

## Ejercicios de probabilidad

**1.** Dos personas juegan con una moneda, a cara (*C*) o escudo (*E*). La que apuesta por la cara gana cuando consiga dos caras seguidas o, en su defecto, tres caras; análogamente con el escudo. El juego acaba cuando gana uno de los jugadores. Halla:

- (a) El espacio muestral,  $E$ . (b) Los sucesos:  $A =$  "En el juego salieron, al menos, dos caras seguidas";  $B =$  "En el juego no salieron ni dos escudos ni dos caras seguidas".

**2.** Se dispone de 6 tarjetas; en cada una de ellas hay una letra y un número, que son los siguientes:  $A_1, B_1, B_2, C_2, C_3$ . Se considera el siguiente experimento aleatorio:

Se toman dos de estas tarjetas, simultáneamente. Halla:

- (a) El espacio muestral. (b) Los sucesos:  $S =$  "Las letras que se obtienen son distintas";  $T =$  "Los números que se obtienen son distintos";  $U =$  "Se obtienen dos números iguales".

**3.** Una urna contiene nueve bolas marcadas con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Se sacan dos bolas simultáneamente; sean  $a$  y  $b$  los números de dichas bolas. Forma los sucesos:

- (a)  $ab$  es un cubo perfecto. (b)  $a + b$  es un cuadrado perfecto.

**4.** De un colectivo de personas, se toma una de ellas. Sean  $H$  y  $T$  los sucesos: la persona es un hombre y la persona trabaja, respectivamente. Describe con palabras los siguientes sucesos:

$$H \cup T, \quad H \cap T, \quad H - T, \quad T - H, \quad \bar{H} \cup \bar{T}, \quad \overline{H \cap T}$$

**5.** Si  $A, B$  y  $C$  son tres sucesos de un experimento aleatorio, sean  $R$  y  $S$  los sucesos siguientes:

$R =$  Sucede  $A$  pero no suceden ni  $B$  ni  $C$ .

$S =$  Sucede  $A$  o sucede  $B$ , pero no sucede  $C$ .

Expresa  $R$  y  $S$  en función de  $A, B$  y  $C$ .

**6.** Sean  $A, B$  y  $C$  tres sucesos de un experimento aleatorio. Considérense los sucesos:

$S =$  Suceden dos, al menos, de los  $A, B$  y  $C$ .

$T =$  Suceden dos, exactamente, de los  $A, B$  y  $C$ .

Expresa  $S$  y  $T$  en función de  $A, B$  y  $C$  y haz los correspondientes diagramas de Venn.

**7.** Una urna contiene 10 bolas iguales; 9 de ellas son blancas y una es negra. Se extraen sucesivamente bolas hasta obtener la bola negra (las bolas no se restituyen a la urna). Halla el espacio muestral y las probabilidades de cada uno de sus resultados.

**8.** Una urna contiene 10 bolas iguales; 9 de ellas blancas y una negra. Se extraen sucesivamente bolas, que se restituyen a la urna antes de hacer la siguiente extracción, hasta que se obtiene la bola negra. Halla el espacio muestral y las probabilidades de cada uno de sus sucesos, y comprueba que la suma de todas ellas es igual a la unidad.

**9.** En una urna hay 10 bolas iguales, marcadas con los números 1, 2, 3 ... 10. Se extraen, al azar, 5 bolas. Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:

- (a) Entre las bolas extraídas está la marcada con el número 10.

- (b) Entre las bolas extraídas están las marcadas con los números 9 y 10.

**10.** Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:

- (a) Al lanzar un dado, se obtiene el número 3.

- (b) Al lanzar dos dados, la suma de los puntos obtenidos es 6.

## Ejercicios de probabilidad

(c) Al lanzar tres dados, la suma de los puntos obtenidos es 9.

- 11.** Se lanzan dos dados y se anotan los puntos obtenidos en uno y otro dado. Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:

(a) La suma de los puntos obtenidos es igual a 8 y su producto es par.

(b) La suma de los puntos obtenidos es igual a 8, sabiendo que su producto es par.

