12 INFERENCIA ESTADÍSTICA. ESTIMACIÓN DE LA MEDIA

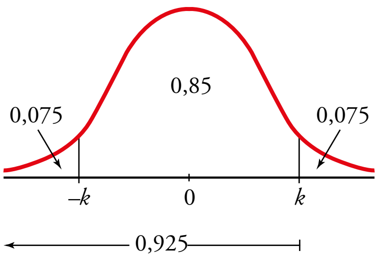
AUTOEVALUACIÓN

1 Halla el intervalo característico al 85 % para:

a) Una $N(0, 1)$.

b) Una $N(2\,540, 190)$.

a)



$P[-k < z < k] = 0,85 \;\to\; P[z < k] = 0,925 \;\to$

$\to\; \phi(k) = 0,925 \;\to\; k = 1,44$

El intervalo característico del 85 % para la $N(0, 1)$ es (–1,44; 1,44).

b) En una $N(2\,540, 190)$:

$2\,540 - 1,44 \cdot 190 = 2\,266,4$

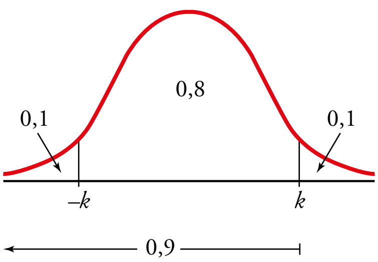
$2\,540 + 1,44 \cdot 190 = 2\,813,6$

El intervalo característico es (2 266,4; 2 813,6).

2 El peso de los huevos de gallina producidos por cierta granja sigue una normal de media 65 g y desviación típica 6 g. Los huevos se clasifican en P (pequeños), M (medianos) y G (grandes). Si P supone el 10 % del total y G otro 10 %, ¿qué pesos marcan los límites de cada categoría?

X es $N(65, 6)$.

En una distribución $N(0, 1)$:



$P[-k < z < k] = 0,8 \;\to\; P[z < k] = 0,9 \;\to$

$\to\; \phi(k) = 0,9 \;\to\; k = 1,28$

Como z sigue una distribución $N(0, 1)$:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \;\to\; \begin{cases} -1,28 = \dfrac{x_1 - 65}{6} \;\to\; x_1 = 57,32 \\ 1,28 = \dfrac{x_2 - 65}{6} \;\to\; x_2 = 72,68 \end{cases}$$

Los pesos que marcan los límites de cada categoría son 57,32 g y 72,68 g.

3 **Los precios de un producto se distribuyen normal de varianza 25 y media desconocida. Estos son los precios en 16 comercios elegidos al azar:**

95, 108, 97, 112, 99, 106, 105, 100

99, 98, 104, 110, 107, 111, 103, 110

a) ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras de tamaño 16?

b) Determina el intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional.

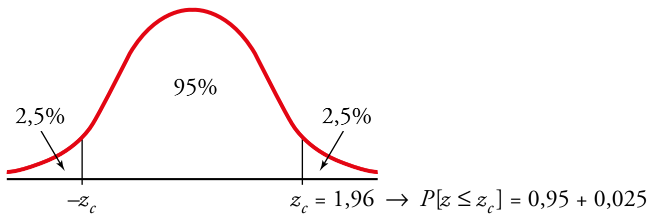
a) Los precios se distribuyen según $N(\mu, \sigma)$.

Como la varianza es 25 $\to$ $\sigma = \sqrt{25} = 5$, la distribución de las medias de las muestras de tamaño 16 es:

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \to N\left(\mu, \frac{5}{\sqrt{16}}\right) \to N(\mu; 1,25)$$

b) Una confianza del 95 % implica que el valor crítico es $z_c = 1,96$.

Mirando en las tablas, $P[z \le z_c] = 0,975$.



Tomamos como centro del intervalo el valor de $\bar{x}$ obtenido a partir de los 16 valores de la muestra.

El intervalo pedido es: $104 \pm 1,96 \cdot 1,25 \to (101,55; 106,45)$

La media poblacional μ pertenece al intervalo (101,55; 106,45) con un nivel de confianza del 95 %.

4 **Se quiere estimar el sueldo medio de los trabajadores del transporte público. Se toma para ello una muestra de 625 de estos trabajadores y se obtiene un sueldo medio muestral de 1480 €.**

Si la desviación típica es igual a 250 €:

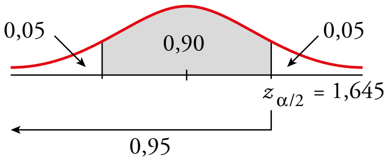
a) Con un nivel de confianza del 90 %, determina el intervalo de confianza para el sueldo medio de un trabajador del transporte público.

b) Si se quiere que el error máximo de la estimación sea de 10 €, halla el tamaño de la muestra que se debe tomar considerando un nivel de confianza del 99 %.

a) Los intervalos de confianza para la media tienen la forma:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \; \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

A un nivel de confianza del 90 % le corresponde un $z_{\alpha/2} = 1,645$ ya que:

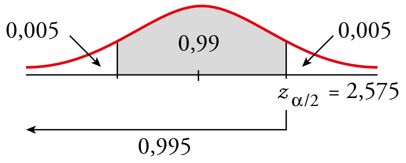


El intervalo pedido es:

$$\left(1\,480 - 1,645 \cdot \frac{250}{\sqrt{625}}; \; 1\,480 + 1,645 \cdot \frac{250}{\sqrt{625}}\right) = (1\,463,55; \, 1\,496,45)$$

b) El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

A un nivel de confianza del 99 % le corresponde un $z_{\alpha/2} = 2{,}575$ pues:



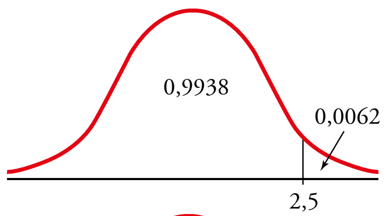
Así:

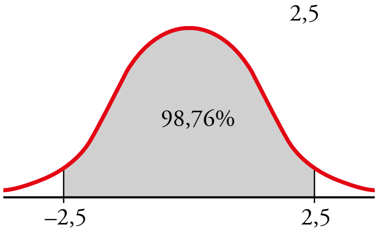
$$10 = 2,575 \cdot \frac{250}{\sqrt{n}} \;\rightarrow\; \sqrt{n} = \frac{2,575 \cdot 250}{10} \;\rightarrow\; \sqrt{n} = 64,375 \;\rightarrow\; n = 4\,144,14$$

Se debe tomar una muestra de tamaño 4 145.

5 **Un agricultor quiere estimar el peso medio de las naranjas que produce, con un error menor que 10 g, utilizando una muestra de 81 naranjas.**

Sabiendo que la desviación típica poblacional es de 36 g, ¿cuál será el máximo nivel de confianza con que realizará la estimación?





El error máximo admisible es $E = z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Conocemos: $E = 10$, $n = 81$, $\sigma = 36$

Calculamos $z_{\alpha/2}$:

$$z_{\alpha/2} = \frac{E\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{10 \cdot 9}{36} = 2{,}5$$

$\phi(2{,}5) = 0{,}9938$; $1 - 0{,}9938 = 0{,}0062$

$P[-2{,}5 \le z \le 2{,}5] = 0{,}9938 - 0{,}0062 = 0{,}9876$

El nivel de confianza es del 98,76 %.