

SOLUCIONES PROBABILIDAD

Ejercicio nº 1.-

De una bolsa que tiene 10 bolas numeradas del 0 al 9, se extrae una bola al azar.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

$$A = \text{"Mayor que 6"} \quad B = \text{"No obtener 6"} \quad C = \text{"Menor que 6"}$$

escribiendo todos sus elementos.

c) Halla los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$ y $B' \cap A'$.

Solución:

a) $E = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

b) $A = \{ 7, 8, 9 \}$ $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 \}$

$$C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

c) $A \cup B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9 \} = B$
 $A \cap B = \{ 7, 8, 9 \} = A$
 $B' \cap A' = \{ 6 \} = B'$

} pues $A \subset B$

Ejercicio nº 2.-

Consideramos el experimento que consiste en lanzar tres monedas al aire.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Cuántos elementos tiene?

b) Describe los sucesos:

$$A = \text{"Obtener dos caras y una cruz"}$$

$$B = \text{"Obtener al menos dos caras"}$$

$$C = \text{"Obtener al menos una cruz"}$$

escribiendo todos sus elementos.

c) Halla los sucesos $B \cap C$ y C'

Solución:

a) $E = \{ (C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +) \}$

Tiene 8 elementos.

- b) $A = \{(C, C, +), (C, +, C), (+, C, C)\}$
 $B = \{(C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C)\}$
 $C = \{(C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +)\}$
- c) $B \cap C = \{(C, C, +), (C, +, C), (+, C, C)\}$
 $C' = \{(C, C, C)\}$

Ejercicio nº 3.-

Extraemos dos cartas de una baraja española y vemos de qué palo son.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Cuántos elementos tiene?

b) Describe los sucesos:

$$\begin{aligned} A &= \text{"Las cartas son de distinto palo"} \\ B &= \text{"Al menos una carta es de oros"} \\ C &= \text{"Ninguna de las cartas es de espadas"} \end{aligned}$$

escribiendo todos sus elementos.

c) Halla los sucesos $B \cup C$ y $B' \cap C$.

Solución:

- a) $E = \{(O, O), (O, C), (O, Es), (O, B), (C, O), (C, C), (C, Es), (C, B), (Es, O), (Es, C), (Es, Es), (Es, B), (B, O), (B, C), (B, Es), (B, B)\}$

Donde O representa oros; C , Copas; Es , espadas y B , bastos.

Tiene 16 elementos.

- b) $A = \{(O, C), (O, Es), (O, B), (C, O), (C, Es), (C, B), (Es, O), (Es, C), (Es, B), (B, O), (B, C), (B, Es)\}$

$$B = \{(O, O), (O, C), (O, Es), (O, B), (C, O), (Es, O), (B, O)\}$$

$$C = \{(O, O), (O, C), (O, B), (C, O), (C, C), (C, B), (B, O), (B, C), (B, B)\}$$

- c) $B \cup C = \{(O, O), (O, C), (O, Es), (O, B), (C, O), (C, C), (C, B), (Es, O), (B, O), (B, C), (B, B)\}$

$$B' \cap C = \{(C, C), (C, B), (B, C), (B, B)\}$$

Ejercicio nº 4.-

En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.

a) Describe los sucesos:

$$\begin{aligned} A &= \text{"Obtener par"} & B &= \text{"Obtener impar"} \\ C &= \text{"Obtener primo"} & D &= \text{"Obtener impar menor que 9"} \end{aligned}$$

escribiendo todos sus elementos.

b) ¿Qué relación hay entre A y B ? ¿Y entre C y D ?

c) ¿Cuál es el suceso $A \cup B$? ¿y $C \cap D$?

Solución:

- a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
 $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
 $C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$
 $D = \{3, 5, 7\}$
- b) $B = A'$; $D \subset C$
- c) $A \cup B = E$ (Espacio muestral); $C \cap D = D$

Ejercicio nº 5.-

Lanzamos dos dados sobre la mesa y anotamos los dos números obtenidos.

- a) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

- b) Describe los sucesos:

A = "Obtener al menos un cinco"
 B = "La suma de los resultados es menor que 4"
 C = "La suma de los resultados es igual a 7"

escribiendo todos sus elementos

- c) Halla los sucesos $A \cap B$ y $B \cap C'$.

Solución:

- a) $6 \cdot 6 = 36$ sucesos elementales.
- b) $A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (6, 5)\}$
 $B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$
 $C = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$
- c) $A \cap B = \emptyset$ (conjunto vacío)
 $B \cap C = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} = B$ (puesto que $B \subset C$).

