a las siguientes preguntas:

- ¿Qué tiempo tardarán en encontrarse Elena y Javier? ¿Qué hora será cuando se encuentren?
- ¿Qué distancia habrá recorrido cada uno de ellos en ese momento?



Datos:

$x \rightarrow \text{distancia (en km) desde B al punto de encuentro}$

$y \rightarrow \text{tiempo que tardan en encontrarse}$

Planteamiento y resolución:

$$\begin{cases} x = 60 \cdot y \\ 132 + x = 100 \cdot y \end{cases} \Rightarrow 132 + 60y = 100y \Rightarrow 132 = 40y \Rightarrow y = 3,3 \Rightarrow x = 60 \cdot 3,3 \Rightarrow x = 198$$

Solución:

a) Tardan 3,3 horas = 3 horas y 18 minutos en encontrarse. Serán las 13:18 horas

b) Elena habrá recorrido 330 km (198 km + 132 km); Javier habrá recorrido 198 km

6. Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\begin{aligned} \text{a. } & \frac{x+4}{2x} - \frac{15x+3}{x^3} - \frac{2x-6}{2x^3} = \frac{x^2(x+4) - 2(15x+3) - (2x-6)}{2x^3} = \frac{x^3+4x^2-30x-6-2x+6}{2x^3} = \frac{x^3+4x^2-32x}{2x^3} = \frac{x^2+4x-32}{2x^2} \\ \text{b. } & \frac{x^2+2x}{x^2-5x+6} : \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} = \frac{(x^2+2x)(x^2-4)}{(x^2-5x+6)(x^2+4x+4)} = \frac{x(x+2)(x-2)(x-2)}{(x-3)(x-2)(x+2)^2} = \frac{x}{x-3} \\ \text{c. } & \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1)+2x-(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1+2x-x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x+1} \end{aligned}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a. } \frac{(2x-3)^2}{2} - \frac{(2x-3)(2x+3)}{3} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{4x^2 - 12x + 9}{2} - \frac{4x^2 - 9}{3} = \frac{15}{2} \Rightarrow \frac{3(4x^2 - 12x + 9)}{6} - \frac{2(4x^2 - 9)}{6} = \frac{45}{6} \Rightarrow 12x^2 - 36x + 27 - 8x^2 + 18 = 45$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 36x = 0 \Rightarrow 4x(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

Solución: $x_1 = 0$; $x_2 = 9$

b. $\frac{4x-10}{1-x^2} = \frac{4x-6}{1-x}$

$$\frac{4x-10}{(1-x)(1+x)} = \frac{(4x-6)(1+x)}{(1-x)(1+x)} \Rightarrow 4x-10 = 4x-4x^2-6-6x \Rightarrow 4x^2-6x+4=0 \Rightarrow 2x^2-3x+2=0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{4} \quad \nexists \text{ solución real (no existe)}$$

Solución: no existe solución real

c. $x^2 + \frac{36}{x^2} = 13$

$$\frac{x^4}{x^2} + \frac{36}{x^2} = \frac{13x^2}{x^2} \Rightarrow x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \xrightarrow{\text{cambio de variable } y=x^2} y^2 - 13y + 36 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} y_1 = 9 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$y_1 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases} ; \quad y_2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2 \\ x_4 = -2 \end{cases}$$

Comprobamos:

$$x_1 = 3 \rightarrow 3^2 + \frac{36}{3^2} = 9 + 4 = 13 \quad \text{Sí}$$

$$x_2 = -3 \rightarrow (-3)^2 + \frac{36}{(-3)^2} = 9 + 4 = 13 \quad \text{Sí}$$

$$x_3 = 2 \rightarrow 2^2 + \frac{36}{2^2} = 4 + 9 = 13 \quad \text{Sí}$$

$$x_4 = -2 \rightarrow (-2)^2 + \frac{36}{(-2)^2} = 4 + 9 = 13 \quad \text{Sí}$$

Solución: $x_1 = 3$; $x_2 = -3$; $x_3 = 2$; $x_4 = -2$

d. $\frac{2}{5} \left(\frac{x-1}{2} - \frac{1-x}{5} \right) = \frac{5}{10} \left(\frac{2x-1}{5} - \frac{1-2x}{2} \right)$

$$\frac{2}{5} \left(\frac{5(x-1) - 2(1-x)}{10} \right) = \frac{5}{10} \left(\frac{2(2x-1) - 5(1-2x)}{10} \right) \Rightarrow \frac{2}{5} \left(\frac{5x-5-2+2x}{10} \right) = \frac{5}{10} \left(\frac{4x-2-5+10x}{10} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \left(\frac{7x-7}{10} \right) = \frac{5}{10} \left(\frac{14x-7}{10} \right) \Rightarrow \frac{2(7x-7)}{50} = \frac{5(14x-7)}{100} \Rightarrow \frac{2(14x-14)}{100} = \frac{70x-35}{100}$$

$$\Rightarrow 28x-28 = 70x-35 \Rightarrow 7 = 42x \Rightarrow x = \frac{7}{42} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

