

Nombre:	S O L U C I O N E S			
Curso:	2º Bach - B	Fecha:	5 - 3 - 2026	
			Nº	

Examen 05 (Álgebra 2)

1.- Tenemos dos matrices A y B que verifican $A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ y $2A + B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$.

a. Calcula las matrices A y B que

b. Resuelve la ecuación matricial $A \cdot X - B = X$.

Solución:

a. Para resolver el sistema sumamos las dos ecuaciones y calculamos: $3A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

$$\text{Luego } B = A - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

b. Para resolver la ecuación matricial buscamos otras ecuaciones equivalentes: $AX - B = X \rightarrow AX - X = B \rightarrow (A - I)X = B \rightarrow$

$$\rightarrow X = (A - I)^{-1}B. \text{ Primero calculamos } (A - I)^{-1}: A - I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad \left| \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \right| = 2 + 1 = 3$$

$$(A - I)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad Adj(A - I)^t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \cdot 1 - 1/3 \cdot 4 & 2/3 \cdot 0 - 1/3 \cdot 1 \\ 1/3 \cdot 1 + 1/3 \cdot 4 & 1/3 \cdot 0 + 1/3 \cdot 1 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/3 \\ 5/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

2.- Un orfebre fabrica dos tipos de joyas. Las del tipo A precisan 1 g de oro y 1,5 g de plata, vendiéndolas a 40 euros cada una. Para la fabricación de las de tipo B emplea 1,5 g de oro y 1 g de plata, y las vende a 50 euros. El orfebre tiene solo en el taller 750 g de cada uno de los metales.

Calcula cuántas joyas ha de fabricar de cada clase para obtener un beneficio máximo.

Solución:

En primer lugar asignamos las incógnitas:

$$x = \{\text{nº de joyas tipo A vendidas}\}$$

$$y = \{\text{nº de joyas tipo B vendidas}\}$$

$$\text{Las restricciones: } \begin{cases} x + 1,5y \leq 750 \\ 1,5x + y \leq 750 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{función de ganancia } G(x, y) = 40x + 50y$$

Dibujamos las rectas correspondientes a e1, e2, e3 y e4 (por ejemplo con dos puntos cada una)

Los semiplanos los comprobamos con el punto (0,0) para e1 y e2. e3 y e4 son obvios

$$\text{Los puntos: } A: \begin{cases} e1 \\ e3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 1,5y = 750 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow A: (500, 0); D: \begin{cases} e3 \\ e4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D: (0, 0)$$

$$C: \begin{cases} e2 \\ e4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1,5x + y = 750 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C: (500, 0); B: \begin{cases} e1 \\ e2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 1,5y = 750 \\ 1,5x + y = 750 \end{cases} \rightarrow B: (300, 300)$$

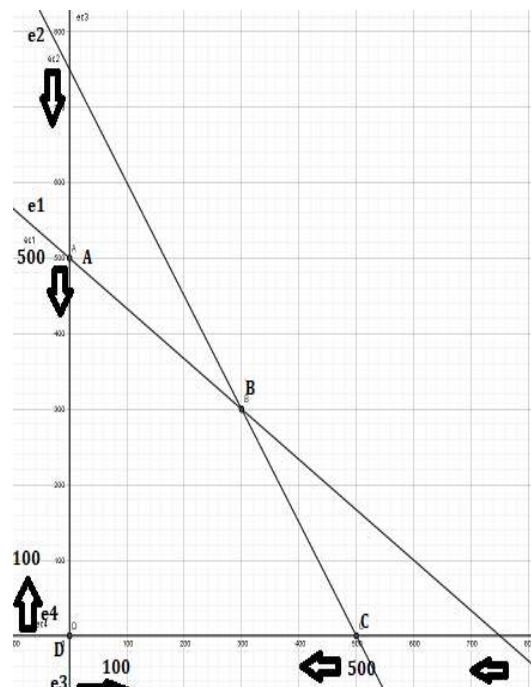
Calculamos el valor de la función de ganancia en los vértices:

$$G(A) = 40 \cdot 500 + 50 \cdot 0 = 20000; \quad G(B) = 40 \cdot 300 + 50 \cdot 300 = 27000;$$

$$G(D) = 40 \cdot 0 + 50 \cdot 500 = 25000; \quad G(C) = 40 \cdot 500 + 50 \cdot 0 = 20000$$

