

| SUMA Y RESTA                                                                                                                                                                                                         | PRODUCTO                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | COCIENTE                                                                                                                                                                                                                           | POTENCIA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(+\infty) + k = +\infty$<br>$(-\infty) + k = -\infty$<br>$(+\infty) - k = +\infty$<br>$(-\infty) - k = -\infty$<br>$(+\infty) + (+\infty) = +\infty$<br>$(-\infty) + (-\infty) = -\infty$<br>$-(-\infty) = +\infty$ | $k \cdot (+\infty) = \begin{cases} +\infty & \text{si } k > 0 \\ -\infty & \text{si } k < 0 \end{cases}$<br>$k \cdot (-\infty) = \begin{cases} -\infty & \text{si } k > 0 \\ +\infty & \text{si } k < 0 \end{cases}$<br>$(+\infty) \cdot (+\infty) = +\infty$<br>$(+\infty) \cdot (-\infty) = -\infty$<br>$(-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty$ | $\frac{k}{+\infty} = \frac{k}{-\infty} = 0$<br>$\frac{0}{+\infty} = \frac{0}{-\infty} = 0$<br>$\frac{k}{0} = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}$<br>$\frac{\pm\infty}{0} = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}$ | $k^{+\infty} = \begin{cases} +\infty & \text{si } k > 1 \\ 0 & \text{si } 0 \leq k < 1 \end{cases}$<br>$k^{-\infty} = \begin{cases} 0 & \text{si } k > 1 \\ +\infty & \text{si } 0 \leq k < 1 \end{cases}$<br>$(+\infty)^k = \begin{cases} +\infty & \text{si } k > 0 \\ 0 & \text{si } k < 0 \end{cases}$<br>$(+\infty)^{+\infty} = +\infty \quad (+\infty)^{-\infty} = 0$ |

| INDETERMINACIONES       |               |                  |                   |            |            |       |
|-------------------------|---------------|------------------|-------------------|------------|------------|-------|
| $\frac{\infty}{\infty}$ | $\frac{0}{0}$ | $0 \cdot \infty$ | $\infty - \infty$ | $1^\infty$ | $\infty^0$ | $0^0$ |

1. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

- a)**  $f(x) = 6x - 2\sqrt{x+8}$       **l)**  $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$       **v)**  $f(x) = -4 + \sqrt{x-1}$   
**b)**  $f(x) = \sqrt{2+x} - \sqrt{3-x}$       **m)**  $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$       **w)**  $f(x) = \sqrt{4-2x}$   
**c)**  $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$       **n)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$       **x)**  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}}$   
**d)**  $f(x) = \sqrt[3]{4-2x}$       **ñ)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$       **y)**  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x^2-3x+2}}$   
**e)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-2x}}$       **o)**  $f(x) = \sqrt[5]{x^2-1}$       **z)**  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x^2-3x+2}}$   
**f)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4-2x}}$       **p)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2-1}}$       **α)**  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3-5x}}$   
**g)**  $f(x) = \sqrt[4]{x^2-5x+4}$       **q)**  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9-x^2}}$       **β)**  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$   
**h)**  $f(x) = \sqrt{x^2-2x+3}$       **r)**  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$       **γ)**  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$   
**i)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$       **s)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$       **δ)**  $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{\sqrt{x^4-1}}$   
**j)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3+27}$       **t)**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$       **ε)**  $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$   
**k)**  $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[5]{9-x}}$       **u)**  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x}}$       **φ)**  $f(x) = (x-2) \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