- 12.** De una baraja española se extraen 5 cartas al azar. Halla la probabilidad de que entre ellas estén los cuatro ases.

- 13.** De entre las 28 fichas de un dominó, se toman dos al azar. Halla la probabilidad de que las sumas de los puntos de una y otra sean iguales.

- 14.** Se lanzan dos dados al aire; se repite el experimento  $n$  veces. Halla las probabilidades de los sucesos siguientes:

(a)  $A$  = En ninguna de las  $n$  tiradas se obtienen dos seises.

(b)  $B$  = Se obtienen dos seises, por lo menos en una de las  $n$  tiradas.

- 15.** De una baraja española se extraen tres cartas. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos:

(a)  $A$  = Las tres cartas extraídas tienen distinta numeración.

(b)  $B$  = Dos, al menos, de las cartas extraídas tienen la misma numeración.

- 16.** Se forman dos parejas, de modo aleatorio, tomando 4 personas de un grupo formado por 6 matrimonios. Halla las probabilidades de que:

(a) Las dos parejas sean matrimonios.

(b) Una sola de las parejas sea matrimonio.

(c) Ninguna de las parejas sea matrimonio.

- 17.** Se toman 3 personas, al azar, de entre las de un grupo de 6 hombres y 10 mujeres. Halla las probabilidades de los sucesos:

$MMM$  = Se toman tres mujeres;

$MMH$  = Se toman dos mujeres y un hombre;

$MHH$  = Se toman una mujer y dos hombres;

$A$  = Se toma una mujer, al menos.

- 18.** Se sabe que la probabilidad de que ocurran dos sucesos dados a la vez es  $P$ . Comprueba que la suma de las probabilidades de dichos sucesos no es mayor que  $1 + P$ .

- 19.** Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos, de un experimento aleatorio, de los que se sabe que:

$$P(\bar{A}) = \frac{5}{8}, \quad P(A \cup B) = \frac{7}{8}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Halla las probabilidades de los sucesos  $A$ ,  $B$  y  $A \cap \bar{B}$ .

- 20.** En un grupo de personas hay doble cantidad de mujeres que de hombres. La mitad de las mujeres y la mitad de los hombres hablan ruso. Halla la probabilidad,  $P$ , de que una persona, elegida al azar, sea mujer o hable ruso.

- 21.** En una caja hay chinchetas iguales; de ella se extrae una chincheta al azar. El 55 % de las chinchetas tiene la cabeza blanca; el 25 % tiene la punta blanca; el 10 % tiene blancas la

## Ejercicios de probabilidad

cabeza y la punta. Halla la probabilidad,  $P$ , de que la chincheta extraída no tenga blanca ni la cabeza ni la punta.

- 22.** En un colectivo de 330 personas: 200 hablan inglés, 90 hablan francés y 70 no hablan ni inglés ni francés. Sabiendo que una persona del colectivo habla francés, halla la probabilidad,  $P$ , de que también hable inglés.
- 23.** En una reunión hay 300 hombres y 200 mujeres. El 40 % de los hombres son rubios y el 28 % de las mujeres son rubias. Se elige una persona de la reunión, al azar, y resulta ser rubia. Halla la probabilidad,  $P$ , de que dicha persona sea mujer.
- 24.** En una cesta hay 70 huevos de tres tamaños: 25 «grandes», 15 «intermedios» y 30 «pequeños». Se toman dos huevos, al azar, y resulta que el primero es mayor que el segundo. Halla la probabilidad de que el segundo sea «pequeño».
- 25.** Un equipo de fútbol gana ( $G$ ), pierde ( $P$ ) y empata ( $E$ ) con probabilidades: 0'5, 0'4 y 0'1, respectivamente. Dicho equipo juega tres partidos de un cierto campeonato; por cada partido ganado obtiene 2 puntos, si empata se le da 1 punto y si pierde no obtiene puntos. Halla la probabilidad de que obtenga 4 puntos por los tres partidos (se supone que el resultado de un partido no influye en los otros resultados).
- 26.** Considera los sucesos  $A$  = «una familia tiene hijos de ambos sexos» y  $B$  = «una familia no tiene más de un hijo varón» (aquí nada se dice de las hijas que pueda tener). Analiza si los sucesos  $A$  y  $B$  son o no independientes en los dos casos siguientes:
  - (a)** La familia tiene dos hijos.
  - (b)** La familia tiene tres hijos.
- 27.** Según el censo de una cierta ciudad, los conductores que no fuman forman el 45 % de la población y los fumadores que no conducen constituyen el 10 % de la población. Sabiendo que los sucesos  $A$  = «ser conductor» y  $B$  = «ser fumador» son independientes, halla los posibles valores,  $x$ , del porcentaje de conductores fumadores.
- 28.** Un examen de química consta de una primera parte práctica y de una segunda parte teórica; hay que superar ambas partes para aprobar la asignatura. La prueba práctica la suspendió el 22 % de los alumnos; de los que la aprobaron, el 15 % suspendió la prueba teórica. Halla la probabilidad de que un alumno apruebe la asignatura.
- 29.** Tres cañones disparan a un blanco, uno tras otro. Las probabilidades de acertar en el blanco son 0'5, 0'4 y 0'3, del primer, segundo y tercer cañón, respectivamente. Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:
 