Ejercicio nº 6.-

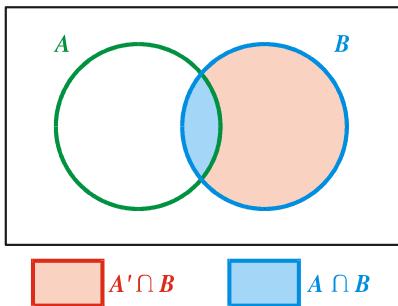
Sean A y B los sucesos tales que:

$$P[A] = 0,4 \quad P[A' \cap B] = 0,4 \quad P[A \cap B] = 0,1$$

Calcula $P[A \cup B]$ y $P[B]$.

Solución:

- Calculamos en primer lugar $P[B]$:



$$P[B] = P[A' \cap B] + P[A \cap B] = 0,4 + 0,1 = 0,5$$

- $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,4 + 0,5 - 0,1 = 0,8$

Ejercicio nº 7.-

De dos sucesos, A y B , sabemos que:

$$P[A' \cap B'] = 0 \quad P[A' \cup B'] = 0,5 \quad P[A'] = 0,4$$

Calcula $P[B]$ y $P[A \cap B]$.

Solución:

$$P[A' \cap B'] = P[(A \cup B)'] = 1 - P[A \cup B] = 0 \rightarrow P[A \cup B] = 1$$

$$P[A' \cup B'] = P[(A \cap B)'] = 1 - P[A \cap B] = 0,5 \rightarrow P[A \cap B] = 0,5$$

$$P[A'] = 1 - P[A] = 0,4 \rightarrow P[A] = 0,6$$

Así:

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \rightarrow 1 = 0,6 + P[B] - 0,5 \rightarrow P[B] = 0,9$$

Ejercicio nº 8.-

Teniendo en cuenta que:

$$P[A \cup B] = 0,9 \quad P[B'] = 0,4 \quad P[A \cap B] = 0,3$$

Halla $P[A]$ y $P[A' \cap B]$.

Solución:

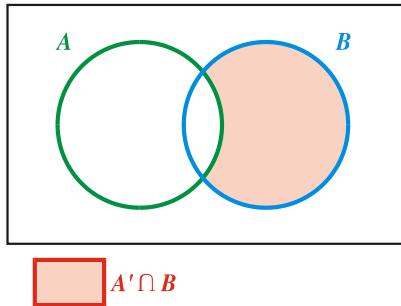
$$P[B] = 1 - P[B'] = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \rightarrow 0,9 = P[A] + 0,6 - 0,3$$

Por tanto:

$$P[A] = 0,6$$

Para calcular $P[A' \cap B]$, hacemos un diagrama:



$$P[A' \cap B] = P[B] - P[A \cap B] = 0,6 - 0,3 = 0,3$$

Ejercicio nº 9.-

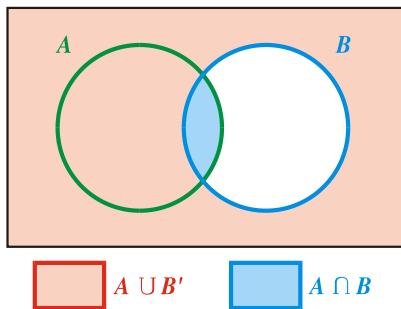
A partir de estas probabilidades:

$$P[A \cup B'] = 0,8 \quad P[A'] = 0,5 \quad P[A \cap B] = 0,2$$

Calcula $P[B]$ y $P[A \cup B]$.

Solución:

- Hacemos un diagrama para calcular $P[B]$:



$$P[B'] = P[A \cup B'] - P[A \cap B] = 0,8 - 0,2 = 0,6$$

$$P[B] = 1 - P[B'] = 1 - 0,6 = 0,4$$

Calculamos ahora $P[A \cup B]$:

$$P[A'] = 1 - P[A] = 0,5 \rightarrow P[A] = 0,5$$

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$$

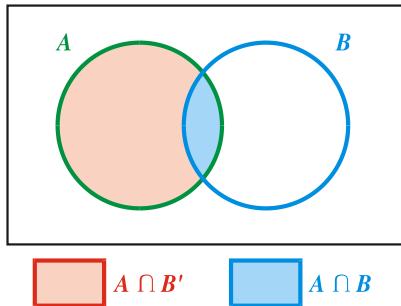
Ejercicio nº 10.-

Sabiendo que:

$$P[A \cap B] = 0,2 \quad P[B'] = 0,7 \quad P[A \cap B'] = 0,5$$

Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A]$.

Solución:



$$P[A] = P[A \cap B] + P[A \cap B'] = 0,5 + 0,2 = 0,7$$

$$P[B] = 1 - P[B'] = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,7 + 0,3 - 0,2 = 0,8$$