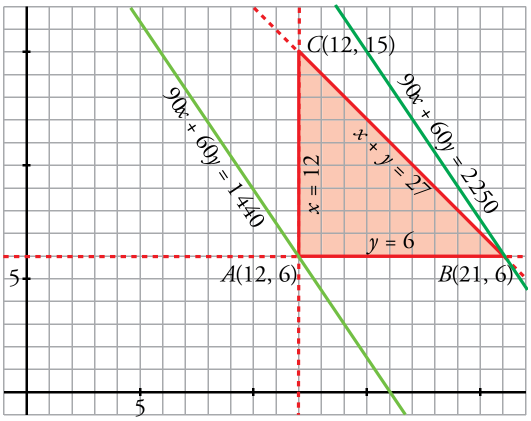
Autoevaluación

Página 125

1 Representa el recinto limitado por estas inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \le 27 \\ x \ge 12 \\ y \ge 6 \end{cases}$$

Halla los valores máximo y mínimo de la siguiente función en ese recinto: $F(x, y) = 90x + 60y$.



$F(x, y)$ toma el valor máximo en $B(21, 6)$:

$$F(21, 6) = 90 \cdot 21 + 60 \cdot 6 = 2250$$

$F(x, y)$ toma el valor mínimo en $A(12, 6)$:

$$F(12, 6) = 90 \cdot 12 + 60 \cdot 6 = 1440$$

2 Representa el recinto descrito por las inecuaciones:

$$\begin{cases} x \ge 0, \;\; y \ge 0 \\ 10 - x \ge 0 \\ 10 - y \ge 0 \\ x + y \le 13 \\ x + 2y \ge 12 \end{cases}$$

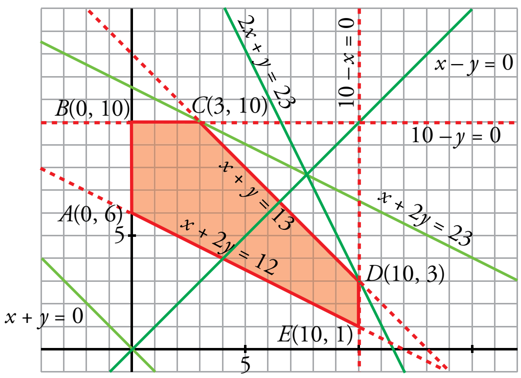
Halla el máximo y el mínimo de las siguientes funciones:

a) $F(x, y) = 2x + y$ **b)** $G(x, y) = x + 2y$

c) $H(x, y) = x - y - 5$ **d)** $I(x, y) = x + y + 2$

La región factible es la zona sombreada de la siguiente figura:

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 10 - x \ge 0 \;\to\; x \le 10 \\ 10 - y \ge 0 \;\to\; y \le 10 \\ x + y \le 13 \;\to\; y \le 13 - x \\ x + 2y \ge 12 \;\to\; y \ge \dfrac{12 - x}{2} \end{cases}$$



a) $F(x, y) = 2x + y$ toma el valor máximo en el vértice $D(10, 3)$:

$F(10, 3) = 2 \cdot 10 + 3 = 23$ es máximo de F.

$F(x, y) = 2x + y$ toma el valor mínimo en el vértice $A(0, 6)$:

$F(0, 6) = 6$ es el valor mínimo de F en el recinto.

b) $G(x, y) = x + 2y$ toma el valor máximo en $C(3, 10)$:

$G(3, 10) = 3 + 2 \cdot 10 = 23$ es máximo de G.

$G(x, y)$ toma el valor mínimo en cualquier punto del segmento AE. Por ejemplo:

En el vértice A su valor es $G(0, 6) = 0 + 2 \cdot 6 = 12$

En el vértice E su valor es $G(10, 1) = 10 + 2 \cdot 1 = 12$

c) $H(x, y) = x - y - 5$ toma el valor máximo en el vértice $E(10, 1)$:

$H(10, 1) = 10 - 1 - 5 = 4$ es máximo de H.

$H(x, y) = x - y - 5$ toma el valor mínimo en el vértice $B(0, 10)$:

$H(0, 10) = 0 - 10 - 5 = -15$ es el valor mínimo de H en el recinto.

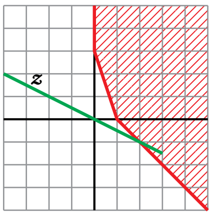
d) $I(x, y) = x + y + 2$ toma el valor máximo en el vértice $C(3, 10)$:

$I(3, 10) = 10 + 3 + 2 = 15$ es máximo de I.

$I(x, y) = x + y + 2$ toma el valor mínimo en el vértice $A(0, 6)$:

$I(0, 6) = 0 + 6 + 2 = 8$ es mínimo de I.

3 ¿Tiene máximo la función z en el recinto señalado? ¿Y mínimo?



No tiene ni máximo ni mínimo.

4 Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio.

Para fabricar 100 m de cable de tipo A, se necesitan 10 kg de cobre, 2 kg de titanio y 1 kg de aluminio, y se obtiene de él un beneficio de 1 500 €. Para fabricar 100 m de cable de tipo B, se necesitan 15 kg de cobre, 1 kg de titanio y 1 kg de aluminio, y se obtiene un beneficio de 1 000 €.

