1) En un centro educativo el 40 % de los alumnos practica voleibol, el 30 % bádminton y el 20 % ambos deportes.

a) Si un alumno, elegido al azar, juega al voleibol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al bádminton?

b) ¿Son independientes los sucesos "jugar al voleibol" y "jugar al bádminton"?

Seleccionado un alumno al azar, se consideran los sucesos V = "juega al voleibol" y B = "juega al bádminton". Se tiene que:

$P(V) = 0{,}4 \quad P(B)=0{,}3 \quad P(V\cap B) = 0{,}2$

a) En este caso, se trata de calcular la probabilidad de que el alumno seleccionado no juegue al bádminton, sabiendo que juega voleibol:

$$P(\bar{B}/V) = \frac{P(\bar{B}\cap V)}{P(V)} = \frac{P(V)-P(V\cap B)}{P(V)} = \frac{0{,}4-0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$$

b) Para que los sucesos V y B sean independientes se tiene que cumplir que :

$P(V\cap B) = P(V)\cdot P(B) \rightarrow 0{,}2 \neq 0{,}4\cdot 0{,}3 \rightarrow$ por lo tanto los sucesos V y B no son independientes.

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	Juegan al voleibol	No juegan al voleibol	
Juegan al Badminton	**20**	10	**30**
No juegan al Badminton	20	50	70
	40	60	100

En este caso, se trata de calcular la probabilidad de que el alumno seleccionado no juegue al bádminton, sabiendo que juega voleibol:

$$P(\bar{B}/V) = \frac{P(\bar{B}\cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{40}{100}} = \frac{20}{40} = 0{,}5$$

2) **Se consideran los sucesos A y B tales que P(A) = 0,84, P(B) = 0,5 y $P(\bar{A}/\bar{B}) = 0{,}12$. Entonces:**

a) ¿Son independientes los sucesos A y B?

b) Calcula la probabilidad de que ocurran A y no B.

a) Para que los sucesos V y B sean independientes se tiene que cumplir que :

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$

$P(\bar{A}/\bar{B}) = 0{,}12 \rightarrow P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A \cup B})}{P(\bar{B})} = \frac{1 - P(A \cup B)}{0{,}5} = 0{,}12$

$1 - P(A \cup B) = 0{,}12 \cdot 0{,}5 \rightarrow P(A \cup B) = 1 - 0{,}12 \cdot 0{,}5 = 1 - 0{,}06 = 0{,}94 \rightarrow \mathbf{P(A \cup B) = 0{,}94}$

$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} \rightarrow 0{,}94 = 0{,}84 + 0{,}5 - \mathbf{P(A \cap B)} \rightarrow \mathbf{P(A \cap B) = 0{,}4}$

Comprobamos si los dos sucesos son independientes:

$\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)} \rightarrow 0{,}4 \neq 0{,}84 \cdot 0{,}5$ Los sucesos A y B no son independientes.

b) $\mathbf{P(A \cap \bar{B})} = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}84 - 0{,}4 = 0{,}44$

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	A	$\bar{A}$	
B	40	10	**50**
$\bar{B}$	44	6	50
	84	16	100

$\mathbf{P(A \cap \bar{B})} = \frac{44}{100} = 0{,}44$

3) Calcula $P(\bar{A}/B)$ sabiendo que P(B)= 0,25 y P(A∩B)= 0,2.

Por la definición de probabilidad condicionada y aplicando propiedades de la probabilidad:

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,25-0,2}{0,25} = 0,2$$

4) Sean A y B dos sucesos aleatorios. Supóngase que P(A)= 0,2 P(AUB)=0,9 P(B)= x

a) ¿Para qué valor de x A y B son sucesos incompatibles.

b) ¿Para qué valor de x son A y B sucesos independientes?

$$\text{Teoría} \rightarrow \begin{cases} \text{Sucesos incompatibles} \rightarrow A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0 \\ \text{Sucesos Independientes} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \end{cases}$$

a) Para que los sucesos sean incompatibles $\mathbf{P(A \cap B) = 0}$

$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0 \rightarrow 0,9 = 0,2 + x \rightarrow$ **x= 0,7**

b) Para que los sucesos sean independientes: $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)} \rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \rightarrow 0,2 \cdot x = 0,2 + x - 0,9$

$0,8x = 0,7 \rightarrow \mathbf{x = \frac{7}{8} = 0,875}$

5) En una frutería el 60 % de los clientes compran naranjas, el 40 % compran manzanas y el 30 % no compran ni naranjas ni manzanas. Calcula el porcentaje de clientes que compran:

a) Naranjas o manzanas o ambas.

b) Manzanas y naranjas.

c) Naranjas pero no manzanas.

