

Nombre:			
Curso:	2º Bach - B	Fecha:	29 - 1 - 2026
		Nº	

Examen 04 (Álgebra 1)

1.- Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro a .

$$\left. \begin{array}{rcl} ax + y + z & = & 4 \\ x - ay + z & = & 1 \\ x + y + z & = & a + 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a+2 \end{array} \right) \xrightarrow[e_3]{e_1 - e_3, e_2 - e_3} \left(\begin{array}{ccc|c} a-1 & 0 & 0 & -a+2 \\ 0 & -a-1 & 0 & -a-1 \\ 1 & 1 & 1 & a+2 \end{array} \right)$$
 El sistema es equivalente a $\begin{cases} (a-1)x = -a+2 \\ (-a-1)y = -a-1 \\ x+y+z = a+2 \end{cases}$

En consecuencia:

$$\begin{cases} 0x = 1 \\ (a-1) = 0 \rightarrow a = 1 \quad \begin{cases} -2y = -2 \\ x+y+z = 3 \end{cases} \end{cases} \text{ Si } a = 1 \text{ El sistema es INCOMPATIBLE}$$

$$\begin{cases} -2x = 3 \\ (-a-1) = 0 \rightarrow a = -1 \quad \begin{cases} 0y = 0 \\ x+y+z = 1 \end{cases} \end{cases} \text{ Si } a = -1 \text{ El sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO}$$

En otro caso cualquiera $a \neq 1$ y $a \neq -1$ El sistema es COMPATIBLE DETERMINADO

2.- En la última competición de paintball por equipos, participaron 21 equipos que compitieron entre ellos a doble vuelta (de esta información se puede deducir el número total de partidos que ha jugado cada equipo). Esta temporada se modificó el sistema de puntuación, asignando 2 puntos por partido ganado, 1 por cada empate y ninguno por la derrota. El equipo campeón alcanzó los 50 puntos. Hasta la temporada pasada la puntuación asignaba 3 puntos al equipo ganador, 1 punto por empatar y ninguno al equipo que perdía. Con esa puntuación el equipo ganador hubiese conseguido 70 puntos. Calcula cuantos partidos perdió el equipo campeón esta temporada.

Solución:

Llamamos: x : partidos ganados; y : partidos empatados; z : partidos perdidos por el equipo campeón

$$\begin{cases} x + y + z = 40 \\ \text{Al ser 21 equipos, cada uno juega 40 partidos. Las puntuaciones obtenidas también se consideran: } 2x + y = 50 \\ 3x + y = 70 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40 \\ 2 & 1 & 0 & 50 \\ 3 & 1 & 0 & 70 \end{array} \right) \xrightarrow[e_3]{e_1 - e_3, e_2 - e_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 40 \\ -1 & 0 & 0 & -20 \\ 3 & 1 & 0 & 70 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 40 \\ -x = -20 \\ 3x + y = 70 \end{cases}$$
 La solución es (20, 10, 10)

Por tanto, **el equipo campeón perdió 10 partidos**

3.- Un taller de confección hace chaquetas y pantalones para niños. Para hacer una chaqueta es necesario 1 m de tela y 2 botones. Para hacer unos pantalones se necesitan 2 m de tela, 1 botón y 1 cremallera. El taller dispone de 500 m de tela, 400 botones y 225 cremalleras. Por cada chaqueta obtiene un beneficio de 20€ y de 30€ por cada pantalón. Suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, indica cuantas chaquetas y cuantos pantalones debe confeccionar para obtener el máximo beneficio.

Solución:

Llamamos: x : número de chaquetas; y : número de pantalones fabricados por el taller

