Autoevaluación

Bloque II: Análisis

1

Calcula los siguientes límites:

$-\infty$	1	0

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} 10x^2 - \sqrt{x^6 - 5x + 1} =$ ____

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x}{\log(x^2+1)} =$ ____

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(2x + 1 - \sqrt{4x^2+1}\right) =$ ____

2

Halla la derivada de estas funciones:

a) $y = \dfrac{2x}{(x-1)^2}$

$y' = \dfrac{2-2x}{(x-1)^4}$	$y' = \dfrac{-2(x+1)}{(x-1)^3}$	$y' = \dfrac{1}{(x-1)}$	$y' = \dfrac{2}{(x-1)^2}$

b) $y = x^2 e^{3x+2}$

$y' = 2x \cdot e^{3x+2} + 3e^{3x}$	$y' = e^{3x+2} \cdot x \cdot (3x+2)$	$y' = (2x-1) \cdot e^{3x+2}$
$y' = 2x \cdot e^{3x}$	$y' = 2x \cdot e^{3x+2} + 3x^2 \cdot e^{3x}$	

c) $y = \ln \dfrac{x+1}{x-1}$

$y' = \ln \dfrac{-2}{(x-1)^2}$	$y' = -\dfrac{2}{x^2+1}$	$y' = \dfrac{1}{\ln \frac{x+1}{x-1}} \cdot \dfrac{-2}{(x-1)^2}$
$y' = \ln \dfrac{x+1}{x-1} \cdot \dfrac{-2}{(x-1)^2}$	$y' = \dfrac{-2}{\ln \frac{x+1}{x-1}}$	

3

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3 & \text{si } x \le 1 \\ \dfrac{x^2 - 6x + 5}{x - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

determina el valor del parámetro *a* para el cual la función es continua en todo su dominio.

$a =$ ____

4

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}(ax - 12) & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + b(x-1) & \text{si } x \ge -1 \end{cases}$$

a) Halla los valores de *a* y de *b* para que la función sea derivable en $x = -1$.

$a =$ ____; $b =$ ____

b) Para $a = 1$ y $b = -1$, obtén la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = -2$.

$y =$ ____ $x +$ ____

5

Considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } 0 \le x < 2 \\ x^2 - 6x + 12 & \text{si } 2 \le x < 4 \\ -2x + a & \text{si } 4 \le x \le 8 \end{cases}$$

a) Calcula el valor de *a* para que la función sea continua en el intervalo [0, 8].

$a =$ ____

b) Halla los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en el intervalo [0, 4]. Justifica que los puntos obtenidos son máximos y mínimos absolutos.

Mínimo:

(0, 2)	No hay.	(3, 3)	(2, 4)	Es absoluto.
(4, 4)	(1, 3)			

Máximo:

(1, 3)	(2, 4)	(3, 3)	No hay.	(4, 4)
(0, 2)	Es absoluto.			

c) Calcula el área de la región del plano limitada por las rectas $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$ y la gráfica de $f(x)$.

Área = ____ u^2

6

Halla el valor de *a*, *b* y *c* para que $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenga un punto de inflexión en (0, 1) y la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto sea 2.

$a =$ ____; $b =$ ____, $c =$ ____

7

La función $y = f(x)$ tiene las siguientes propiedades:

- **Su dominio es $-\{-1, 1\}$. Es continua en todo su dominio y corta el eje *X* en $x = 2$.**
- **Asíntota horizontal en $y = 0$ con $f(x) < 0$ si $x > 2$ y $f(x) > 0$ si $x < 2$, $x \ne 1$, $x \ne -1$.**
- **Asíntota vertical en $x = 1$ con $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$.**
- **Asíntota vertical en $x = -1$ con $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = +\infty$.**
- **Tiene un mínimo en (4, −2) y otro en (0, 3).**

Representa gráficamente la función.

8

Sea $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$. Determina su dominio, asíntotas, extremos relativos y estudia su monotonía. Luego, dibuja la gráfica de *f* destacando los elementos hallados.

9

Dada la función $f(x) = (3x - 2x^2)e^x$:

a) Calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Halla los extremos relativos.

c) Encuentra los puntos de corte con los ejes.

d) Halla sus asíntotas y sus ramas parabólicas.

e) Represéntala en unos ejes coordenados.

10

Dada la función $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$, determina su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Represéntala.

11

El coste total por producir *x* unidades de un artículo es $C(x) = \dfrac{1}{3}x^2 + 6x + 192$. Se define la función coste medio por unidad como $C_m(x) = \dfrac{C(x)}{x}$. ¿Cuántas unidades hay que producir para que el coste por unidad sea mínimo?

El coste medio por unidad es mínimo si se producen ____ unidades.