Por tanto el máximo se alcanza en B

Para obtener el máximo beneficio deben fabricarse 300 joyas de cada tipo



Nombre:	S O L U C I O N E S			
Curso:	2º Bach - B	Fecha:	5 - 3 - 2026	
			Nº	



3.- Calcula la inversa de la matriz $M = \begin{pmatrix} 1+m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+m & m \end{pmatrix}$ para $m = 0$ y para $m = 2$

Solución:

$$m = 0: \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow |M| = 0; \text{ No tiene inversa}$$

$$m = 2: \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow |M| = -2; M^t = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \text{Adj}(M^t) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & -2 \\ 2 & -8 & 2 \end{pmatrix}; M^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & -5/2 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

4.- Una persona ha obtenido 6 000 € de beneficio por invertir 60 000 € en tres empresas A, B y C. La suma del dinero invertido en A y B fue k veces el invertido en C y los beneficios fueron el 5 % en A, el 10 % en B y el 20 % en C.

- Plantea un sistema de ecuaciones para saber el dinero invertido en cada empresa.
- Estudia su compatibilidad y resuélvelo para $k = 5$ si es posible.

Solución:

En primer lugar asignamos las incógnitas:

$x = \{\text{miles de € invertidos en A}\}$, $y = \{\text{miles de € invertidos en B}\}$; $z = \{\text{miles de € invertidos en C}\}$

$$\text{a. Las condiciones generan las siguientes ecuaciones: } \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 0'05x + 0'1y + 0'2z = 6 \\ x + y = kz \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 0'05x + 0'1y + 0'2z = 6 \\ x + y = kz \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 5x + 10y + 20z = 600 \\ x + y - kz = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} e1 \\ e2 - 5e1 \\ e3 - e1 \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 5y + 15z = 300 \\ (-1 - k)z = -60 \end{cases} \rightarrow (-1 - k) = 0 \rightarrow \boxed{k = -1}$$

Si $k \neq -1$ el sistema es compatible determinado. Si $k = -1$ el sistema es incompatible

$$\text{Para } k=5 \quad \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 5y + 15z = 300 \\ (-1 - 5)z = -60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 60 \\ 5y + 15z = 300 \\ -6z = -60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = 10 \\ y = 30 \\ x = 20 \end{cases} \text{ Invirtió 20000€ en A, 30000€ en B y 10000€ en C}$$

Puntuación máxima- Ejercicios 2 y 4: 2 puntos cada uno. Ejercicios 1 y 3: 2'5 puntos cada uno.
Ejercicio 5: 1 punto

Cualquier respuesta sin la justificación adecuada tendrá una calificación de 0 puntos

Nombre: S O L U C I O N E S			
Curso: 2º Bach - B	Fecha: 5 - 3 - 2026	Nº	



5.- En un país A hay tres aeropuertos internacionales, $A1$, $A2$ y $A3$, y en otro país B hay cuatro, $B1$, $B2$, $B3$ y $B4$ y en el país C hay sólo 2 aeropuertos $C1$ y $C2$. El cuadro horario de vuelos es el siguiente:

Hora salida	Origen	Destino
8:30	A1	B1
9:30	A2	B2
11:25	A3	B1
12:40	A2	B3
13:15	A1	B4
15:00	A2	B3
17:10	A1	B3
18:00	A2	B2
19:45	A1	B4
22:00	A2	B3

Hora salida	Origen	Destino
8:30	B1	C1
9:30	B2	C1
11:25	B4	C1
12:40	B1	C2
13:15	B3	C1
15:00	B2	C2
17:10	B1	C1
18:00	B4	C1
19:45	B2	C2
22:00	B1	C1

- Escribe las matrices asociadas a los vuelos entre A y B y entre B y C .
- Calcula la matriz asociadas a los vuelos entre A y C

Solución:

- En cada fila indicamos el aeropuerto de salida y en la columna el destino

Llamamos M a la matriz de vuelos entre A y B : $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ Llamamos N a la matriz de vuelos entre B y C : $N = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

- Para obtener la matriz de vuelos de A a C simplemente multiplicamos las matrices $M \cdot N$

$$M \cdot N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \\ 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \\ 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Puntuación máxima- Ejercicios 2 y 4: 2 puntos cada uno. Ejercicios 1 y 3: 2'5 puntos cada uno.
Ejercicio 5: 1 punto

Cualquier respuesta sin la justificación adecuada tendrá una calificación de 0 puntos