Sol: a)  $[0, +\infty)$ ; b)  $[-2, 3]$ ; c)  $(-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$ ; d)  $\mathbb{R}$ ; e)  $(-\infty, 2)$ ; f)  $\mathbb{R} - \{2\}$ ; g)  $(-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$ ; h)  $\mathbb{R}$ ; i)  $[-1, 4) \cup (4, +\infty)$ ; j)  $(-\infty, -3] \cup (-3, -2] \cup (2, +\infty)$ ; k)  $(-\infty, 9)$ ; l)  $[1, 3/2]$ ; m)  $[-1, 4]$ ; n)  $\mathbb{R}^+$ ; ñ)  $\mathbb{R}^+$ ; o)  $\mathbb{R}$ ; p)  $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$ ; q)  $(-3, 3)$ ; r)  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ; s)  $(-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$ ; t)  $(-\infty, -2) \cup (2, 6) \cup (6, +\infty)$ ; u)  $\mathbb{R}^+$ ; v)  $[1, +\infty)$ ; w)  $(-\infty, 2]$ ; x)  $(1, +\infty)$ ; y)  $\mathbb{R} - \{1, 2\}$ ; z)  $(2, +\infty)$ ; α)  $\mathbb{R} - \{0, \pm\sqrt{5}\}$ ; β)  $\mathbb{R} - \{2\}$ ; γ)  $(-\infty, -7] \cup [0, +\infty)$ ; δ)  $\mathbb{R} - \{\pm 1\}$ ; ε)  $\mathbb{R} - \{9\}$ ; φ)  $[-1, 1)$

2. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \ln(-3x+2)$

j)  $f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right)$

r)  $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 4}$

b)  $f(x) = \log\sqrt{-3x}$

k)  $f(x) = \frac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

s)  $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$

c)  $f(x) = \ln(5 - x^2)$

l)  $f(x) = 5^{x-2}$

y)  $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$

d)  $f(x) = \ln\sqrt[3]{x-1}$

m)  $f(x) = 5^{\sqrt{1-x}}$

u)  $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$

e)  $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$

n)  $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}}$

v)  $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2 - 1}}$

f)  $f(x) = \log(x^2 - 3)$

ñ)  $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}}$

w)  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

g)  $f(x) = \log\left(\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15}\right)$

o)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 3x + 1}$

x)  $f(x) = \log\sqrt{9 - x^2}$

h)  $f(x) = \sqrt{\ln x - 1}$

p)  $f(x) = (2x-5)^{9-x}$

y)  $f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$

i)  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

q)  $f(x) = (3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

z)  $f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)}$

Sol: a)  $(-\infty, \frac{2}{3})$ ; b)  $\mathbb{R}$ ; c)  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$ ; d)  $(1, +\infty)$ ; e)  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ ; f)  $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ ; g)  $(-5, -1) \cup (2, 3)$ ; h)  $(e, +\infty)$ ; i)  $(3, +\infty)$ ; j)  $(-\infty, -7] \cup (0, +\infty)$ ; k)  $(-2, +\infty)$ ; l)  $\mathbb{R}$ ; m)  $(-\infty, -1)$ ; n)  $[0, +\infty)$ ; ñ)  $(2, +\infty)$ ; o)  $\mathbb{R}$ ; p)  $\mathbb{R}$ ; q)  $(-2, 2)$ ; r)  $\mathbb{R} - \{2\}$ ; s)  $\mathbb{R}^+$ ; t)  $\mathbb{R}$ ; u)  $(0, \ln 2) \cup (\ln 2, +\infty)$ ; v)  $(-2, -1) \cup (1, +\infty)$ ; w)  $\mathbb{R}$ ; x)  $(-3, 3)$ ; y)  $(-7, 0) \cup (0, +\infty)$ ; z)  $(2, +\infty)$

3. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7+x} - 3}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1-x} - 1}$

q)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 - 3x})$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$

r)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$

s)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x-1}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$

t)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2}{2 - \sqrt{x+4}}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}$