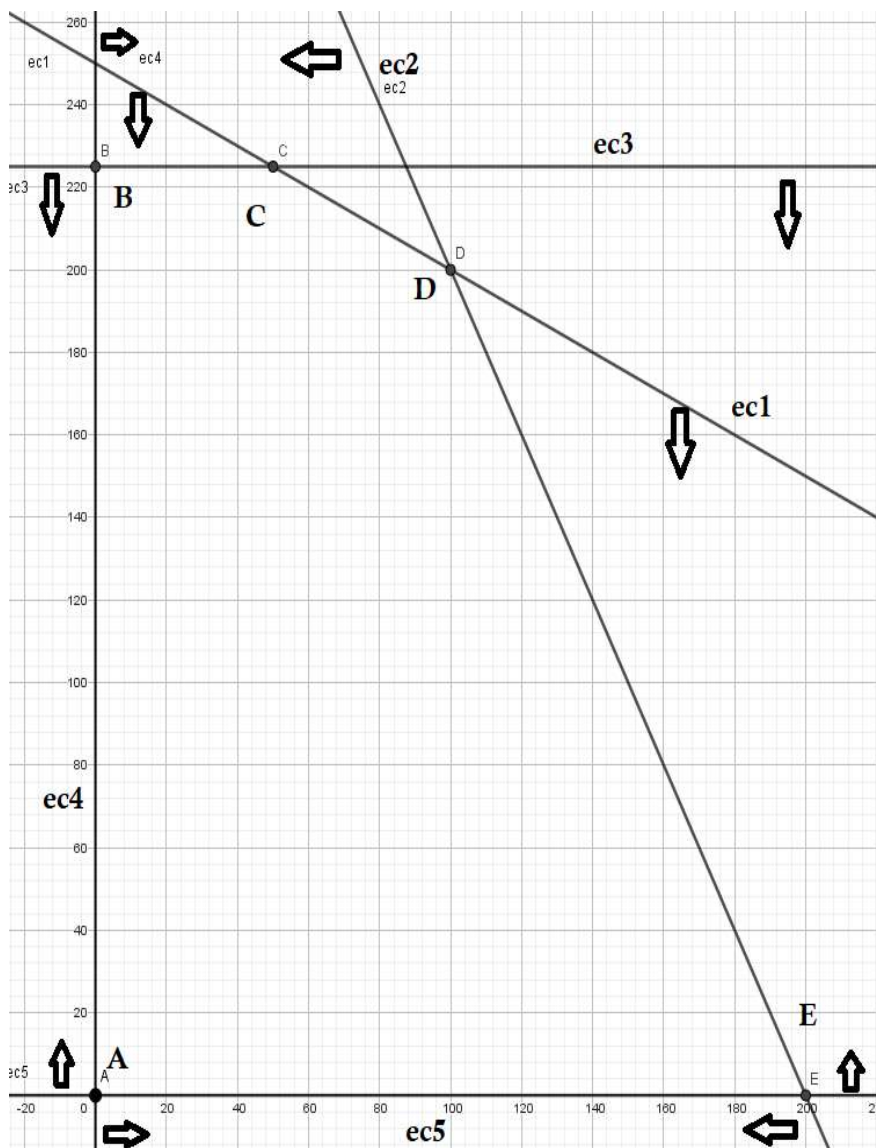
$$\begin{cases} x + 2y \leq 500 \\ 2x + y \leq 400 \\ \text{Las restricciones son las siguientes: } y \leq 225 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La función de beneficio es $G(x, y) = 20x + 30y$

Nombre:			
Curso: 2º Bach - B	Fecha: 29 - 1 - 2026	Nº	

Las rectas se calculan buscando puntos

El semiplano factible se calcula comprobando la situación del punto (0,0) respecto a cada desigualdad, excepto para las rectas ec4 y ec5



Los vértices son:

$$A: ec4 \cap ec5 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0, 0)$$

$$B: ec3 \cap ec4 \rightarrow \begin{cases} y = 225 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow B(0, 225)$$

$$C: ec1 \cap ec3 \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 500 \\ y = 225 \end{cases} \rightarrow C(50, 225)$$

$$D: ec1 \cap ec2 \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 500 \\ 2x + y = 400 \end{cases} \rightarrow D(100, 200)$$

$$E: ec2 \cap ec5 \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 400 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(200, 0)$$

Para encontrar el óptimo calculamos el valor de la función de beneficio en cada vértice:

$$G(A) = 20 \cdot 0 + 30 \cdot 0 = 0$$

$$G(B) = 20 \cdot 0 + 30 \cdot 225 = 6750$$

$$G(C) = 20 \cdot 50 + 30 \cdot 225 = 7750$$

$$G(D) = 20 \cdot 100 + 30 \cdot 200 = 8000$$

$$G(E) = 20 \cdot 200 + 30 \cdot 0 = 4000$$

Por lo tanto, el máximo se alcanza en el punto D

En consecuencia, **para obtener el máximo beneficio se deben confeccionar 100 chaquetas y 200 pantalones**

Puntuación máxima - Todos los ejercicios: 2 puntos cada uno.