Solución: $x = \frac{1}{6}$

8. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, cada uno por un método distinto:

a. $\begin{cases} 1 - \frac{x}{2} = 3y - 3 \\ 2(3 - x) = \frac{14y + 14}{3} \end{cases}$ *REDUCCIÓN*

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - x = 6y - 6 \\ 18 - 6x = 14y + 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 6y = -8 \\ -6x - 14y = -4 \end{cases} \xrightarrow{x(-6)} \begin{cases} 6x + 36y = 48 \\ -6x - 14y = -4 \end{cases}$$

$$22y = 44 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow -x - 6 \cdot 2 = -8 \Rightarrow -12 + 8 = x \Rightarrow x = -4$$

Solución: $x = -4$; $y = 2$

b. $\begin{cases} 2(x - y) + \frac{y}{4} = -\frac{11}{2} \\ 3(x + 1) - 2(y - 2) = 0 \end{cases}$ *SUSTITUCIÓN*

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x - 8y + y = -22 \\ 3x + 3 - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 7y = -22 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases} \rightarrow x = \frac{2y - 7}{3}$$

$$\Rightarrow 8\left(\frac{2y - 7}{3}\right) - 7y = -22 \Rightarrow 16y - 56 - 21y = -66 \Rightarrow -5y = -10 \Rightarrow y = 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \cdot 2 - 7}{3} \Rightarrow x = \frac{4 - 7}{3} \Rightarrow x = -1$$

Solución: $x = -1$; $y = 2$

c. $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{3x - y}{3} = -x - y - 3 \\ 2x - \frac{y - 1}{2} = \frac{-y}{3} + 5 \end{cases}$ *IGUALACION*

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 6x + 2y = -6x - 6y - 18 \\ 12x - 3y + 3 = -2y + 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 8y = -18 \\ 12x - y = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-3x - 18}{8} \\ y = 12x - 27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-3x - 18}{8} = 12x - 27 \Rightarrow -3x - 18 = 96x - 216 \Rightarrow 216 - 18 = 96x + 3x \Rightarrow 198 = 99x \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow y = 12 \cdot 2 - 27 \Rightarrow y = -3$$

Solución: $x = 2$; $y = -3$

9. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a. $\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = 12 \end{cases} \rightarrow x = 7 - y$

$$\Rightarrow (7 - y)y = 12 \Rightarrow 7y - y^2 = 12 \Rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} y_1 = 4 & \Rightarrow & x_1 = 3 \\ y_2 = 3 & \Rightarrow & x_2 = 4 \end{matrix}$$

Solución: $x_1 = 3$; $y_1 = 4$ ó $x_2 = 4$; $y_2 = 3$

$$\text{b. } \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \rightarrow \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{y}\right)^2 + \frac{1}{y^2} = 13 \Rightarrow 1 + \frac{2}{y} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \Rightarrow y^2 + 2y + 2 = 13y^2 \Rightarrow 12y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 6y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{2 \cdot 6} = \frac{1 \pm 5}{12} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} y_1 = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{1}{x} = 1 + 2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3} \\ y_2 = -\frac{1}{3} &\Rightarrow \frac{1}{x} = 1 - 3 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Comprobamos:

$$x_1 = \frac{1}{3}; y_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 3^2 + 2^2 = 13 \quad \text{Sí}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}; y_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} = (-2)^2 + (-3)^2 = 13 \quad \text{Sí}$$

$$\text{Solución: } x_1 = \frac{1}{3}; y_1 = \frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad x_2 = -\frac{1}{2}; y_2 = -\frac{1}{3}$$

$$\text{c. } \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ y - x^2 + 6 = 0 \rightarrow y = x^2 - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + (x^2 - 6)^2 = 36 \Rightarrow x^2 + x^4 - 12x^2 + 36 = 36 \Rightarrow x^4 - 11x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 11) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x_1 = 0 &\Rightarrow y_1 = -6 \\ x^2 - 11 = 0 &\Rightarrow x = \begin{cases} \sqrt{11} \\ -\sqrt{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} y_2 &= 5 \\ y_3 &= 5 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\text{Solución: } x_1 = 0; y_1 = -6 \quad \text{ó} \quad x_2 = \sqrt{11}; y_2 = 5 \quad \text{ó} \quad x_3 = -\sqrt{11}; y_3 = 5$$

'El arte es la ciencia de la belleza, las matemáticas son la ciencia de la verdad'

Oscar Wilde