n)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$

u)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

ñ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$

v)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3))$

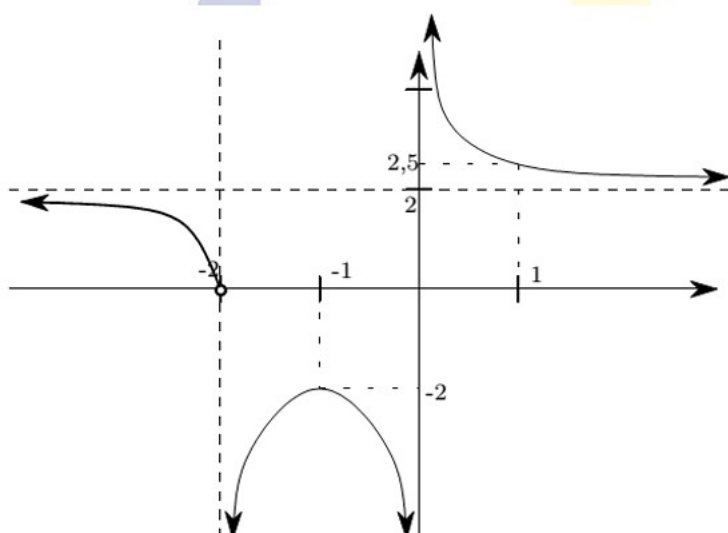
h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+4} - \sqrt{x-4})$

o)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+2x}{\sqrt{1+x^2}}$

w)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x + 2} - \sqrt{4x^2 - 5x + 2})$

Sol: a)  $-1/2$ ; b)  $0$ ; c)  $1/2$ ; d)  $0$ ; e) No existe; f)  $-2$ ; g)  $1$ ; h)  $0$ ; i)  $24$ ; j)  $-10$ ; k)  $2$ ; l)  $13/7$ ; m)  $8$ ; n)  $-7$ ; ñ)  $1/4$ ; o)  $2$ ; p)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ; q)  $+\infty$ ; r)  $1/6$ ; s)  $1/3$ ; t)  $-4$ ; u)  $0$ ; v)  $3$ ; w)  $9/4$ .

4. Para la siguiente gráfica calcula los siguientes límites:



(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

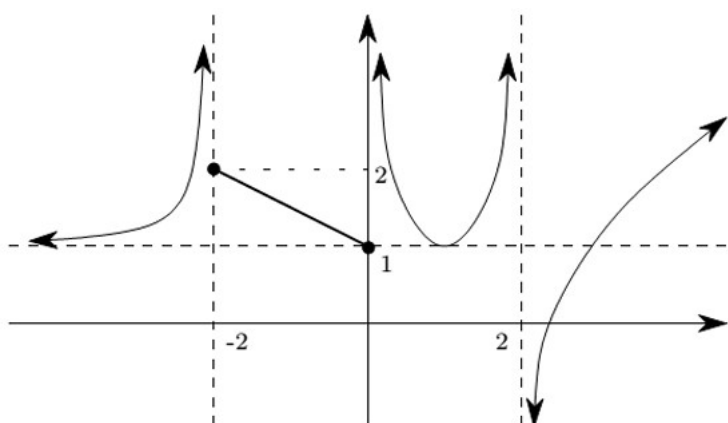
(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 2; b) 0 y  $-\infty$ ; c) 2; d)  $-\infty$  y  $+\infty$ ; f) 2

5. Calcula los límites siguientes de la gráfica:



(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 1; b)  $+\infty$ ; c) 1 y  $+\infty$ ; d)  $+\infty$  y  $-\infty$ ; e)  $+\infty$

6. Dadas las siguientes funciones, efectúa las operaciones que se indican, indicando el dominio de la función resultante:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$g(x) = x^2 - 6$$

$$h(x) = \frac{6x}{x^2 - 4}$$

$$p(x) = \sqrt{x+1}$$

$$j(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$k(x) = \frac{x+2}{x^2 - 1}$$

$$l(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$$

$$m(x) = x - 4$$

$$s(x) = \frac{3-x}{x-1}$$

$$r(x) = \frac{2x-1}{x+3}$$

|                |                |                |                |                |                |             |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| a) $f + g$     | d) $j + k$     | g) $j - r$     | j) $j - s$     | m) $h \cdot k$ | p) $j \cdot s$ | s) $k/s$    |
| b) $g/p$       | e) $g \circ m$ | h) $m \circ g$ | k) $f \circ m$ | n) $m \circ j$ | q) $p \circ r$ | t) $s^{-1}$ |
| c) $p \circ j$ | f) $s \circ p$ | i) $r \circ s$ | l) $m^{-1}$    | o) $j^{-1}$    | r) $r^{-1}$    | u) $g^{-1}$ |