Cualquier respuesta sin la justificación adecuada tendrá una calificación de 0 puntos

Nombre:			
Curso: 2º Bach - B	Fecha: 29 - 1 - 2026	Nº	

4.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales e interpreta geoméricamente el resultado.

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 9 \\ 3x - 5y & = & 4 \\ 5x - 2y & = & -6 \end{array} \right\}$$

Solución:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 9 \\ 3 & -5 & 4 \\ 5 & 2 & -6 \end{array} \right) \xrightarrow{2e_1 - 3e_3} \left(\begin{array}{cc|c} -11 & 0 & 36 \\ 31 & 0 & -22 \\ 5 & 2 & -6 \end{array} \right) \xrightarrow{2e_2 + 5e_3} \left(\begin{array}{cc|c} -11 & 0 & 36 \\ 31 & 0 & -22 \\ 5 & 2 & -6 \end{array} \right) \xrightarrow{e_3} \left(\begin{array}{cc|c} -11 & 0 & 36 \\ 31 & 0 & -22 \\ 5 & 2 & -6 \end{array} \right)$$

El sistema es equivalente a $\left. \begin{array}{rcl} -11x & = & 36 \\ 31x & = & -22 \\ 5x + 6y & = & -6 \end{array} \right\}$

No existe ningún número que sea solución de las dos primeras ecuaciones. En consecuencia el sistema es INCOMPATIBLE por tanto **no tiene ninguna solución.**

La interpretación geométrica debe relacionarse con el espacio de posibles soluciones. Como el problema tiene dos incógnitas el conjunto de soluciones de cada ecuación lineal es una recta en el plano. En este caso **son 3 rectas que no se cortan en ningún punto.**

5.- Dibuja la región factible y calcula los vértices asociados al siguiente conjunto de restricciones:

$$\left. \begin{array}{rcl} 2'5x + 5y & \leq & 125 \\ x + 0'5y & \leq & 25 \\ x + y & \leq & 30 \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Las rectas se calculan buscando puntos

El semiplano factible se calcula comprobando la

Situación del punto (0,0) excepto para la recta ec4

Cálculo de los vértices:

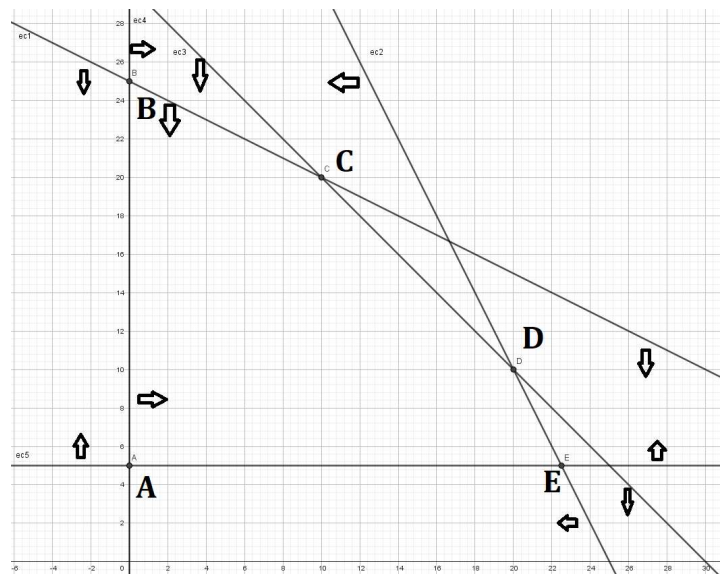
$$A: ec4 \cap ec5 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{A(0, 5)}$$

$$B: ec1 \cap ec4 \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2'5x + 5y = 125 \\ x = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{B(0, 25)}$$

$$C: ec1 \cap ec3 \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2'5x + 5y = 125 \\ x + y = 30 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{C(10, 20)}$$

$$D: ec2 \cap ec3 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 0'5y = 25 \\ x + y = 30 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{D(20, 10)}$$

$$E: ec2 \cap ec5 \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 0'5y = 25 \\ y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{E(22'5, 5)}$$



Puntuación máxima - Todos los ejercicios: 2 puntos cada uno.

Cualquier respuesta sin la justificación adecuada tendrá una calificación de 0 puntos