

Unidade 06 – Derivadas – Boletín 2

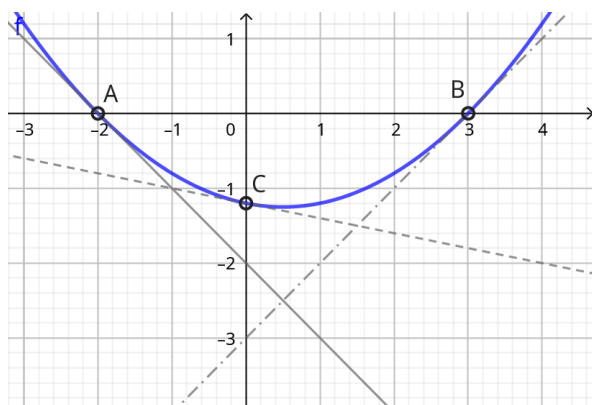
x é a variable, k é unha constante, n é un parámetro			$(k \cdot f)' = k \cdot f'$
$(k)' = 0$			$(f + g)' = f' + g'$
$(kx)' = k$	$(e^x)' = e^x$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\sin x)' = \cos x$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x} = x^{-1}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$[g(f)]' = g'(f) \cdot f'$

- 1 Calcula a taxa de variación media da función $f(x) = x^2 + 1$ nos intervalos $[1, 3]$ e $[3, 5]$
- 2 A distancia, en metros, percorrida por un autobús nos cinco primeiros segundos desde que sae de unha parada ven dada por la función $f(t) = t^2$. ¿Que significado ten a taxa de variación media no intervalo $[1, 3]$?
- 3 A seguinte táboa da a poboación dun determinado país:

Ano	2006	2008	2010	2012	2014
Poboación (miles)	29672	30248	30791	31314	31616

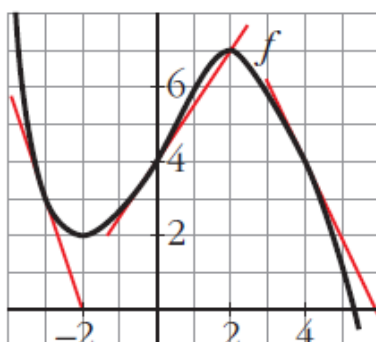
¿Que representa a TVM e en que unidades se mide? Compara e interpreta a TVM en 2006-08 e en 2010-14.

- 4 Observa a gráfica da función f na que se trazaron as rectas tanxentes en $x = -2$, $x = 0$ e $x = 3$.



- a) Obtén o valor de $f'(-2)$, $f'(0)$ e $f'(3)$
- b) En $x = -2$, ¿a derivada é positiva ou negativa? ¿E en $x = 2$? Xustifica a resposta dalgunha forma
- c) ¿Para que valores de x a derivada é positiva? ¿Como é a función nese intervalo?
- d) ¿Para que valores de x a derivada é negativa? ¿Como é a función en ese intervalo?

- 5 Observa a gráfica da función f na que se trazaron as tanxentes en $x = -3$, $x = 0$ e $x = 4$.



- a) ¿Cal é o valor de $f'(-3)$, $f'(0)$ e $f'(4)$?
- b) ¿En que puntos é $f'(x) = 0$?
- c) En $x = 1$, ¿a derivada é positiva ou negativa? ¿E en $x = 3$?
- d) ¿Para que valores de x é a derivada positiva? ¿Como é a función nese intervalo? ¿Para que valores de x é a derivada negativa? ¿Como é a función nese intervalo?

6 Utilizando a definición de derivada, obtén a derivada das seguintes funcións nos puntos que se indican:

a) $f(x) = 3x^2 - 1$ en $x = 1$

b) $f(x) = \frac{3}{x}$ en $x = -1$

c) $f(x) = 4x - x^2$ en $x = 2$

7 Calcula as derivadas das funcións seguintes:

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = 5^x$

c) $f(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$

f) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^3}}$

g) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

h) $f(x) = \ln x$

i) $f(x) = \log_7 x$

j) $f(x) = \cos x$

k) $f(x) = \sin x$

l) $f(x) = \sqrt{3}$

m) $f(x) = \sqrt{\sqrt{x}}$

n) $f(x) = x^4 \cdot x^{-2}$

o) $f(x) = \frac{x}{5}$

p) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$

8 Calcula as derivadas das funcións seguintes:

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 1$

b) $f(x) = 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 - x$

c) $f(x) = -x^7 + 2x^5 - 5x^3 + 7$

d) $f(x) = 6x^6 - 5x^5 + 4x - 8$

e) $f(x) = 2x^{-3} - 4x^{-2} + 5x^{-1} + 7$

f) $f(x) = 5x^3 - 2x + 3x^{-1} + 8x^{-3}$

g) $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} + x - 1$

h) $f(x) = \sqrt[3]{x} - \sqrt{x} + 2$

i) $f(x) = \sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt{x^3} - x^2$

j) $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x} - 3$

k) $f(x) = 3x^2 - x + 4 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2}$

l) $f(x) = \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} - 3x + 6x^2$

m) $f(x) = \sqrt[4]{x^3} - \sqrt{x} + x^2 - 2x^{-3}$

n) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{3} - 4x^4 + 1$

o) $f(x) = \log_2 x - \sin x + x$

9 Deriva os seguintes produtos e cocientes de funcións:

a) $f(x) = 2^x \sin x$

b) $f(x) = (x^2 + x)(5x^3 + 1)$

c) $f(x) = x \ln x + 2$

d) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

e) $f(x) = \frac{3x^2 - 3}{x^2 + 1}$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + x - 1}$