$A$  = Se acierta en el blanco al primer disparo.  
 $B$  = Se acierta en el blanco al segundo disparo (no antes).  
 $C$  = Se acierta en el blanco al tercer disparo (no antes).  
 $D$  = Uno, al menos, de los dos primeros disparos acierta en el blanco.  
 $E$  = Uno, al menos, de los tres disparos acierta en el blanco.
- 30.** Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de un experimento aleatorio. Prueba que, si  $A$  y  $B$  son independientes, entonces también lo son  $A$  y  $\bar{B}$  (suceso contrario de  $B$ ).
- 31.** Si  $A$  y  $B$  son dos sucesos independientes, de un cierto experimento aleatorio, tales que  $P(A) =$

## Ejercicios de probabilidad

$1/3$  y  $P(A \cup B) = 1/2$ , halla  $P(B)$  y  $P[(A \cap B)|A]$ .

- 32.** Una urna tiene 25 bolas iguales, que son: 16 negras y 9 rojas. Una segunda urna tiene 30 bolas iguales, que son: 18 blancas y 12 azules. Se lanza un dado; si sale un 1 o un 2, entonces se sacan 2 bolas de la primera urna; si se obtiene 3, 4, 5 o 6, entonces se sacan 2 bolas de la segunda urna. Halla las probabilidades de los sucesos:  $A$  = se saca alguna bola negra;  $B$  = se saca alguna bola blanca.
- 33.** Una carretera principal, de dirección única, tiene 3 bifurcaciones secundarias, por cada una de ellas se desvía el 10 % del tráfico que pasa por el correspondiente punto de confluencia. Halla las probabilidades de los siguientes sucesos:  $A_i$  = desviarse por la carretera secundaria  $i$ -ésima ( $i = 1, 2, 3$ );  $B$  = no desviarse por ninguna de las bifurcaciones.
- 34.** Varios aparatos eléctricos se conectan en paralelo. El sistema funciona si lo hace uno, al menos, de los aparatos. La probabilidad de que funcione uno cualquiera de los aparatos es  $p = 0,95$ .
- (a) ¿Cuántos aparatos deben configurar el sistema para poder asegurar su funcionamiento con probabilidad mayor que 0,999?
- (b) Con tal número de aparatos y si éstos se conectan en serie, ¿cuál es la probabilidad de que funcione el sistema?
- 35.** Un mecanismo consta de 25 componentes. Para que el mecanismo funcione, no debe estar averiado ninguno de ellos. El hecho de que un componente se averíe es independiente de que lo hagan o no los demás. Sabiendo que todos los componentes tienen la misma probabilidad de averiarse, que es 0'03, halla la probabilidad de que el mecanismo funcione.
- 36.** Se sortean 3 objetos entre 20 personas. Halla la probabilidad de que los 3 objetos le toquen a la misma persona. Si el grupo de 20 personas está formado por 10 matrimonios, halla la probabilidad de que los 3 objetos le toquen a un matrimonio.
- 37.** En una ciudad hay dos examinadores para la obtención del carné de conducir; el primero examina los lunes, miércoles y viernes; y el segundo los martes y jueves. El primero aprueba a 4 de cada 7 examinados; el segundo aprueba a 5 de cada 9 examinados. Si es igualmente probable examinarse en uno u otro día de la semana, halla la probabilidad de aprobar el examen.
- 38.** Se dispone de dos bolsas; la primera tiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras; la segunda tiene 5 bolas blancas y 6 bolas negras. Se elige una bolsa al azar, se saca una bola de ella y se la introduce en la otra bolsa. Despues, se saca una bola de esta segunda bolsa. Halla la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean de igual color.
- 39.** Tres nadadores  $A$ ,  $B$  y  $C$  han competido, entre sí, en muchas ocasiones. El tanto por ciento de veces que cada uno de ellos ganó, en los distintos estilos, se refleja en el cuadro. Los tres compiten nadando a crawl y, después, a aquel de los tres estilos restantes en el que el que ganó tenga más éxito, según el cuadro. Halla las probabilidades de que cada uno de los tres nadadores gane la segunda carrera.