Consideramos N=" el cliente compran naranjas" y M=" el cliente compran manzanas"

Los datos que nos aporta el enunciado son los siguientes: **P(N) = 0,6 P(M)=0,4 $\mathbf{P(\bar{N} \cap \bar{M}) = 0,3}$**

a) $P(\bar{N} \cap \bar{M}) = P(\overline{N \cup M}) = 1 - P(N \cup M) = 0,3 \rightarrow P(N \cup M) = 0,7$

El 70% de los clientes compran naranjas o manzanas.

b) $P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) \rightarrow 0,7 = 0,4 + 0,6 - P(M \cap N) \rightarrow P(M \cap N) = 0,3$

El 30 % de los clientes compran manzanas y naranjas.

c) $P(N \cap \bar{M}) = P(N) - P(N \cap M) = 0{,}6 - 0{,}3 = 0{,}3$

El 30% de los clientes compran naranjas pero no manzanas.

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	M	$\bar{M}$	
N	30	30	**60**
$\bar{N}$	10	**30**	40
	40	60	100

a) $P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) \rightarrow P(M \cup N) = \frac{40}{100} + \frac{60}{100} - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = 0{,}7$

El 70% de los clientes compran naranjas o manzanas.

b) $P(M \cap N) = \frac{30}{100} = 0{,}3$

El 30 % de los clientes compran manzanas y naranjas.

c) $P(N \cap \bar{M}) = \frac{30}{100} = 0{,}3$

El 30% de los clientes compran naranjas pero no manzanas.

6) En una ciudad, el 10 % de los días de junio llueve, mientras que el 75 % luce el sol. Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol en cada uno de los casos siguientes.

a) No es posible que en un día llueva y haga sol.

b) El 5 % de los días de junio llueve y hace sol.

Consideramos LL="llueve" y S=" hace sol"

$P(LL) = 0,1 \qquad P(S) = 0,75$

a) El enunciado nos da la siguiente información "No es posible que en un día llueva y haga sol".

$LL \cap S = \emptyset \rightarrow P(LL \cap S) = 0$

El ejercicio nos pide lo siguiente: Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol

$P(LL \cap \bar{S}) = P(LL) - P(LL \cap S) = 0,1 - 0 = 0,1$

El 10% de los días de Junio no llueve y hace sol

b) El enunciado nos da la siguiente información: El 5 % de los días de junio llueve y hace sol.

$P(LL \cap S) = 0,05$

El ejercicio nos pide lo siguiente: Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol.

$P(LL \cap \bar{S}) = P(LL) - P(LL \cap S) = 0,1 - 0,05 = 0,05$

El 5% de los días de Junio no llueve y hace sol

7) **Las probabilidades de que el metro, el tren o el autobús de una ciudad sean puntuales son 0,9; 0,8 y 0,6, respectivamente. Calcula la probabilidad de que en un determinado viaje en el que los tres medios salen a la vez, cumplan el horario:**

a) Los tres medios de transporte.

b) Solo uno de ellos.

c) Al menos, uno de los tres.

d) Al menos, dos de los tres.

Se consideran los sucesos con sus respectivas probabilidades son:

M = "el metro es puntual" T = "el tren es puntual" A = "el autobús es puntual"

P (M) = 0,9 P (T) = 0,8 P (A) = 0,6

Los tres **sucesos son independientes**, es decir, lo son dos a dos y los tres en conjunto.

a) Debemos calcular la probabilidad de los tres medios lleguen puntuales:

$P(M\cap T\cap A) = P(M)\cdot P(T)\cdot P(A)= 0,9\cdot 0,8\cdot 0,6 = 0,432$

El porcentaje de que los tres medios lleguen puntuales será del 43,2%

b) Debemos calcular la probabilidad de que llegue puntual solo uno de ellos:

Llamamos P= "solo uno de ellos llega puntual"