g) $f(x) = \frac{x}{e^{-x}}$

h) $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$

i) $f(x) = (2x^4 - x^2)(x^3 - 5x)$

j) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

k) $f(x) = e^x \ln x$

l) $f(x) = \frac{x - 5}{2x + 3}$

m) $f(x) = 3x\sqrt{x} - 2x^2 \cos x$

n) $f(x) = \frac{\cos x}{e^x}$

o) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\ln x}$

p) $f(x) = 3^x \sin x + x\sqrt[4]{x}$

10 Aplica a regra da cadea para derivar estas funcións:

a) $f(x) = (x^2 + 3)^3$

b) $f(x) = (x^2 + 1)^{15}$

c) $f(x) = \sqrt{\sin x}$

d) $f(x) = e^{x^3 - x + 1}$

e) $f(x) = \sin 2x$

f) $f(x) = 3^{-x^2 + 1}$

g) $f(x) = \sqrt[3]{e^x}$

h) $f(x) = \cos(x^3 + 4x - 1)$

i) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 1}$

j) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

k) $f(x) = (\cos x)^{3/2}$

l) $f(x) = 3^x \cdot \sin x^2$

m) $f(x) = x \cdot e^{2x+1}$ n) $f(x) = \sqrt[3]{5x+3}^2$ o) $f(x) = x \operatorname{sen} \frac{x}{2}$ p) $f(x) = \left(\frac{x^2}{x-2} \right)^2$

q) $f(x) = e^{x^2 - \cos 2x}$ r) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$ s) $f(x) = x - \sqrt{2-x}$ t) $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$

u) $f(x) = (\operatorname{sen} x)^2 - 3x^2$ v) $f(x) = \ln(2x-1)$ w) $f(x) = 2e^{-x}(x+1)$ x) $f(x) = (2x-1)^3$

y) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ z) $f(x) = \log_2(x^2+x+1)$ aa) $f(x) = (x-\sqrt{x})^4$ ab) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-4x+1}$

ac) $f(x) = \cos^4 x$ ad) $f(x) = \cos^2(5x-3)$ ae) $f(x) = \log_3(x^2-\sqrt{x})$ af) $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$

ag) $f(x) = (\ln x)^2(\cos x)$ ah) $f(x) = \frac{1}{(x-2)^5}$ ai) $f(x) = \frac{2x-1}{\cos(x^2+1)}$ aj) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

ak) $f(x) = \sqrt{\operatorname{sen} x - x}$ al) $f(x) = 5^{x+\cos x}$ am) $f(x) = \frac{\ln(x^3-4x)}{x}$ an) $f(x) = \frac{1+\ln x^2}{x^3}$

ao) $f(x) = \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x$ ap) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - e^{-x}}$ aq) $f(x) = \operatorname{sen}^2 \sqrt{x}$ ar) $f(x) = (1+5\sqrt{x})^3$

11 Derivadas preguntadas en problemas de selectividade:

a) Xuño 2022 $C(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & , 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - 250/t & , t > 10 \end{cases}$	b) Xuño 2022 $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$	c) Xullo 2022 $C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12, 1 \leq t \leq 6$	d) Xullo 2022 $e) f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & , \text{se } x \leq 1 \\ 2x - a & , \text{se } x > 1 \end{cases}$
f) Xuño 2021 $C(t) = \begin{cases} 5 - t/3 & , 0 \leq t < 6 \\ 1/4t^2 - 4t + 18 & , 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$	g) Xullo 2021 $r(t) = \frac{kt}{t^2 + 4}, t > 0$	h) Xuño 2020 $i) P(t) = \frac{180t}{t^2 + 9}, t \geq 0$	j) Xullo 2020 $G(t) = \begin{cases} 4 - (t/3) & , 0 \leq t \leq 3 \\ (5t-3)/(t+1) & , t > 3 \end{cases}$
k) Xuño 2019 $f(x) = x^2 - 6x + 8$	l) Xullo 2019 $P(t) = \frac{24}{t^2 - 4 + 16} + 2$	m) Setembro 2018 $N(t) = 5 + 20t/(1+t^2), t \geq 0$	n) Setembro 2018 $G(t) = \begin{cases} 10(5t-t^2) & \text{si } 0 \leq t \leq 4 \\ 80 - 10t & \text{si } 4 < t \leq 10 \end{cases}$
o) Xuño 2017 $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & , 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & , 7 < t \leq 12 \end{cases}$	p) Xuño 2016 q) $f(x) = -x^3 + 6x^2$ r) $f(x) = ax^2 + bx^3$	s) Xuño 2016 $P(t) = 8 + \frac{12t}{t^2 + 9}, t \geq 0$	t) Xuño 2018 $S(t) = \begin{cases} 35 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 25 + 10t & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ -0,5t^2 + 4t + 39 & \text{si } 2 \leq t \leq 5 \end{cases}$

12 Obtén a ecuación da recta tanxente á función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ no punto de abscisa $x = -1$.

13 En que puntos son horizontais as rectas tanxentes á curva $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$?

14 Dada a función $f(x) = \sqrt{1+2x}$, obtén a ecuación da recta tanxente á gráfica no punto onde é paralela á recta $y = \frac{1}{2}x$

15 Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ no seu punto de corte con OY