	A (%)	B (%)	C (%)
Crawl	35	32	33

## Ejercicios de probabilidad

Braza	29	34	37
Espalda	33	39	28
Mariposa	40	25	35

**40.** Se lanza un dado al aire; si sale 1, se lanza el dado otra vez; si sale 2 o 3, se lanza el dado dos veces; si sale 4, 5 o 6, se lanza el dado tres veces. Halla la probabilidad de que, en el anterior experimento, se obtengan dos (y no más) números iguales en las sucesivas tiradas del dado.

**41.** En una bolsa hay 4 bolas blancas y 6 bolas negras. Se saca una bola de la bolsa y, después, se introduce en ella una bola de distinto color del que tuviera la que se sacó. Finalmente, se extrae de la bolsa una segunda bola. Halla las probabilidades de los sucesos:

$S$  = la segunda bola es blanca y  $T$  = las dos bolas extraídas son de distinto color.

**42.** En un grupo de 15 alumnos, 6 han suspendido la asignatura de «lengua»; en otro grupo de 9 alumnos, han suspendido «lengua» 2 alumnos. Se elige, al azar, un alumno de cada grupo. Si uno ha aprobado «lengua» y el otro no, halla la probabilidad,  $P$ , de que el que suspendió sea del primer grupo.

**43.** En un grupo de personas, el 40 % son hombres y el 60 % son mujeres. De ellas, son rubios el 30 % de los hombres y el 25 % de las mujeres. Se selecciona una persona al azar y resulta ser rubia. Halla la probabilidad de que dicha persona sea un hombre.

**44.** Se toma, aleatoriamente, una carta de una baraja española (40 cartas) y (sin devolución) se saca después una segunda carta. Si la segunda carta resultó ser un basto, halla la probabilidad de que la primera carta sea un oro.

## Ejercicios de Selectividad

**1.** Un banco tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de 0'9 de funcionar en caso necesario. Si se produce un robo, calcular razonadamente:

- (a) La probabilidad de que las tres alarmas se activen. (**3 puntos**)
- (b) La probabilidad de que ninguna alarma se active. (**3'5 puntos**)
- (c) La probabilidad de que al menos una alarma se active. (**3'5 puntos**)

**2.** El año pasado el 60 % de los veraneantes de una cierta localidad eran menores de 30 años y el resto mayores. Un 25 % de los menores de 30 años y un 35 % de los mayores eran nativos de esa localidad. Se pide:

- (a) La probabilidad de que un veraneante elegido al azar sea nativo de esa localidad. (**5 puntos**).
- (b) Se elige un veraneante al azar y se observa que es nativo de la localidad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 30 años? (**5 puntos**).