$P(P) = P(M\cap \overline{T}\cap \overline{A}) + P(\overline{M}\cap T\cap \overline{A}) + P(\overline{M}\cap \overline{T}\cap A) = P(M)\cdot P(\overline{T})\cdot P(\overline{A}) + P\overline{M})\cdot P(T)\cdot P(\overline{A})+(P(\overline{M})\cdot P(\overline{T})\cdot P(A) = 0,9\cdot 0,2\cdot 0,4 + 0,1\cdot 0,8\cdot 0,4 + 0,1\cdot 0,2\cdot 0,6 = 0,116$

El porcentaje de que solo uno de los medios llegue a tiempo será del 11,6%

c) Debemos calcular la probabilidad de que al menos dos de los tres

Llamamos C=" que al menos llegue uno puntual"

$P(C) = 1 - P($" que no llegue ninguno a tiempo$) = 1 - P(\overline{M}\cap \overline{T}\cap \overline{A}) = 1 - P(\overline{M})\cdot P(\overline{T})\cdot P(\overline{A}) =$

$P(C) = 1- 0,1\cdot 0,2\cdot 0,4 = 0,992$

El porcentaje de que al menos uno de ellos llegue puntual será del 99,2%

d) Debemos calcular que al menos dos de los tres deben llegar puntuales.

Sabiendo que el espacio muestral es el siguiente →E=”MTA, $MT\bar{A}$, $M\bar{T}A$, $M\overline{\bar{T}\bar{A}}$, $\bar{M}TA$, $\bar{M}T\bar{A}$, $\bar{M}\bar{T}A$, $\bar{M}\bar{T}\bar{A}$ “

Llamamos C=” que al menos dos llegue puntual” → C=” MTA, $MT\bar{A}$, $M\bar{T}A$, $\bar{M}TA$ “

$P(C) = P(M \cap T \cap A) + P(M \cap T \cap \bar{A}) + P(M \cap \bar{T} \cap A) + P(\bar{M} \cap T \cap A) =$

$P(C) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}876$

El porcentaje de que al menos dos de los medios llegue puntual será del 87,6%

8) En el juego del tiro al plato Antonio acierta el plato el 55 % de las veces que dispara. En cambio María falla en el 40 % de las tiradas. Si disparan los dos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que ambos acierten?

Tomamos como suceso A = “Antonio acierta” y M = “María acierta”

La probabilidad de A es $\begin{cases} P(A) = 0{,}55 \\ P(\bar{A}) = 0{,}45 \end{cases}$ y la probabilidad de M es $\begin{cases} P(M) = 0{,}6 \\ P(\bar{M}) = 0{,}4 \end{cases}$

Los sucesos A y M son independientes, por lo tanto se cumple que:

$P(A \cap M) = P(A) \cdot P(M) \rightarrow P(A \cap M) = 0{,}55 \cdot 0{,}6 = 0{,}33$

9) En unos grandes almacenes, el 60 % de las compras de un determinado mes se pagaron con tarjeta de crédito. De ellas, el 10 % fueron posteriormente devueltas. Además, se sabe que entre las compras devueltas de las realizadas ese mes, un 50 % habían sido pagadas con tarjeta. Elegida una compra de ese mes al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya pagado con tarjeta y posteriormente se haya devuelto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya devuelto posteriormente?

c) ¿Qué porcentaje de compras se compran al contado y no son devueltas posteriormente?

Llamamos al suceso T = "la compra se pagó con tarjeta de crédito" y D = "la compra fue devuelta".

La información proporcionada indica que: $P(T) = 0{,}6$ $P(D/T) = 0{,}1$ $P(T/D) = 0{,}5$

a) $P(D/T) = 0{,}1 \rightarrow P(D/T) = \dfrac{P(D \cap T)}{P(T)} = \dfrac{P(D \cap T)}{0{,}6} = 0{,}1 \rightarrow P(D \cap T) = 0{,}1 \cdot 0{,}6 = 0{,}06$

b) $P(D) = ?$

$$P(T/D) = 0{,}5 \rightarrow P(T/D) = \frac{P(T \cap D)}{P(D)} = 0{,}5 \rightarrow P(D) = \frac{P(T \cap D)}{0{,}5} = \frac{0{,}06}{0{,}5} = 0{,}12$$

c) $P(\overline{\overline{\overline{T}}} \cap \overline{D}) = 1 - P(\overline{T \cup D}) = P(T \cup D)$

$$P(T \cup D) = P(T) + P(D) - P(T \cap D) = 0{,}6 + 0{,}12 - 0{,}06 = 0{,}66$$

El porcentaje de que las compras se hayan hecho al contado y que no sean devueltas serán del 66%