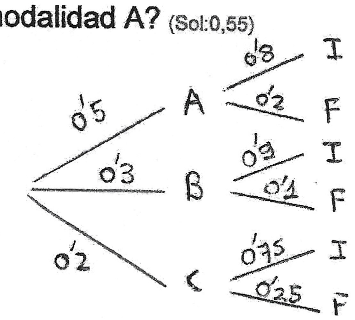
EJERCICIOS DE PROBABILIDAD

1. En un instituto de Redondela se ofertan tres modalidades A, B y C, y dos idiomas, inglés y francés. La modalidad A es elegida por un 50% de los alumnos, la B por un 30% y la C por un 20%. También se conoce que han elegido inglés el 80% de los alumnos de la modalidad A, el 90% de la modalidad B y el 75% de la C, habiendo elegido francés el resto de los alumnos.

a) ¿Qué porcentaje de estudiantes del instituto ha elegido francés? (Sol:18%)

b) Si se elige al azar un estudiante que estudia francés, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la modalidad A? (Sol:0,55)



I = "Inglés" F = "Francés"

a)

$$P(F) = P(A)\cdot P(F/A) + P(B)\cdot P(F/B) + P(C)\cdot P(F/C)$$

$$P(F) = 0'5 \cdot 0'2 + 0'3 \cdot 0'1 + 0'2 \cdot 0'25$$

$$P(F) = 0'18 \Rightarrow \boxed{18\%}$$

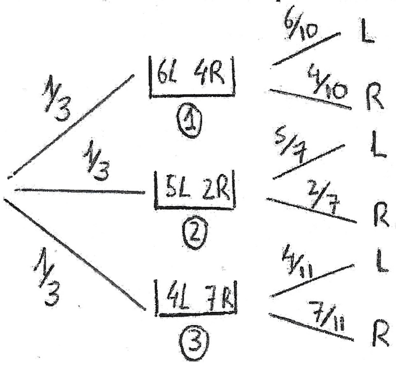
b) Aplicamos T. Bayes:

$$P(A/F) = \frac{P(A \cap F)}{P(F)} = \frac{0'5 \cdot 0'2}{0'18} = \boxed{0'555}$$

2. Tres bolsas idénticas contienen bolas de cristal: la primera, 6 lisas y 4 rugosas; la segunda, 5 lisas y 2 rugosas; y la tercera 4 lisas y 7 rugosas. Determina:

a) La probabilidad de que al extraer una bola al azar de una bolsa al azar sea rugosa. (Sol:0,44)

b) Se ha hecho una extracción de una bola al azar y ha resultado ser lisa. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido de la primera bolsa? (Sol:0,36)



L = "Lisa" R = "Rugosa"

a)

$$P(R) = P(1)\cdot P(R/1) + P(2)\cdot P(R/2) + P(3)\cdot P(R/3)$$

$$P(R) = \frac{1}{3}\cdot\frac{4}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7} + \frac{1}{3}\cdot\frac{7}{11}$$

$$\boxed{P(R) = 0'44}$$

b) Aplicamos T Bayes:

$P(L) + P(R) = 1$

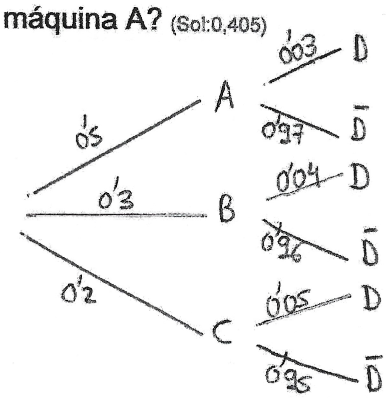
$$P(1/L) = \frac{P(1 \cap L)}{P(L)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{10}}{0'56} = \boxed{0'357}$$

3. Tres máquinas, A, B y C, producen el 50%, el 30% y el 20%, respectivamente, del total de los objetos de una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son, respectivamente, el 3%, el 4% y el 5%.

a) Se selecciona un objeto al azar, ¿qué probabilidad tiene de salir defectuoso? (Sol:0,037)

b) Suponiendo que es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A? (Sol:0,405)

D = "Defectuoso"



a) $P(\text{"Defectuoso"}) = P(A)\cdot P(D/A) + P(B)\cdot P(D/B) + P(C)\cdot P(D/C)$