**3.** Dos tiradores disparan sobre una diana. Uno tiene 2 aciertos cada 5 disparos y el otro 1 acierto cada 2 disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo, se pide contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

- (a) La probabilidad de que los dos acierten. (**2'5 puntos**).
- (b) La probabilidad de que alguno acierte. (**2'5 puntos**).
- (c) La probabilidad de que ninguno acierte. (**2'5 puntos**).

## Ejercicios de probabilidad

**(d)** La probabilidad de que uno acierte y el otro no. (**2'5 puntos**).

**4.** Se tiene dos urnas  $U_1$  y  $U_2$ , con bolas blancas y negras. La composición de las urnas es la siguiente: la  $U_1$  contiene 3 bolas blancas y 7 negras, la  $U_2$  contiene 5 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la urna  $U_1$  y se coloca en la  $U_2$ , sin mirarla; luego se saca una bola de la urna  $U_2$ . Se pide:

**(a)** La probabilidad de que la bola que se saca de la urna  $U_2$  sea blanca. (**5 puntos**).

**(b)** Sabiendo que la bola que se saca de la urna  $U_2$  es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la bola que se pasó de la urna  $U_1$  a la  $U_2$  fuera blanca? (**5 puntos**).

**5.** Se tiene dos cajas A y B, con bolas blancas y negras. La caja A contiene 4 bolas blancas y 3 negras y la B contiene 3 blancas y 4 negras. Se selecciona una caja al azar y seguidamente se extrae una bola de la caja seleccionada, se pide:

**(a)** La probabilidad de que la bola extraída sea blanca. (**5 puntos**).

**(b)** Si se extrae una bola y resulta ser blanca, ¿cuál es la probabilidad de que dicha bola sea de la caja A? (**5 puntos**).

**6.** En una fábrica hay tres máquinas  $M_1, M_2$  y  $M_3$  que producen un mismo tornillo en proporciones iguales. Se sabe que la máquina  $M_1$  produce un 3 % de tornillos defectuosos, la  $M_2$  un 5 % y la  $M_3$  un 2 %. Se pide:

**(a)** La probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso. (**4 puntos**).

**(b)** La probabilidad de que un tornillo elegido al azar no se defectuoso. (**1 punto**).

**(c)** Se elige un tornillo al azar y se observa que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina  $M_3$ ? (**5 puntos**).

**7.** Se tiene dos urnas con bolas blancas y verdes. Una de las urnas contiene 8 bolas blancas y 4 verdes y la otra contiene 6 blancas y 10 verdes. Se extrae una bola de cada urna, calcular:

**(a)** La probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color. (**5 puntos**).

**(b)** La probabilidad de que una bola sea verde y la otra blanca. (**5 puntos**).

**8.** Una moneda está trucada de manera que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz. Se lanza la moneda y si sale cara se elige al azar un número entre el 1 y el 5; si sale cruz se elige al azar un número entre el 1 y el 3. Calcular la probabilidad de dos siguientes sucesos:

**(a)** Salga cara en la moneda. (**1 punto**).

**(b)** Salga cruz en la moneda. (**1 punto**).

**(c)** Resulte elegido el número 5. (**3 puntos**).

**(d)** Resulte elegido un número par. (**5 puntos**).

**9.** Una fábrica de coches tiene tres cadenas de producción A, B y C. La cadena A fabrica el 50 % del total de coches producidos, la B el 25 % y la C el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es en la cadena A  $\frac{1}{2}$ , en la B  $\frac{1}{4}$  y en la C  $\frac{1}{6}$ . Calcular razonadamente:

**(a)** La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido fabricado por la cadena A. (**2 puntos**).

**(b)** La probabilidad de que un coche sea defectuoso. (**4 puntos**).

**(d)** Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la cadena C? (**4 puntos**).

**10.** La probabilidad de que un estudiante de Economía obtenga el título de economista es 0'6. Calcular la probabilidad de que en un grupo de 3 estudiantes matriculados en Economía:

**(a)** Los tres obtengan el título. (**2'5 puntos**).

**(b)** Ninguno obtenga el título. (**2'5 puntos**).

**(c)** Al menos uno obtenga el título. (**2'5 puntos**).

**(d)** Sólo uno obtenga el título. (**2'5 puntos**).

**11.** En una bolsa hay 5 bolas verdes y 4 marrones. Se extraen al azar dos bolas. Calcular razonadamente la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color si:

**(a)** se extraen simultáneamente. (**5 puntos**).

## Ejercicios de probabilidad

**(b)** se extrae una bola, se devuelve a la bolsa y se extrae otra bola. (**5 puntos**).

**12.** Para que un determinado electrodoméstico salga al mercado debe superar dos controles de calidad, que denominamos A y B. El control de calidad A detecta un electrodoméstico defectuoso con una probabilidad de 0'95 y el B lo detecta con probabilidad 0'85. Calcular la probabilidad de que un electrodoméstico defectuoso:

- (a)** sea detectado. (**5 puntos**).
- (b)** no sea detectado. (**5 puntos**).

**13.** Tenemos tres cajas, una verde, una roja y una amarilla, y en cada caja hay una moneda. La de la caja verde está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz, la moneda de la caja roja tiene dos caras y la de la caja amarilla no está trucada. Se toma una caja al azar y se lanza la moneda que está en esa caja, calcular razonadamente:

- (a)** la probabilidad de que salga cara. (**5 puntos**)
- (b)** la probabilidad de que sabiendo que ha salido cara, se haya lanzado la moneda de la caja roja. (**5 puntos**)

**14.** En una tienda de electrodomésticos se venden dos marcas, A y B. Se ha comprobado que un tercio de los clientes elige un electrodoméstico de la marca A y el resto uno de la B. Además, la probabilidad de que un electrodoméstico de la marca A sea defectuoso es 0'05 y la probabilidad de que uno de la marca B no lo sea es 0'9. Calcular razonadamente:

- (a)** la probabilidad de que un cliente compre un electrodoméstico en dicha tienda y le salga defectuoso. (**5 puntos**)
- (b)** la probabilidad de que el electrodoméstico comprado sea de la marca B, sabiendo que no es defectuoso. (**5 puntos**)

**15.** A unas elecciones se presentan 6 candidatos: A, B, C, D, E y F. Se estima que B, C y D tienen la misma probabilidad de ganar, que es la mitad de la probabilidad de que gane A y que E y F tienen la misma probabilidad de ganar, que es el triple de la probabilidad de que gane A. Calcula:

- (a)** La probabilidad que tiene de ganar cada candidato.
- (b)** La probabilidad de que gane A o F.

**16.** Sean A y B dos sucesos tales que  $P(A) = 0'6$ ,  $P(B) = 0'3$  y  $P(A/B) = 0'1$ . Calcula la probabilidad de los sucesos  $A \cup B$  y  $(\bar{B}/A)$ .

**17.** Sean A y B dos sucesos tales que  $P(A) = 0'7$ ,  $P(B) = 0'6$  y  $P(A \cup B) = 0'9$ .

- (a)** Justifica si A y B son independientes.
- (b)** Calcula  $P(A/\bar{B})$  y  $P(\bar{B}/A)$ .

**18.** Se dispone de un mazo de 450 fichas de estudiantes de una escuela de idiomas. Cada estudiante cursa un solo idioma de los tres que se imparten. El número de mujeres es  $3/2$  del de hombres y los estudiantes de inglés representan el 80 % del alumnado. El número de estudiantes de francés duplica al de estudiantes de alemán.

Sea M el suceso "sacar una ficha de mujer" al extraer una ficha, al azar; del citado mazo (análogamente, sean H, y, F y A sacar hombre, inglés, francés y alemán, respectivamente).

Sabiendo que el suceso  $(M/A)$  es el suceso seguro y que  $(M/F)$  y  $(H/F)$  son equiprobables, determina la probabilidad de los siguientes sucesos:  $F$ ,  $M \cap I$  y  $(F/M)$ .