Calcula cuántos metros de cable hay que fabricar de cada tipo para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es ese beneficio?

Llamamos:

x = metros de cable de tipo A

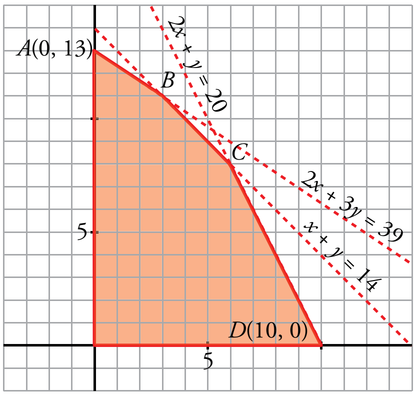
y = metros de cable de tipo B

	CABLE TIPO A	CABLE TIPO B	DISPONIBLE
COBRE (kg)	$10x$	$15y$	195
TITANIO (kg)	$2x$	$1y$	20
ALUMINIO (kg)	$1x$	$1y$	14
BENEFICIO (€)	1 500	1 000	

Las restricciones del problema son:

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 10x + 15y \le 195 \;\to\; 2x + 3y \le 39 \\ 2x + y \le 20 \\ x + y \le 14 \end{cases}$$

La región factible es la zona sombreada:



Calculamos las coordenadas de los vértices B y C:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 39 \\ x + y &= 14 \end{aligned}\right\} \;39 - 2x = 42 - 3x \;\to\; x = 3 \;\to\; B(3, 11)$$

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 20 \\ x + y &= 14 \end{aligned}\right\} \;20 - 2x = 14 - x \;\to\; x = 6 \;\to\; C(6, 8)$$

La función objetivo que hay que maximizar es: $F(x, y) = 1\,500x + 1\,000y$

$F(A) = F(0, 13) = 13\,000$

$F(B) = F(3, 11) = 15\,500$

$F(C) = F(6, 8) = 17\,000$

$F(D) = F(10, 0) = 15\,000$

El beneficio máximo, que es de 17 000 euros, se obtiene en el punto $C(6, 8)$.

Es decir, para obtener el beneficio máximo será necesario fabricar 600 metros de cable del tipo A y 800 metros de cable del tipo B

5 **Un deportista solamente puede tomar para desayunar barritas de chocolate y barritas de cereales. Cada barrita de chocolate proporciona 40 g de hidratos de carbono, 30 g de proteínas y 200 kcal, mientras que cada barrita de cereales proporciona 80 g de hidrados de carbono, 10 g de proteínas y 100 kcal. El deportista quiere tomar al menos 320 g de hidratos de carbono y 90 g de proteínas, pero no más de 1 000 kcal. El coste de cada barrita de chocolate es de 2 € mientras que el de cada barrita de cereales es de 1 €.**

¿Cuántas barritas de cada tipo tiene que tomar el deportista para gastar la menor cantidad de dinero?

Llamamos x al número de barritas de chocolate e y al número de barritas de cereales.

	HIDRATOS DE CARBONO	PROTEÍNAS	KCAL
BARRITAS DE CHOCOLATE	40	30	200
BARRITAS DE CEREALES	80	10	100
NECESIDADES	320	90	1 000

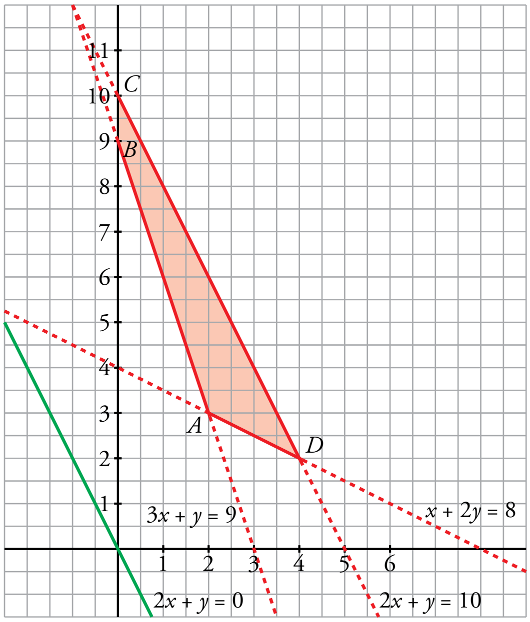
Restricciones:

$$\begin{cases} 40x + 80y \geq 320 \;\rightarrow\; x + 2y \geq 8 \\ 30x + 10y \geq 90 \;\rightarrow\; 3x + y \geq 9 \\ 200x + 100y \leq 1\,000 \;\rightarrow\; 2x + y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La función que nos da el gasto es:

$$F(x, y) = 2x + y$$

La representación de la región de validez y la función de gasto es:



La recta variable $2x + y = K$ toma su valor mínimo (dentro de los válidos) en el vértice $A(2, 3)$.

Para minimizar los gastos, debe tomar 2 barritas de chocolate y 3 de cereales.