$P(D) = 0'5 \cdot 0'03 + 0'3 \cdot 0'04 + 0'2 \cdot 0'05$ $\boxed{P(D) = 0'037}$

b) Aplicamos T. Bayes

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{0'5 \cdot 0'03}{0'037} = \boxed{0'405}$$

[Xuño 2018]

En las rebajas de uns grandes almacéns están mesturadas e á venda 200 bufandas da marca A, 150 da marca B e 50 da marca C. A probabilidade de que unha bufanda da marca A sexa defectuosa é 0,01; 0,02 se é da marca B e 0,04 se é da marca C. Unha persoa elixe unha bufanda ao azar.

a) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida sexa da marca A ou defectuosa.

b) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida non sexa defectuosa nin da marca C.

c) Se a bufanda elixida non é defectuosa, cal é a probabilidade de que sexa da marca B?

[Setembro 2018]

Nunha fábrica hai tres máquinas A, B e C que producen a mesma cantidade de pezas. A máquina A produce un 2% de pezas defectuosas, a B un 4% e a C un 5%.

a) Calcula a probabilidade de que unha peza elixida ao azar sexa defectuosa.

b) Se se elixe unha peza ao azar e resulta que non é defectuosa, cal é a probabilidade de que fora fabricada pola máquina A?

4. Sean A y B dos sucesos con P(A)=0,7; P(B)=0,6 y P(A∪B) =0,9.

a) ¿Son A y B sucesos independientes? Justifica la respuesta.

b) Calcula P(A-B) y P(A/$\bar{B}$)

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$0'9 = 0'7 + 0'6 - P(A\cap B)$

$P(A\cap B) = 0'4$

a) A y B son independientes $\Leftrightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

Como $0'4 \neq 0'7\cdot 0'6 \Rightarrow$ A y B no son independientes

b) $P(A-B) = P(A\cap\bar{B}) = P(A) - P(A\cap B) = 0'7 - 0'4 = \boxed{0'3}$

$P(A/\bar{B}) = \dfrac{P(A\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \dfrac{0'3}{1-0'6} = \boxed{0'75}$

5. En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos con P($\bar{A}$)=0,4; P(B)=0,7.

Si A y B son independientes, calcula P(A∪B) y P(A−B).

$P(\bar{A}) = 0'4 \rightsquigarrow P(A) = 1 - 0'4 = 0'6$

$P(B) = 0'7$

$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) = 0'42$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(A\cup B) = 0'6 + 0'7 - 0'42$

$\boxed{P(A\cup B) = 0'88}$

$P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$

$\boxed{P(A-B) = 0'18}$

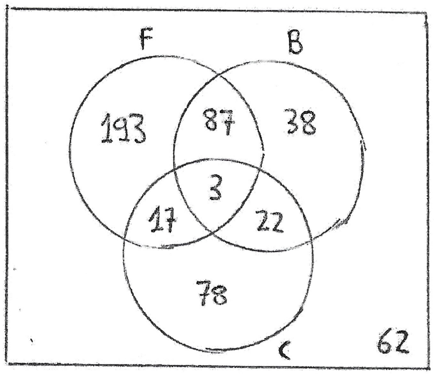
6. En el instituto de 500 personas se cumple que el número de alumnos que juega al fútbol son 300, que juegan al baloncesto 150, que hacen ciclismo 120, que juegan fútbol y baloncesto son 90, al fútbol y ciclismo 20, baloncesto y ciclismo 25, y por fin que practican los tres deportes 3. Calcular:

La probabilidad de que elegido al azar un alumno no haga ningún deporte.

La probabilidad de que elegido al azar un alumno no juegue al baloncesto.

La probabilidad de que elegido al azar un alumno juegue al baloncesto o al fútbol.

La probabilidad de que elegido al azar un alumno practiquen algún deporte.



a) p("no haga ningún deporte") = $\boxed{\dfrac{62}{500}}$

b) p("no juegue al baloncesto") = $1 - \dfrac{150}{500} = \boxed{\dfrac{350}{500}}$

c) p("Baloncesto o fútbol") = $p(B\cup F) = \boxed{\dfrac{360}{500}}$

$\rightarrow P(B\cup F) = P(B) + P(F) - P(B\cap F) = \dfrac{150+300-90}{500}$

d) p("algún deporte") = 1 − p("no haga ningún deporte") = $1 - \dfrac{62}{500} = \boxed{\dfrac{438}{500}}$